

أدرب وأحل المسائل

احتمال المتغير العشوائي الطبيعي باستعمال الجداول

إذا كان X متغيراً عشوائياً طبيعياً، وسطه الحسابي 224، وانحرافه المعياري 6، فأجد القيمة المعيارية Z التي تقابل قيمة x في كل مما يأتي:

$$(x=239) \quad (1)$$

$$z=239-224=2.5$$

$$(x=200) \quad (2)$$

$$z=200-224=-4$$

$$(x=224) \quad (3)$$

$$z=224-224=0$$

إذا كان: $X \sim N(30,100)$ ، فأجد كل احتمال مما يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

$$(P(X < 35)) \quad (4)$$

$$X \sim N(30,10) \quad P(X < 35) = P(Z < \frac{35-30}{\sqrt{10}}) = P(Z < 1.57) = 0.9428$$

$$(P(X > 38)) \quad (5)$$

$$P(X > 38) = P(Z > \frac{38-30}{\sqrt{10}}) = P(Z > 2.51) = 1 - P(Z < 2.51) = 1 - 0.9878 = 0.0122$$

9

$$(P(35 < X < 40)) \quad (6)$$

$$P(35 < X < 40) = P(\frac{35-30}{\sqrt{10}} < Z < \frac{40-30}{\sqrt{10}}) = P(1.57 < Z < 3.16) = P(Z < 3.16) - P(Z < 1.57) = 0.9992 - 0.9428 = 0.0564$$

$$(P(X < 20)) \quad (7)$$

$$P(X < 20) = P(Z < \frac{20-30}{\sqrt{10}}) = P(Z < -3.16) = 1 - P(Z < 3.16) = 1 - 0.9992 = 0.0008$$

$$(P(15 < X < 32)) \text{ (8)}$$

$$P(15 < X < 32) = P(15 - 3010 < Z < 32 - 3010) = P(-1.5 < Z < 0.2) = P(Z < 0.2) - P(Z < -1.5) = P(Z < 0.2) - (1 - P(Z < 1.5)) = 0.5793 - (1 - 0.9332) = 0.5793 - 0.0668 = 0.5125$$

$$(P(17 < X < 19)) \text{ (9)}$$

$$P(17 < X < 19) = P(17 - 3010 < Z < 19 - 3010) = P(-1.3 < Z < -1.1) = P(Z < -1.1) - P(Z < -1.3) = 1 - P(Z < 1.1) - (1 - P(Z < 1.3)) = 1 - 0.8643 - (1 - 0.9032) = 0.1357 - 0.0968 = 0.0389$$

إذا كان: $X \sim N(154, 144)$ ، فأجد كل احتمال مما يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

$$(P(X < 154)) \text{ (10)}$$

$$X \sim N(154, 122) P(X < 154) = P(Z < 154 - 15412) = P(Z < 0) = 0.5$$

$$(P(X > 160)) \text{ (11)}$$

$$P(X > 160) = P(Z > 160 - 15412) = P(Z > 0.5) = 1 - P(Z < 0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$$

$$(P(140 < X < 155)) \text{ (12)}$$

$$P(140 < X < 155) = P(140 - 15412 < Z < 155 - 15412) = P(-1.17 < Z < 0.08) = P(Z < 0.08) - P(Z < -1.17) = P(Z < 0.08) - (1 - P(Z < 1.17)) = 0.5319 - (1 - 0.8790) = 0.1357 - 0.1210 = 0.0147$$

قياس: ينبع محيط خصر 1200 شخص توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 78cm، وانحرافه المعياري 5cm

(13) أجد نسبة الأشخاص الذين يقل محيط الخصر لكل منهم عن 70cm

$$X \sim N(78, 52) P(X < 70) = P(Z < 70 - 785) = P(Z < -1.6) = 1 - P(Z < 1.6) = 1 - 0.9452 = 0.0548$$

نسبة الأشخاص الذين يقل محيط الخصر لكل منهم عن 70cm هي 0.0548

(14) أجد عدد الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين 70cm و 80cm

$$P(70 < X < 80) = P(70 - 785 < Z < 80 - 785) = P(-1.6 < Z < 0.4) = P(Z < 0.4) - P(Z < -1.6) = P(Z < 0.4) - (1 - P(Z < 1.6)) = 0.6554 - (1 - 0.9452) = 0.6554 - 0.0548 = 0.6006$$

نسبة الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين 70cm و 80cm هي 0.6006

$$n = 1200 \times 0.6006 = 720.72 \approx 721$$

عدد الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين 70cm و 80cm هو 721 شخصاً.

$$\int \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$$

$$\int \frac{1}{x+1} dx$$

$$\int (x-1)^3 dx$$

ريات: تنتج إحدى الشركات بطاريات من نوع AA، ويتبع عمر هذه البطاريات توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 25 ساعة، وانحرافه المعياري 1.5 ساعة. إذا اختيرت بطارية عشوائياً، فأجد كلا مما يأتي:

(15) احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 28 ساعة.

$$X \sim N(25, 1.52) P(X > 28) = P(Z > 28 - 25 / 1.5) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 28 ساعة هو 0.0228

(16) احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 20 ساعة.

$$P(X > 20) = P(Z > 20 - 25 / 1.5) = P(Z > -3.33) = 1 - P(Z < -3.33) = 1 - 0.9996 = 0.0004$$

احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 20 ساعة هو 0.0004

(17) احتمال أن يتراوح عمر البطارية بين 22 ساعة و 25 ساعة.

$$P(22 < X < 25) = P(22 - 251.5 < Z < 25 - 251.5) = P(-2 < Z < 0) = P(Z < 0) - P(Z < -2) = P(Z < 0) - (1 - P(Z < 2)) = 0.5 - (1 - 0.9772) = 0.5000 - 0.0228 = 0.4772$$

احتمال أن يتراوح عمر البطارية بين 22 ساعة و 25 ساعة هو 0.4772



إدارة السير: في دراسة لإدارة السير، تبين أن سرعة السيارات على أحد الطرق تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 68.5km/h، وانحرافه المعياري 5km/h. إذا كانت السرعة القصوى المحددة على هذا الطريق هي 70km/h، وكان العدد الكلي للسيارات التي تسير على هذا الطريق في أحد الأيام هو 1300 سيارة، فأجب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

السرعة	درجة المخالفة
km/h(75-85)	الأولى
km/h(85) أكثر من	الثانية

(18) أجد العدد التقريبي للسيارات التي ستتجاوز السرعة المحددة على الطريق في هذا اليوم.

$$X \sim N(68.5, 52) P(X > 70) = P(Z > 70 - 68.55) = P(Z > 0.3) = 1 - P(Z < 0.3) = 1 - 0.6179 = 0.3821 n = 1300 \times 0.3821 = 496.73 \approx 497$$

العدد التقريبي للسيارات التي ستتجاوز السرعة المحددة على الطريق في هذا اليوم هو 497 سيارة.

(19) إذا كان نظام المراقبة على هذا الطريق يرصد مخالفات من درجتين بحسب مقدار تجاوز الحد الأقصى للسرعة كما في الجدول المجاور، فأجد عدد المخالفات التي سجلت من كل درجة في هذا اليوم.

$$P(75 < X < 85) = P(75 - 68.55 < Z < 85 - 68.55) = P(1.3 < Z < 3.3) = P(Z < 3.3) - P(Z < 1.3) = 0.9995 - 0.9032 = 0.0963$$
$$n = 1300 \times 0.0963 = 125.19 \approx 125$$

عدد المخالفات التي سجلت من الدرجة الأولى في هذا اليوم هي 125

$$P(X > 85) = P(Z > 85 - 68.55) = P(Z > 3.3) = 1 - P(Z < 3.3) = 1 - 0.9995 = 0.0005$$
$$n = 1300 \times 0.0005 = 0.65 \approx 1$$

عدد المخالفات التي سجلت من الدرجة الثانية في هذا اليوم هو مخالفة واحدة تقريباً.