

أتحقق من فهمي

التكامل بالكسور الجزئية

عوامل المقام كثيرات حدود خطية مختلفة

أتحقق من فهمي صفحة (49):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-7x^2-x-6)dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x-7x^2-x-6 &= x-7(x-3)(x+2) = Ax-3+Bx+2 \Rightarrow x-7 = A(x+2)+B(x-3) \\ &= 3 \Rightarrow A = -45 \quad x = -2 \Rightarrow B = 95 \\ \int x-7x^2-x-6 dx &= \int (-45x-3+95x+2) dx = - \\ & \frac{45}{2}x^2 - 3x + \frac{95}{2}x^2 + 2x + C = 25x^2 - 3x + C \end{aligned}$$

$$(3x-1x^2-1)dx \text{ (b)}$$

$$\begin{aligned} 3x-1x^2-1 &= 3x-1(x-1)(x+1) = Ax-1+Bx+1 \Rightarrow 3x-1 = A(x+1)+B(x-1) \\ |x-1|+2|x=1| &\Rightarrow A=1 \quad x=-1 \Rightarrow B=2 \\ \int 3x-1x^2-1 dx &= \int (1x-1+2x+1) dx = \ln \\ & |x+1| + C \end{aligned}$$

عوامل المقام كثيرات حدود خطية، أحدها مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x+4)(2x-1)(x-1)^2 dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x+4(2x-1)(x-1)^2 &= A2x-1+Bx-1+C(x-1)^2 \Rightarrow x+4 = A(x-1)^2 + B(2x- \\ & 1)(x-1) + C(2x-1) \\ x=12 &\Rightarrow A=18 \quad x=1 \Rightarrow C=5 \quad x=0 \Rightarrow 4=A+B-C \Rightarrow B=-9 \\ \int x+ & |2x-1|-9|4(2x-1)(x-1)^2 dx = \int (182x-1 + -9x-1 + 5(x-1)^2) dx = 182 \ln \\ & |x-1| - 5x-1 + C |2x-1| - 9 \ln |x-1| - 5x-1 + C = 9 \ln \end{aligned}$$

$$(x^2-2x-4x^3-4x^2+4x)dx \text{ (b)}$$

$$x^2 - 2x - 4 = Ax(x-2) + Bx + C(x-2)^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = Ax^2 - 2Ax + Bx + Cx^2 - 4Cx + 4C$$

$$x^2 - 2x - 4 = (A+C)x^2 + (-2A+B)x + (4C-4)$$

$$\begin{cases} A+C=1 \\ -2A+B=-2 \\ 4C-4=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=-2 \\ C=-1 \end{cases}$$

$$\int (2x-2-1/x) dx = 2 \int (x-2-1/x) dx = 2 \left(\frac{x^2}{2} - 2x - \ln|x| \right) + C = x^2 - 4x - 2 \ln|x| + C$$

عوامل المقام كثيرات حدود، أحدها تربيعي غير قابل للتحليل، وغير مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (52):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(a) $\int (3x+4)(x-3)(x^2+4) dx$

$$3x+4 = A(x-3) + B(x^2+4) + C(x-3)(x^2+4)$$

$$3x+4 = Ax - 3A + Bx^2 + 4B + C(x^3 - 3x^2 + 4x - 12)$$

$$3x+4 = Cx^3 + (B-3C)x^2 + (A+4C)x + (-3A+4B-12C)$$

$$\begin{cases} C=0 \\ B-3C=0 \\ A+4C=3 \\ -3A+4B-12C=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B=0 \\ A=3 \\ C=0 \end{cases}$$

$$\int (3x+4)(x-3)(x^2+4) dx = \int (3x-12)(x^2+4) dx = \int (3x^3 - 12x^2 + 4x - 48) dx = \frac{3}{4}x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 48x + C$$

(b) $\int (7x^2-x+1)(x^3+1) dx$

$$7x^2-x+1 = A(x^3+1) + B(x^2-x+1) + C(x^3+1)(x^2-x+1)$$

$$7x^2-x+1 = Ax^3 + A + Bx^2 - Bx + B + C(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$7x^2-x+1 = Cx^5 + (A+C)x^3 + (B-C)x^2 + (-B+C)x + (A+B-C)$$

$$\begin{cases} C=0 \\ A+C=0 \\ B-C=0 \\ -B+C=-1 \\ A+B-C=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=0 \\ B=-1 \\ C=0 \end{cases}$$

$$\int (7x^2-x+1)(x^3+1) dx = \int (7x^2-x+1)(x^2-x+1) dx = \int (7x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1) dx = \frac{7}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{7}{3}x^3 - 3x^2 + x + C$$

درجة كثيرة الحدود في البسط مساوية لدرجة كثيرة الحدود في المقام، أو أكبر منها

أتحقق من فهمي صفحة (53):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(a) $\int (4x^3-52x^2-x-1) dx$

$$\int (4x^3-52x^2-x-1) dx = x^4 - 52x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + C$$

$$-4(2x+1)(x-1)=A(2x+1)+B(x-1)\Rightarrow 3x-4=A(x-1)+B(2x+1)x=-12\Rightarrow A=113x=1\Rightarrow B=-13$$

$$\int 4x^3-52x^2-x-1dx=\int (2x+1+1132x+1+-13x-1|x-1|+C|2x+1|-13\ln)dx=x^2+x+116\ln$$

$$(x^2+x-1x^2-x)dx \text{ (b)}$$

$$(x^2-x)+Cx^2+x-1x^2-x)dx=\int (1+2x-1x^2-x)dx=x+\ln$$

التكامل بالكسور الجزئية لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (54):

أجد كل قيمة من التكاملين الآتيين:

$$(342x^3+x^2-2x-4x^2-4)dx \text{ (a)}$$

$$\int (342x^3+x^2-2x-4x^2-4)dx=\int 34(2x+1+6xx^2-4)dx=(x^2+x+3\ln|1255)=8+3\ln 12)-(12+3\ln 4)|34=(20+3\ln$$

$$(563x-10x^2-7x+12)dx \text{ (b)}$$

$$3x-10x^2-7x+12=3x-10(x-3)(x-4)=A(x-3)+B(x-4)\Rightarrow 3x-10=A(x-4)+B(x-3)x=3\Rightarrow A=1x=4\Rightarrow B=2$$

$$\int 563x-10x^2-7x+12dx=\int 56(1x-3+2x62=\ln 3+\ln 1)=\ln 2+2\ln 2-(\ln 3+2\ln|x-4|)|56=\ln|x-3|+2\ln|x-4|dx=(\ln$$

التكامل بالكسور الجزئية، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (57):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-1)dx \text{ (a)}$$

$$\int \tan^2 \sec^2 x dx$$

$$\int \sec^2 x \tan^2 x dx = \int \sec^2 x (\sec^2 x - 1) dx = \int \sec^4 x dx - \int \sec^2 x dx$$

$$\int \sec^4 x dx = \int \sec^2 x \tan^2 x dx = \int \sec^2 x (1 + \tan^2 x) dx = \int \sec^2 x dx + \int \sec^2 x \tan^2 x dx$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$\int \sec^2 x \tan^2 x dx = \int \tan^2 u du = \int (u^2 - 1) du = \frac{1}{3}u^3 - u + C = \frac{1}{3}\tan^3 x - \tan x + C$$

