أتدرب وأحل المسائل

المتتاليات والمتسلسلات

أكتب كل متسلسلة مما يأتي باستعمال رمز المجموع:

(1) $1 + 4 + 9 + \ldots + 100$

$\sum_{k=1}^{10} k^2$

(2) $2 + 4 + 6 + \ldots + 20$

$\sum_{k=1}^{10} 2k$

(3) $12 + 23 + 34 + \ldots + 1314$

$\sum_{k=1}^{13} k(k + 1)$

(4) $-23 + 49 - 827 + \ldots + 64729$

$\sum_{k=1}^{6} (-23)^k$

أجد مجموع كل متسلسلة مما يأتي:

(5) $\sum_{n=1}^{6} (-2)^n = 42$

(6) $\sum_{n=1}^{4} n^2 + 1n + 1 = 25730$

(7) $\sum_{n=1}^{12} 13n + 1 = 720$

(8) $\sum_{k=1}^{6} k^2 2 = 912$

(9) $\sum_{k=1}^{9} (12k - 24) = 324$

(10) $\sum_{k=1}^{20} k^3 - 1 = 44080$

أُحدّد إذا كانت كل متتالية مما يأتي حسابية أم لا:

(11) 10, 11, 14, 15, 18, 19, ...

ليست حسابية.

(12) 12, 6, 0, -6, -12, ...

6- حسابية أساسها

(13) 3, 5, 9, 15, 23, ...

ليست حسابية.

أجد الحد العام لكل متتالية حسابية مما يأتي، ثم أجد الحد الثلاثين منها:

(14) 25, 58, 91, 124, ...

$a_n = 33n - 8$

$a30 = 982$

(15) -1, -13, 13, 1, ...

$a_n = 23n - 53$

$a_{30} = 553$

(16) $a_{17} = -5, d = -12$

$a_n = -12n + 72$

$a_{30} = -232$

(17) $a_5 = 58, a_{12} = 30$

$a_n = 78 - 4n$

$a_{30} = -42$

أجد مجموع المتسلسلات الحسابية الآتية:

(18) 1 + 5 + 9 + ... + 401

$401 = 1 + 4(n - 1) \Rightarrow n = 101$

$S_{101} = 1012(1 + 401) = 20301$

(19) $0.7 + 2.7 + 4.7 + \ldots + 56.7$

$56.7 = 0.7 + 2(n - 1) \Rightarrow n = 29$

$S_{29} = 292(0.7 + 56.7) = 832.3$

(20) $\sum n=180(2n - 2)$

$a_1 = 0 \ , \ a_{80} = 158$

$S_{80} = 802(0 + 158) = 6320$

21) رياضة: يمارس هيثم تمارين الضغط بانتظام، وقد استطاع أداء 25 ضغطة بصورة مستمرة في الأسبوع الأول، ثم تمكن من زيادة عددها أسبوعيًا بمقدار 5 ضغطات على نحو مستمر. ما عدد الضغطات التي يُمكنه أداؤها بشكل مستمر في الأسبوع السادس عشر؟

$a_1 = 25 \ , \ d = 5$

$a_{16} = 25 + 5(15) = 100$

22) متسلسلة حسابية منتهية، حدها الأول 10، وأساسها 4، ومجموع حدودها 792، ما عدد حدود هذه المتسلسلة؟

$792 = n2(2(10) + (n - 1) \times 4) \Rightarrow 2n^2 + 8n - 792 = 0$

$\Rightarrow n^2 + 4n - 396 = 0$

$\Rightarrow (n - 18)(n + 22) = 0$

$\Rightarrow n = 18$

23) إذا كان مجموع أول n حداً من حدود متسلسلة حسابية هو $n^2 + 4n$، فأجد حدها المئة.

$S_n = n^2 + 4n$

$S_1 = 5 \Rightarrow a_1 = 5$

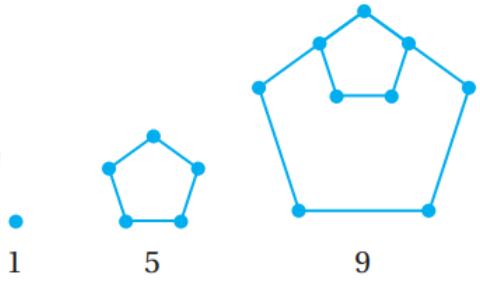
$S_2 = 12 \Rightarrow a_2 = 12 - 5 = 7$

$d = 7 - 5 = 2$

$a_n = 2n + 3$

$a_{100} = 203$

يبين الشكل المجاور نمطًا هندسياً يمثل عدد النقاط في نماذجه متتالية:



24) أبين أن عدد النقاط في النماذج يمثل متتالية حسابية.

1, 5, 9

ألاحظ أن الفرق بين كل حدين متتابعين، ثابت، وأنه يساوي 4؛ أي إن المتتالية حسابية أساسها 4

25) أجد الحد العام للمتتالية الحسابية.

$a_n = 4n - 3$

26) هل يوجد نموذج يحوي 397 نقطة؟ أبرر إجابتي.

$397 = 4n - 3 \Rightarrow n = 100$

بما أن n عدد صحيح موجب، إذن يوجد نموذج يحوي 397 نقطة.

aمتسلسلة حسابية، حدها الأول ، وأساسها d، ومجموع حدودها الثلاثين الأولى يساوي ضعف مجموع حدودها العشرين الأولى:

27) أثبت أن $a = 11d2$

$S_{30} = 2S_{20} \Rightarrow 302(2 + 29d) = 2 \text{ x } 202(2a + 19d)$

$\Rightarrow 20a + 435d = 40a + 380d$

$\Rightarrow 10a = 55d$

$\Rightarrow a = 112d$

28) إذا كان مجموع الحدود الثلاثين الأولى هو 400، فأجد قيمتي a و d.

$400 = 302(2a + 29 \text{ x } 211a) \Rightarrow a = 113, d = 23$

29) أحل المسألة الواردة في بند (مسألة اليوم).

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 + 6$

$a_3 = 1 + 6 + 12$

$a_4 = 1 + 6 + 12 + 18$

...

$S_{10} = 1 + 92(6 + 54) = 271$