أتدرب وأحل المسائل

التوزيع الطبيعي

إذا اتخذت علامات الطلبة في اختبار لمبحث التاريخ شكل المنحنى الطبيعي، فأجد كلاً مما يأتي:

(1) النسبة المئوية للعلامات التي تقع فوق الوسط الحسابي.

النسبة المئوية للعلامات التي تقع فوق الوسط الحسابي هي 50%

(2) النسبة المئوية للعالمات التي لا يزيد البعد بينها وبين الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.

النسبة المئوية للعلامات التي لا يزيد البعد بينها وبين الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد هي 68%

(3) النسبة المئوية للعالمات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.

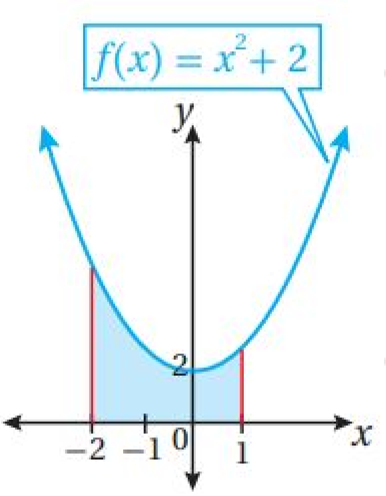
النسبة المئوية للعلامات الذين تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي 47.5%

(4) النسبة المئوية للعلامات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد، أو تقل عنه بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية.

النسبة المئوية للعلامات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد، أو تقل عنه بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية هي 83.85%

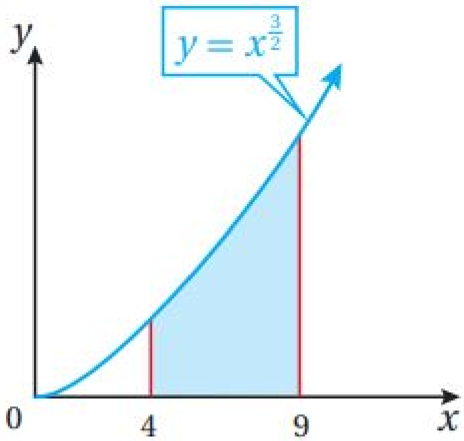
أحدد النسبة المئوية لمساحة المنطقة المظللة أسفل كل توزيع طبيعي مما يأتي:

1



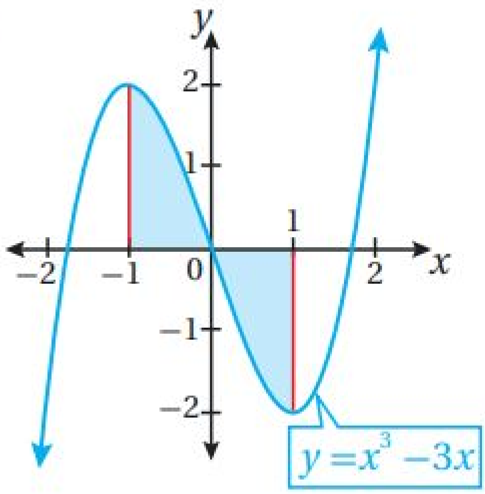
P(μ−3σ<X<μ−σ)=2.35%+13.5%=15.85%

2



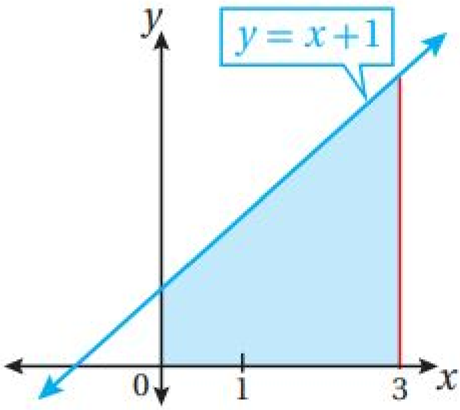
P(μ−2σ<X<μ−σ)+P(μ+σ<X<μ+2σ)=13.5%+13.5%=27%

4



P(μ<X<μ+2σ)=34%+13.5%=47.5%

(9) يمثل كل من المنحنيين المجاورين توزيعاً طبيعياً. أقارن بين هذين التوزيعين من حيث: قيم الوسط الحسابي، والانحراف المعياري.



$A: \mu=15, \sigma=3 \quad B: \mu=12, \sigma=3$

إذا كان: $X\sim N(79,144)$، فأجد كلاً مما يأتي:

(P(X<79) (10

$\mu=79, \sigma=144=12 \quad P(X<79)=P(X<\mu)=0.5$

(P(67<X<91) (11

$P(67<X<91)=P(79-12<X<79+12)=P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.34+0.34=0.68$

(P(X>91) (12

$P(X>91)=P(X>79+12)=P(X>\mu+\sigma)=13.5\%+2.35\%+0.15\%=16\%=0.16$

(P(X>103) (13

$P(X>103)=P(X>79+2(12))=P(X>\mu+2\sigma)=2.35\%+0.15\%=2.5\%=0.025$

(P(43<X<115) (14

$P(43<X<115)=P(79-3(12)<X<79+3(12))=P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)=99.7\%=0.997$

(P(X<43) (15

$P(X<43)=P(X<79-3(12))=P(X<\mu-3\sigma)=0.15\%=0.0015$

صناعة: إذا دلّ المتغير العشوائي X على أطوال أقطار رؤوس مثاقب (بالمليمتر) تنتجها آلة في مصنع، حيث: $X\sim N(30,0.42)$، فأجد كلاً مما يأتي:

16) $P(X>30)$

$\mu=30,\sigma=0.42=0.4 P(X>30)=P(X>\mu)=0.5$

17) $P(29.6<X<30.4)$

$P(29.6<X<30.4)=P(30-0.4<X<30+0.4)=P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=34\%+34\%=68\%=0.68$

18) $P(29.2<X<30)$

$P(29.6<X<30.4)=P(30-0.4<X<30+0.4)=P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=34\%+34\%=68\%=0.68$

19) $P(29.2<X<30.4)$

$P(29.2<X<30.4)=P(30-2(0.4)<X<30+0.4)=P(\mu-2\sigma<X<\mu+\sigma)=34\%+13.5\%+34\%=81.5\%=0.815$

صناعة: ينتج مصنع أكياس أسمنت تتبع كتلها توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 50kg ، وانحرافه المعياري 2kg . إذا اختير كيس أسمنت عشوائياً، فأجد كلاً مما يأتي:

(20) احتمال أن تكون كتلة الكيس أكثر من 54kg.

$\mu=50,\sigma=2 P(X>54)=P(X>50+2(2))=P(X>\mu+2\sigma)=2.35\%+0.15\%=2.5\%=0.025$

احتمال أن تكون كتلة الكيس أكثر من 54kg هو 0.025

(21) احتمال أن تتراوح كتلة الكيس بين 44kg و 52kg.

$P(44<X<52)=P(50-3(2)<X<50+2)=P(\mu-3\sigma<X<\mu+\sigma)=2.35\%+13.5\%+34\%+34\%=83.85\%=0.8385$

احتمال أن تتراوح كتلة الكيس بين 44kg و 52kg هو 0.8385