

مسألة اليوم

التكامل بالتعويض

يمثل الاقتران $C(t)$ تركيز دواء في الدم بعد t ساعة من حقنه في جسم حيث C مقيسة بالمليغرام لكل سنتيمتر مكعب (mg/cm^3). إذا كان تركيز الدواء في دم المريض يتغير بمعدل $C'(t) = 0.3t^2 + 16$ ، فأجد مقدار التغير في تركيز الدواء بالدم خلال الساعات الثلاث الأولى التي تلت حقنه في جسم المريض.

أولاً نجد تكامل الاقتران:

$$C(t) = \int (0.3t^2 + 16) dt = t^2 + 16t + K \Rightarrow \frac{dC}{dt} = 2t \Rightarrow dt = \frac{dC}{2t} \\ C(t) = \int 0.3t^2 + 16 dt = \int 0.3t \times \frac{dC}{2t} = 0.15 \int dC - 12 \int \frac{dC}{C} = 0.15C - 12 \ln C = 2t^2 + 16t + K$$

بما أن مقدار تركيز الدواء في الدم في البداية هي 0، إذن $C(0) = 0$ ومنه:

$$C(t) = 2t^2 + 16t + K \quad C(0) = 2 \cdot 0^2 + 16 \cdot 0 + K = 0 \Rightarrow K = -8 \\ C(t) = 2t^2 + 16t - 8 \quad C(3) = 2(3)^2 + 16(3) - 8 = 2 \cdot 9 + 48 - 8 = 60$$

مقدار التغير في تركيز الدواء في الجسم خلال الساعات الثلاث الأولى من حقنه هو $2 \text{mg}/\text{cm}^2$