أتدرب وأحل المسائل

الأسئلة (1 - 20)

الاشتقاق

xأبحث قابلية اشتقاق كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

(1) f(x)=|x−5|, x=5

f′(5)=limh→0f(5+h)−f(5)h=limh→0|(5+h)−5|−0h=limh→0|h|hf+′(5)=limh→0+hh=1f−′(5)=limh→0−−hh=−1

f'(5بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين، فإن) غير موجودة، أي أنّ f غير قابل للاشتقاق عند $x = 5$

(2) f(x)=x2/5, x=0

f′(0)=limh→0f(0+h)−f(0)h=limh→0(h)25−0h=limh→0h25h=limh→01h35f+′(0)=∞f−′(0)=−∞

f ‘(0) غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 0$

(3) f(x)={x2, x≤1x2−2x, x>1, x=1

f+′(1)=limh→0f(1+h)−f(1)h=limh→0(1+h)2−2(1+h)−1h=limh→01+2h+h2−2−2h−1h=limh→0h2−2h=−∞

f+′(1) غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 1$

(4) f(x)=3x, x=4

f′(4)=limh→0f(4+h)−f(4)h=limh→03+h4+34h=limh→012−12−3h4h(4+h)=limh→0−34(4+h)=−316

$x = 4$ قابل للاشتقاق عند f غير موجودة، إذن (4)‘ f

(5) f(x)=(x−6)2/3, x=6

f′(6)=limh→0f(6+h)−f(6)h=limh→0(6+h−6)23−0h=limh→0(h)23h=

limh→01h13f+′(6)=∞f−′(6)=−∞

$x = 6$ غير قابل للاشتقاق عند f غير موجودة، إذن $f\ '(6)$

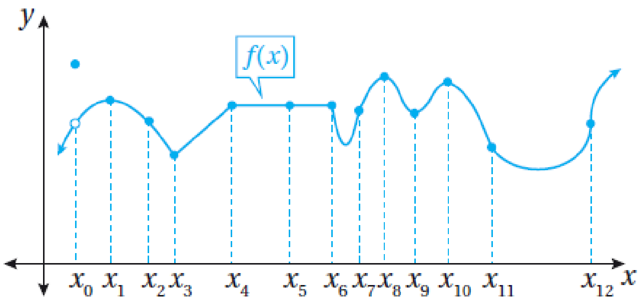
(6) f(x)={x+1, x≠43, x=4, x=4

f′(4)=limh→0f(4+h)−f(4)h=limh→04+h+1−3h=limh→0h+2hf+′(4)=∞f−′(4)=−∞

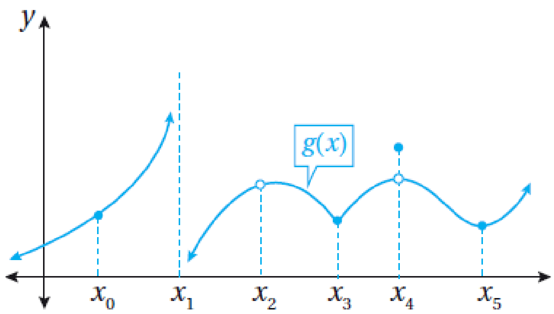
$f\ '(4)$ غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 4$

أحدد قيم x للنقاط التي لا يكون عندها كلّ اقتران ممّا يأتي قابلاً للاشتقاق، مبرراً إجابتي:

7



8



(7) الاقتران f غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_6,\ x = x_4,\ x = x_3$ ؛ لأن لمنحناه رأس حاد أو زاوية عند هذه النقاط.

$x = x_0$ وهو غير قابل للاشتقاق عندما ؛ لأنه غير متصل عندها،

$x = x_{12}$ وهو غير قابل للاشتقاق عندما ؛ نظراً لوجود مماس رأسي عند هذه النقطة.

(8) الاقتران g غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_3$؛ لأن لمنحناه زاوية عند هذه النقطة.

$x = x_0$ وهو غير قابل للاشتقاق عندما ؛ لأنه غير متصل عندها،

$x = x_4,\ x = x_2,\ x = x_1$ وهو غير قابل للاشتقاق عندما ؛ لأنه غير متصل عندها.

أحدد قيمة (قيم) x التي لا يكون عندها كلّ اقتران ممّا يأتي قابلاً للاشتقاق:

(9) f(x)=x−8x2−4x−5

f اقتران نسبي منحناه متصل وأملس عند جميع نقاطه باستثناء أصفار مقامه،

x2−4x−5=0→(x−5)(x+1)=0→x=5 or x=−1

f غير متصل عند x = -1 , x = 5 إذن غير قابل للاشتقاق عندها.

(10) f(x)=3x−63+5

f(x)=3x−63f′(x)=13(3x−6)−23(3)=1(3x−6)23

غير قابل للاشتقاق f الحقيقية عدا أصفار مقامها، إذن x موجودة عند جميع قيم f ‘ (x)
عند x = 2

(11) f(x)=|x2−9|

f(x)=|x2−9|={9−x2,−3<x<3x2−9,x≤−3 or x≥3

نبحث قابلية الاشتقاق عند x = 3 و x = -3 :

f′(3)=limh→0f(3+h)−f(3)h=limh→0|(3+h)2−9|−0h=limh→0|6h+h2|hf+′(3)=limh→0+6h+h2h=limh→0+(6+h)=6f−′(3)=limh→0−−6h−h2h=limh→0−(−6−h)=−6

بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين فإن f′(3) غير موجودة أي أن f غير قابل للاشتقاق عند x = 3

f′(−3)=limh→0f(−3+h)−f(−3)h=limh→0|(−3+h)2−9|−0h=limh→0|6h−h2|hf+′(−3)=limh→0+6h−h2h=limh→0+(6−h)=6f−′(−3)=limh→0−−6h+h2h=limh→0−(−6+h)=−6

بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين فإن f′(-3) غير موجودة أي أن f غير قابل للاشتقاق عند x = -3

إذن f غير قابل للاشتقاق عند x = 3 , x = -3

(12) إذا كان: $f(x)=x|x|$ ، فأثبت أنّ $f'(0)$ موجودة.

$f(x)=x|x| f'(0)=\lim h\to 0 f(0+h)-f(0)h=\lim h\to 0 h|h|-0h=\lim h\to 0|h||h|=\{-h,h<0 h,h\geq 0 f+'(0)=\lim h\to 0h=0 f-'(0)=\lim h\to 0(-h)=0$

بما أن النهايتين من اليمين واليسار متساويتان، إذن $f'(0)$ موجودة.

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(13) $f(x)=2\sin x-ex$

$f'(x)=2\cos x-ex$

(14) $f(x)=\ln x4-\pi \cos x$

$f'(x)=14x+\pi \sin x$

(15) $f(x)=\ln (1x3)+x4$

$f(x)=\ln (1x3)+x4=\ln 1-\ln x3+x4=-3\ln x+x4 f'(x)=-3x+4x3$

(16) $f(x)=ex+1+1$

$f(x)=ex+1+1=e\times ex+1 f'(x)=e\times ex=ex+1$

(17) $f(x)=ex+xe$

$f'(x)=ex+e\, xe-1$

(18) $f(x)=\ln (10xn)$

$f(x)=\ln (10xn)=\ln 10-\ln xn=\ln 10-n \ln x f'(x)=-n(1x)=-nx$

إذا كان: $f(x)=\sin x+12ex$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(19) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران f عند النقطة $(\pi , 12e\pi)$.

$f'(x)=\cos x+12ex$

ميل المماس عند النقطة (π , 12eπ) :

$f'(\pi)=\cos\pi+12e\pi=-1+12e\pi$

معادلة المماس عند النقطة (π , 12eπ) :

$y-12e\pi=(-1+12e\pi)(x-\pi)y=(-1+12e\pi)x+\pi-\pi2e\pi+12e\pi$

(20) أجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران f عند النقطة (π , 12eπ).

بما أن ميل المماس عند النقطة (π , 12eπ) هو −1+12eπ ، فإن ميل العمودي على المماس هو:

$-1-1+12e\pi=-2-2+e\pi=22-e\pi$

معادلة العمودي على المماس هي:

$y-12e\pi=22-e\pi(x-\pi)\rightarrow y=22-e\pi x-2\pi2-e\pi+12e\pi$