

إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

إذا كان $q(s) = 3 + 4s$ ، فجد $q'(2)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$q(s) = 3 + 4s$$

$$مُد (2) = \frac{q(2) - q(1)}{2 - 1} = \frac{(3 + 4 \cdot 2) - (3 + 4 \cdot 1)}{2 - 1}$$

$$= \frac{(3 + 8) - (3 + 4)}{2 - 1} = \frac{11 - 7}{2 - 1}$$

$$= \frac{4}{2 - 1} = 4$$

$$= \frac{4}{1} = 4$$

$$4 = 4 \quad \text{لذا} \quad q'(2) = 4$$

تدريب ٢

إذا كان $q(s) = 3s^2 - 2s - 3$ ، فجد $q'(s)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$h(s) = 3s^2 - 2s - 3$$

$$h'(s) = \frac{h(s+h) - h(s)}{h} = \frac{(3(s+h)^2 - 2(s+h) - 3) - (3s^2 - 2s - 3)}{h}$$

$$= \frac{(3(s^2 + 2sh + h^2) - 2s - 2h - 3) - (3s^2 - 2s - 3)}{h} = \frac{3s^2 + 6sh + 3h^2 - 2s - 2h - 3 - 3s^2 + 2s + 3}{h}$$

$$= \frac{6sh + 3h^2 - 2h}{h} = \frac{6s + 3h - 2}{1}$$

$$= 6s + 3h - 2$$

$$= \frac{(3+2h)(3-2h) - 2}{h} = \frac{9 - 4h^2 - 2}{h} = \frac{7 - 4h^2}{h}$$

$$= 7 - 4h^2 = 7 - 4 \times 0 = 7$$

تدريب ٣

إذا كان $q(s) = 3s^3$ ، فجد $q'(s)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$h(s) = 3s^3$$

$$h'(s) = \frac{h(s+h) - h(s)}{h} = \frac{3(s+h)^3 - 3s^3}{h} = \frac{3(s^3 + 3s^2h + 3sh^2 + h^3) - 3s^3}{h}$$

$$= \frac{3s^3 + 9s^2h + 9sh^2 + 3h^3 - 3s^3}{h} = \frac{9s^2h + 9sh^2 + 3h^3}{h}$$

$$= \frac{9s^2 + 9sh + 3h^2}{1} = 9s^2 + 9sh + 3h^2$$

$$= 9s^2 + 9s \times 0 + 3 \times 0^2 = 9s^2$$

$$= 9s^2 = 9 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81$$

تدريب ٤

إذا كان $q(s) = \sqrt{2s}$ ، $s < 0$ ، فجد $q'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة، ثم جد $q'(1)$.
الحل:



$$h(s) = \sqrt{2s}$$

$$h'(s) = \frac{h(s) - h(s-h)}{s-h} = \frac{\sqrt{2s} - \sqrt{2(s-h)}}{s-h}$$

$$= \frac{\sqrt{2s} + \sqrt{2(s-h)}}{\sqrt{2s} + \sqrt{2(s-h)}} \times \frac{\sqrt{2s} - \sqrt{2(s-h)}}{s-h}$$

$$= \frac{s - (s-h)}{(s-h)(\sqrt{2s} + \sqrt{2(s-h)})} = \frac{h}{(s-h)(\sqrt{2s} + \sqrt{2(s-h)})}$$

$$h'(s) = \frac{h}{(s-h)(\sqrt{2s} + \sqrt{2(s-h)})} = \frac{1}{\sqrt{2s}}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = (1)$$



تدريب ٥

إذا كان $q(s) = \frac{1}{s^3-1}$ ، $s \neq 1$ ، فجد $q'(s)$ باستخدام التعريف، ثم جد $q'(1/2)$.
الحل:



$$h(s) = \frac{1}{s^3-1}$$

$$h'(s) = \frac{h(s) - h(s-h)}{s-h} = \frac{\frac{1}{s^3-1} - \frac{1}{(s-h)^3-1}}{s-h}$$

$$= \frac{\frac{(s-h)^3-1}{(s-h)^3-1} - \frac{s^3-1}{(s-h)^3-1}}{(s-h)((s-h)^3-1)} = \frac{\frac{1}{(s-h)^3-1} - \frac{1}{s^3-1}}{(s-h)((s-h)^3-1)}$$

$$= \frac{(s-h)^3-1}{(s-h)((s-h)^3-1)(s^3-1)} = \frac{s^3-1}{(s-h)((s-h)^3-1)(s^3-1)}$$

$$= \frac{s^3-1}{(s-h)((s-h)^3-1)(s^3-1)}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-4)^3}{(x-4)(x^2-1)(x^3-1)} \\
 &= \frac{x^3}{(x^3-1)(x^3-1)} \\
 &= \frac{x^3}{\left(\frac{1}{x}-1\right)} = \frac{x^3}{\left(\frac{1}{x} \times x^3 - 1\right)} = \left(\frac{1}{x}\right) \times 3 \\
 &12 = 4 \times 3 = \frac{1}{4} \div 3 = \frac{3}{\frac{1}{4}} =
 \end{aligned}$$