

إجابات أسئلة الدرس

القيم القصوى

(١) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي:

أ) $f(x) = x^3 - 3x + 1$

ب) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$

ج) $f(x) = x^2 + 4$

د) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$

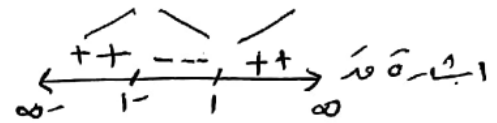
الحل

أ) $f(x) = x^3 - 3x + 1$

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$x = 1 \Rightarrow f(1) = -1$



عند $x = 1$ هي عظمى محلية هي

$f(1) = 1 - 3 + 1 = -1$

عند $x = -1$ هي صغرى محلية هي

$f(-1) = -1 + 3 - 1 = 1$

(ب) ل (س) = ٤س^٣ - ٦س^٢ + ٢

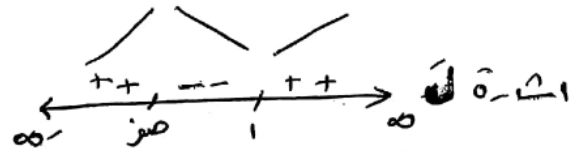
ل (س) = ١٢س - ١٢س^٢ + ١٢

١٢س - ١٢س^٢ = صفر

١٢س (١ - س) = صفر

$\frac{١٢س}{١٢} = \frac{صفر}{١٢} \Rightarrow$ س = صفر

س - ١ = صفر \Rightarrow س = ١



عند س = صفر يتجه على طرفه هي ل (٠) = ٢

عند س = ١ يتجه صفرى عليه هي

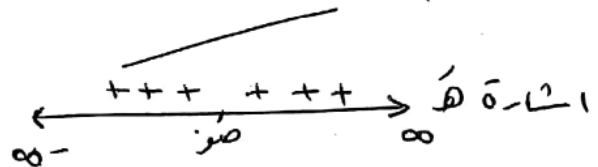
ل (١) = ٤ - ٦ + ٢ = ٠

صفر = ٢ + ٢ - ٤ = ٠

(ج) ه (س) = ٤س^٣ + ٤

ه (س) = ٣س^٢

$\frac{٣س^٢}{٣} = \frac{صفر}{٣} \Rightarrow$ س = صفر



اللاقرانه ه (س) قترابه على (-∞, ∞) لا يوجد قيم صفرى

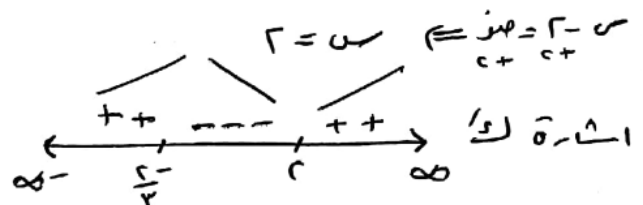
(د) ل (س) = ٣س^٢ - ٤س + ٨

ل (س) = ٣س^٢ - ٤س - ٤

٣س^٢ - ٤س - ٤ = صفر

(٣س + ٢)(س - ٢) = صفر

$\frac{٣س + ٢}{٣} = \frac{صفر}{٣} \Rightarrow$ س = -٢/٣



عند $s = \frac{2}{3}$ قيمة c هي

$$8 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$8 + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} =$$

$$\frac{207}{27} = \frac{217}{27} + \frac{10}{27} + \frac{10}{27} - \frac{8}{27} =$$

عند $s = 2$ قيمة c هي (2)

$$8 + 2 \times 4 - 2^3 = (2)^4$$

$$c = 8 + 8 - 8 - 8 =$$

٢) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي باستخدام اختبار المشتقة الثانية:

أ) $c(s) = s^2 - 8$

ب) $c(s) = s^2 + 4$

ج) $c(s) = 2s^2 - 6s$

الحل

أ) $c'(s) = 2s - 8 = 0$

$s = 4$

$c''(s) = 2 > 0$ عند $s = 4$

$c(4) = 16 - 8 = 8$

ب) $c'(s) = 2s = 0$ عند $s = 0$

$c''(s) = 2 > 0$ عند $s = 0$

$c(0) = 0 + 4 = 4$

$c(0) = 4$

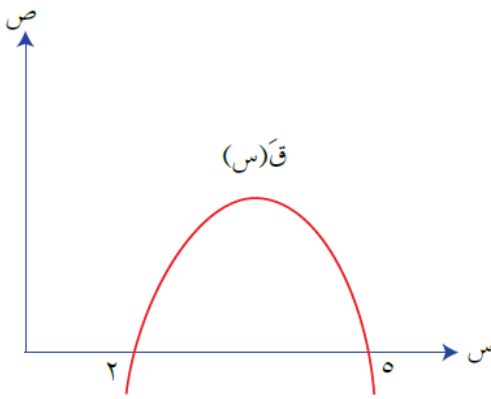
ج) $c'(s) = 4s - 6 = 0$

$s = \frac{3}{2}$

د) $c'(s) = 4s - 6 = 0$ عند $s = \frac{3}{2}$ هي $c(\frac{3}{2}) = 9 - 9 = 0$

$$\begin{aligned} \text{ج) عند } s=2 &= 6 - 2^2 = 2 \\ \text{عند } s=3 &= 6 - 3^2 = -3 \\ \frac{7}{6} &= \frac{6-s}{6} \Leftrightarrow 6-s = 6 \cdot \frac{7}{6} \\ s=2 &= 6 - 2^2 = 2 \\ \text{عند } s=1 &= 6 - 1^2 = 5 \\ \text{عند } s=12 &= 6 - 12^2 = -138 \\ \text{عند } s=1 &= 6 - 1^2 = 5 \\ \text{عند } s=1 &= 6 - 1^2 = 5 \\ \text{عند } s=1 &= 6 - 1^2 = 5 \end{aligned}$$

٣) اعتماداً على الشكل (٣-١٢) الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتزان ق، حيث



الشكل (٣-١٢).

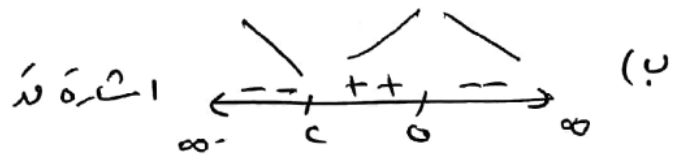
ق(٢) = ق(٥) = ٥ = صفرًا، جد كلاً مما يأتي:

- أ) قيم س الحرجة للاقتزان ق.
ب) فترات التزايد والتناقص للاقتزان ق.
ج) نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق مُحدِّدًا نوعها.

الحل

أصفار المشتقة الأولى

هـ { ٢ ، ٥ } وهي التقاطح الحرجة



ج) [٢، ٥] تناقص

د) [٥، ٢] تزايد

هـ) عند س = ٣ هي قيمة ص

و) عند س = ٥ هي قيمة ص

٤) إذا كان للاقتران ق(س) = ٣س - ٢أس + ٤ قيمة حرجة عندما س = ٢، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

$$\text{وه } (س) = ٣س - ٢أس + ٤$$

$$\text{قيمة حرجة عند } س = ٢ \Rightarrow \text{و } (٢) = ٤$$

$$\text{و } (س) = ٣س - ٢أس + ٤$$

$$\text{و } (٢) = ٣ \times ٢ - ٢ \times ٢ \times ٢ + ٤$$

$$\text{هنا } ٤ = ١٢ - ٨ + ٤$$

$$\boxed{١٢ = ٢} \quad ١ - ٨ (٢ - = ١٢ -)$$