

إجابات تدريبات الدرس

المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

تدريب (١):

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرّة واحدة، دلّ المتغير العشوائي ع على عدد مرّات ظهور الكتابة على الوجه الظاهر:



- (١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.
- (٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.
- (٣) بيّن أنّ ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع.

الحل:



$$\left\{ (ص ص)، (ص ك)، (ك ص)، (ك ك) \right\} = \Omega$$

$$\text{قيم ع} = \{٠، ١، ٢\}$$

$$ل (س = ٠) = ل (ص ص) = \frac{1}{4}$$

$$ل (س = ١) = ل (ص ك، ك ص) = \frac{2}{4}$$

$$ل (س = ٢) = ل (ك ك) = \frac{1}{4}$$



٢	١	٠	س
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	ل (س)



$$\sum ل (س) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1 = 1 \text{ إذن: ل هو اقتران احتمال.}$$

تدريب (٢):

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة:

$$\{(٠، ٢، ٠)، (٠، ٣، ١)، (٠، ١، ٢)، (٣، ٣، ب)\}$$

الحل:

$$١ = ٠،٢ + ٠،٣ + ٠،١ + ٠،٣ + ب$$

$$١ = ٠،٦ + ٠،٦ + ب$$

$$ب = ٠،٤ \quad \leftarrow \quad ب = ٣،٤ \quad \leftarrow \quad ب = \frac{4}{3}$$



تدريب (٣):



إذا كان S متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله: $n = 7, p = 0.7$ ، فجد كلاً مما يأتي:

- (١) $P(S = 5)$. (٢) $P(S \leq 4)$. (٣) $P(S \geq 2)$.

الحل:



$$P(S = 5) = \binom{7}{5} (0.7)^5 (0.3)^2 = 0.3 \times 0.16807 \times 7 = 0.3 \times 0.16807 \times \frac{7!}{5!2!} =$$

$$0.3 \times 0.2526 = 0.075798$$

$$P(S \leq 4) = P(S = 0) + P(S = 1) + P(S = 2) + P(S = 3) + P(S = 4)$$

$$P(S = 0) = \binom{7}{0} (0.7)^0 (0.3)^7 = 0.3^7 = 0.0002187$$

$$P(S = 1) = \binom{7}{1} (0.7)^1 (0.3)^6 = 7 \times 0.7 \times 0.3^6 = 0.009 \times 0.2401 \times \frac{7!}{1!6!} =$$

$$0.009 \times 0.2401 \times \frac{7!}{1!6!} = 0.009 \times 0.2401 \times 7 = 0.018147$$



$$P(S = 6) = \binom{7}{6} (0.7)^6 (0.3)^1 = 7 \times (0.7)^6 \times 0.3 = 0.117649 \times 7 = 0.823543$$

$$P(S = 5) = 0.075798 \quad (\text{من الفرع (١)})$$

$$P(S \leq 4) = 0.0002187 + 0.009 \times 0.2401 \times 7 + 0.117649 \times 7 + 0.075798 = 0.823543$$



$$P(S \geq 2) = P(S = 2) + P(S = 3) + P(S = 4) + P(S = 5) + P(S = 6) + P(S = 7)$$

$$P(S = 0) = \binom{7}{0} (0.7)^0 (0.3)^7 = 0.3^7 = 0.0002187$$

$$P(S = 1) = \binom{7}{1} (0.7)^1 (0.3)^6 = 7 \times 0.7 \times 0.3^6 = 0.009 \times 0.2401 \times 7 = 0.018147$$

$$P(S = 2) = \binom{7}{2} (0.7)^2 (0.3)^5 = 21 \times (0.7)^2 \times (0.3)^5 = 0.081 \times 0.243 \times \frac{7!}{2!5!} =$$

$$0.081 \times 0.243 \times \frac{7!}{2!5!} = 0.081 \times 0.243 \times 21 = 0.413349$$

$$P(S = 3) = \binom{7}{3} (0.7)^3 (0.3)^4 = 35 \times (0.7)^3 \times (0.3)^4 = 0.039679 \times 15 = 0.595185$$

$$P(S \geq 2) = 0.018147 + 0.0002187 + 0.018147 + 0.413349 + 0.595185 = 1.045048$$



تدريب (٤):

غرس مزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠%. ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

الحل:

$$n = 7, p = 0,6$$

المطلوب: $P(X \leq 3) = P(X = 3) - P(X = 2) - P(X = 1) - P(X = 0)$

$$P(X = 0) = \binom{7}{0} (0,6)^0 (0,4)^7 = 0,016384$$

$$P(X = 1) = \binom{7}{1} (0,6)^1 (0,4)^6 = 0,04096$$

$$P(X = 2) = \binom{7}{2} (0,6)^2 (0,4)^5 = 0,036864$$

$$P(X = 3) = \binom{7}{3} (0,6)^3 (0,4)^4 = 0,036864$$

$$P(X \leq 3) = P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$$

$$P(X \leq 3) = 0,036864 + 0,036864 + 0,04096 + 0,016384 = 0,131072$$