إجابات أسئلة الدرس

التكامل غير المحدود

١) إذا كان $\int_{١}^{٤} ٢\text{ق}(\text{س})\, \text{دس} = ١٢$ ، $\int_{٤}^{٥} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس} = ٤$ ، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\int_{٤}^{١} ٣\text{ق}(\text{س})\, \text{دس}$ ب) $\int_{٥}^{١} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس}$ جـ) $\int_{٥}^{٤} \left(\text{ق}(\text{س}) + ٢\text{س}\right) \text{دس}$

الحل

أ) $\int_{٤}^{١} ٣\text{ق}(\text{س})\, \text{دس} = ٣ \int_{٤}^{١} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس}$

$= ٣ \times -٦ = -١٨$

$\frac{٢}{٢} \int_{١}^{٤} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس} = \frac{١٢}{٢}$

$\int_{١}^{٤} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس} = ٦ \Leftarrow \int_{٤}^{١} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس} = -٦$

ب) $\int_{٥}^{١} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس} = \int_{٥}^{٤} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس} + \int_{٤}^{١} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس}$

$= -٤ + -٦ = -١٠$

جـ) $\int_{٥}^{٤} \left(\text{ق}(\text{س}) + ٢\text{س}\right) \text{دس}$

$= \int_{٥}^{٤} \text{ق}(\text{س})\, \text{دس} + \int_{٥}^{٤} ٢\text{س}\, \text{دس}$

$-٤ + \left[\frac{\cancel{٢}\text{س}^٢}{\cancel{٢}}\right]_{٥}^{٤}$

$-٤ + (٤^٢ - ٥^٢)$

$-٤ + ١٦ - ٢٥ = -١٣$

٢) إذا كان $\int_{-1}^{2} \frac{\text{ل}(\text{س})}{2}\,\text{ءس} = 3$، $\int_{2}^{-1} (\text{هـ}(\text{س}) + 1)\,\text{ءس} = 5$، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\int_{2}^{-1} \text{هـ}(\text{س})\,\text{ءس}$

ب) $\int_{-1}^{2} (3\text{هـ}(\text{س}) - 2\text{س} + 3\text{ل}(\text{س}))\,\text{ءس}$

الحل

أ) $\int_{2}^{-1} \text{هـ}(\text{س}) \cdot \text{ءس}$

$$\int_{2}^{-1} (\text{هـ}(\text{س}) + 1)\,\text{ءس} = 5$$

$$\int_{2}^{-1} \text{هـ}(\text{س})\,\text{ءس} + \int_{2}^{-1} 1 \cdot \text{ءس} = 5$$

$$\int_{2}^{-1} \text{هـ}(\text{س})\,\text{ءس} + 1(-1-2) = 5$$

$$\int_{2}^{-1} \text{هـ}(\text{س})\,\text{ءس} + -3 = 5$$

$$\int_{2}^{-1} \text{هـ}(\text{س})\,\text{ءس} = 8.$$

ب) $\int_{-1}^{2} (3\text{هـ}(\text{س}) - 2\text{س} + 3\text{ل}(\text{س}))\,\text{ءس}$

$$3\int_{-1}^{2} \text{هـ}(\text{س})\,\text{ءس} - \int_{-1}^{2} 2\text{س} \cdot \text{ءس} + 3\int_{-1}^{2} \text{ل}(\text{س})\,\text{ءس}$$

$$3 \times -8 - [\text{س}^2]_{-1}^{2} + 3 \times 6$$

$$-24 - (4-1) + 18$$

$$-24 - 3 + 18 = -27 + 18 = -9.$$

$$\int_{-1}^{2} \frac{\text{ل}(\text{س})}{2}\,\text{ءس} = 3 \Leftarrow \frac{1}{2}\int_{-1}^{2} \text{ل}(\text{س}) \cdot \text{ءس} = 3$$

$$\Leftarrow \int_{-1}^{2} \text{ل}(\text{س}) \cdot \text{ءس} = 6$$

٣) إذا كان $\int_{أ-١}^{٥أ+٧}$ ق(س) دس = ٠، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

أ − ١ = ٥أ + ٧
−أ   −أ

−١ = ٤أ + ٧
−٧   −٧

$\frac{٤أ}{٤} = \frac{-٨}{٤}$ ⇐

$\boxed{أ = -٢}$

---

٤) إذا كان $\int_{٣}^{م}$ (٢ − ٤س) دس = ٠، فجد قيمة الثابت م.

الحل

$[٢س - \frac{٤س^٢}{٢}]_{٣}^{م}$ = صفر

$[٢س - ٢س^٢]_{٣}^{م}$ = صفر

٢م − ٢م² − (٢×٣ − ٢×٣²) = صفر

٢م − ٢م² − (٦ − ١٨) = صفر

٢م − ٢م² − −١٢ = صفر

(−٢م² + ٢م + ١٢ = صفر) نقسم على −٢

م² − م − ٦ = صفر

(م − ٣)(م + ٢) = صفر

م − ٣ = صفر ⇐ م = ٣
+٣   +٣

م + ٢ = صفر ⇐ م = −٢ .
−٢   −٢

---

٥) إذا كان $\int_{٤}^{١} (٣ق(س) - ٥)\, ءس = ٩$، فجد قيمة التكامل الآتي:

$$\int_{١}^{٤} (٢ق(س) + ١)\, ءس$$

الحل

$$\int_{٤}^{١} (٣ق(س) - ٥)\, ءس = ٩ \Leftarrow$$

$$٣\int_{٤}^{١} ق(س)\, ءس - \int_{٤}^{١} ٥\, ءس = ٩$$

$$٣\int_{٤}^{١} ق(س)\, ءس - ٥(١ - ٤) = ٩$$

$$٣\int_{٤}^{١} ق(س)\, ءس - ٥ \times -٣ = ٩$$

$$٣\int_{٤}^{١} ق(س)\, ءس + ١٥ = ٩$$

$$-١٥ \qquad -١٥$$

$$\frac{٣}{٣}\int_{٤}^{١} ق(س)\, ءس = \frac{-٦}{٣}$$

$$\int_{٤}^{١} ق(س)\, ءس = -٢$$

$$\int_{١}^{٤} (٢ق(س) + ١)\, ءس =$$

$$٢\int_{١}^{٤} ق(س)\, ءس + \int_{١}^{٤} ١\, ءس .$$

$$٢ \times ٢ \quad + \quad ١(٤ - ١)$$

$$٤ \quad + \quad ٣ = ٧$$

٦) إذا كان $\int^{ل} (٢س - ١)\, ءس = ٦$، فجد قيمة الثابت ل.

الحل

$\int_{٠}^{ل} (٢س - ١)\, ءس = ٦$

$[س^{٢} - س]_{٠}^{ل} = ٦$

$ل^{٢} - ل = ٦$

$ل^{٢} - ل - ٦ = صفر$

$(ل - ٣)(ل + ٢) = صفر$

$ل - ٣ = صفر \quad (+٣) \Leftarrow ل = ٣$

$ل + ٢ = صفر \quad (-٢) \Leftarrow ل = -٢$