

إجابات الأسئلة التكامل المحدود

السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

$$\begin{aligned} \text{(أ)} & \int_1^6 2 - \sqrt{x} \, dx \\ \text{(ب)} & \int_8^1 \frac{1}{\sqrt[3]{8x}} \, dx \\ \text{(ج)} & \int_0^6 (2x^2 + 8x^3 - 5x^4 + 7) \, dx \\ \text{(د)} & \int_{-2}^2 (3x^2 - 2)(x + 1) \, dx \end{aligned}$$

الحل :

$$\text{(أ)} \int_1^6 2 - \sqrt{x} \, dx = 2x - \frac{2}{3}x^{3/2} \Big|_1^6 = 10 - 5 \times 2 - (1 - 6) = 10 - 10 + 5 = 5$$

$$\text{(ب)} \int_8^1 \frac{1}{\sqrt[3]{8x}} \, dx = \int_8^1 \frac{1}{2\sqrt[3]{x}} \, dx = \frac{1}{2} \int_8^1 x^{-1/3} \, dx = \frac{1}{2} \left[\frac{3}{2} x^{2/3} \right]_8^1 = \frac{3}{4} \left[1 - 2 \right] = -\frac{3}{4}$$

$$\text{(ج)} \int_0^6 (2x^2 + 8x^3 - 5x^4 + 7) \, dx = \left[\frac{2}{3}x^3 + 2x^4 - x^5 + 7x \right]_0^6 = \frac{2}{3}(216) + 2(1296) - (7776) + 42 = 144 + 2592 - 7776 + 42 = -5000$$

$$\text{(د)} \int_{-2}^2 (3x^2 - 2)(x + 1) \, dx = \int_{-2}^2 (3x^3 + 3x^2 - 2x - 2) \, dx = \left[\frac{3}{4}x^4 + x^3 - x^2 - 2x \right]_{-2}^2 = \left(\frac{3}{4}(16) + 8 - 4 - 4 \right) - \left(\frac{3}{4}(16) - 8 - 4 + 4 \right) = (12 + 0) - (12 + 0) = 0$$

$$(ج) \int_0^2 (2s^2 + 8s^3 - 5s^4 + 7) ds = (2s^3 + 2s^4 - s^5 + 7s) \Big|_0^2 =$$

$$18 = 14 + 32 - 32 + 4 = (2) \cdot 7 + (2) - (2) \cdot 2 + (2) =$$

$$(د) \int_0^2 (2 - s + 3s^2) ds = \int_0^2 (2 - s + 3s^2) ds = \int_0^2 (1 + s) (2 - s) ds =$$

$$(2 - s) \times 2 - \frac{(2-s)^2}{2} + 3(2-s) = \left[(2-s)^2 - \frac{(2-s)^2}{2} + 3(2-s) \right]_0^2 =$$

$$8 = 2 - 6 = (4 + 2 + 8) - (4 - 2 + 8) =$$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السؤال الثاني

$$\text{إذا كان } \int_1^m 4 ds = 20, \text{ فجد قيمة الثابت } m.$$

الحل :

$$4 = m \leq 5 = 1 + m \leq 20 = (1 + m) 4 \leq 20 = (1 - m) 4$$

السؤال الثالث

إذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة [1, 5] ، وكان ق(س) = 2س + 1 ، فجد قيمة ق(5) - ق(1)

الحل :

$$\int_1^5 (2s + 1) ds = \left[s^2 + s \right]_1^5 = (25 + 5) - (1 + 1) = 28$$

$$28 = 2 - 30 = (1 + 21) - (5 + 25) = \left[(2s + 1) ds \right]_1^5 =$$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds$.

الحل :

$$\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds = \left[2s^2 - \frac{2}{3}s^3 + 3s \right]_2^2$$

$$= \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) - \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) = 0$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_a^a f(x) dx = 0$.

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

(أ) $\int_1^2 (4 - 2s^2) ds$

(ب) $\int_1^2 (3 - s^2) ds$

(ج) $\int_1^2 \frac{s^2 + 2s - 1}{s - 1} ds$

الحل :

(أ) $\int_1^2 (4 - 2s^2) ds = \left[4s - \frac{2}{3}s^3 \right]_1^2 = \left(4(2) - \frac{2}{3}(2)^3 \right) - \left(4(1) - \frac{2}{3}(1)^3 \right) = \left(8 - \frac{16}{3} \right) - \left(4 - \frac{2}{3} \right) = \frac{24 - 16 - 12 + 2}{3} = \frac{2}{3}$

(ب) $\int_1^2 (3 - s^2) ds = \left[3s - \frac{1}{3}s^3 \right]_1^2 = \left(3(2) - \frac{1}{3}(2)^3 \right) - \left(3(1) - \frac{1}{3}(1)^3 \right) = \left(6 - \frac{8}{3} \right) - \left(3 - \frac{1}{3} \right) = \frac{18 - 8 - 9 + 1}{3} = \frac{2}{3}$

(ج) $\int_1^2 \frac{s^2 + 2s - 1}{s - 1} ds = \int_1^2 \left(s + 3 + \frac{2}{s-1} \right) ds = \left[\frac{1}{2}s^2 + 3s + 2 \ln|s-1| \right]_1^2 = \left(\frac{1}{2}(2)^2 + 3(2) + 2 \ln|2-1| \right) - \left(\frac{1}{2}(1)^2 + 3(1) + 2 \ln|1-1| \right) = \left(2 + 6 + 2 \ln 1 \right) - \left(\frac{1}{2} + 3 + 2 \ln 0 \right) = 8 - \frac{1}{2} - 2 \ln 0 = \frac{15}{2} - 2 \ln 0$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

$$(ب) \int_1^{-1} (3 - 2s)^2 ds = \int_1^{-1} (9 + 4s^2 - 12s) ds = \int_1^{-1} (9 + 4s^2 - 12s) ds$$

$$(1 \times 9 + 4 \times 1^2 - 12 \times 1) - (1 \times 9 + 4 \times (-1)^2 - 12 \times (-1)) = \frac{62}{3} - (18 - \frac{4}{3} - 12) = \frac{62}{3} - (15 - \frac{4}{3}) = \frac{62}{3} - 15 + \frac{4}{3} = \frac{62 - 45 + 4}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

$$(ج) \int_1^{-1} \frac{7 - 6s + 2s^2}{1 - s} ds = \int_1^{-1} \frac{(7 + 2s)(1 - s)}{1 - s} ds = \int_1^{-1} (7 + 2s) ds$$

$$12 - (14 - 2) = 0 = \int_1^{-1} (7 + \frac{2s}{2}) ds =$$