

مهارات التفكير العليا

التكامل بالأجزاء

(37) تبرير: أثبت أن: $\int \ln \frac{1}{23x^2} dx = 9 \ln 1/23x^2 - 215722x + 6$.

$$2x | \ln \frac{1}{23x^2} - \int \frac{1}{23x^2} dx = 13x^3 \ln 2x dv = x^2 dx du = 1x dx v = 13x^3 \int \frac{1}{23x^2} \ln u = \ln$$

$$6 - 215726 - 3 + 172 = 9 \ln 2x | \ln \frac{1}{23x^2} - 19x^3 | \ln \frac{1}{23x^2} = 9 \ln 313x^2 dx = 13x^3 \ln$$

(38) تبرير: أثبت أن: $\int \sin \frac{\pi}{4x} \sin 5x dx = \pi - 2165x$.

$$2x - 116 \sin 8x dx du = dx v = 14 \sin 2x - \cos 3x dx = 12 (\cos 5x \sin u = x dv = \sin$$

$$2x - 118x) |_{0\pi}^4 - \int_{0\pi}^4 (14 \sin 2x - 116 \sin 3x) dx = x (14 \sin 5x \sin 8x |_{0\pi}^4 \sin$$

$$8x) |_{0\pi}^4 + 2x + 1128 \cos 8x |_{0\pi}^4 - (-18 \cos 2x - 116 \sin 8x) dx = x (14 \sin 6 \sin$$

$$= \pi^4 (14) + 0 - 1128 - 18 + 1128 = \pi - 216$$

(39) تبرير: إذا كان: $\int_0^a x e^{x/2} dx = 6$, فأثبت أن a يحقق المعادلة: $x = 2 + e^{-x/2}$.

$$u = x dv = e^{12-x} dx du = dx v = 2e^{12x} \int_0^a x e^{12x} dx = 2x e^{12x} |_{0a} - \int_0^a 2e^{12x}$$

$$x dx = 2x e^{12x} |_{0a} - 4e^{12x} |_{0a} = 2ae^{12a} - 4e^{12a} + 4 \Rightarrow 2ae^{12a} - 4e^{12a} + 4 =$$

$$62ae^{12-a} = 4e^{12-a} + 2$$

بقسمة طرفي المعادلة على $2e^{12a}$ نحصل على:

$$a = 2 + e^{-12a}$$

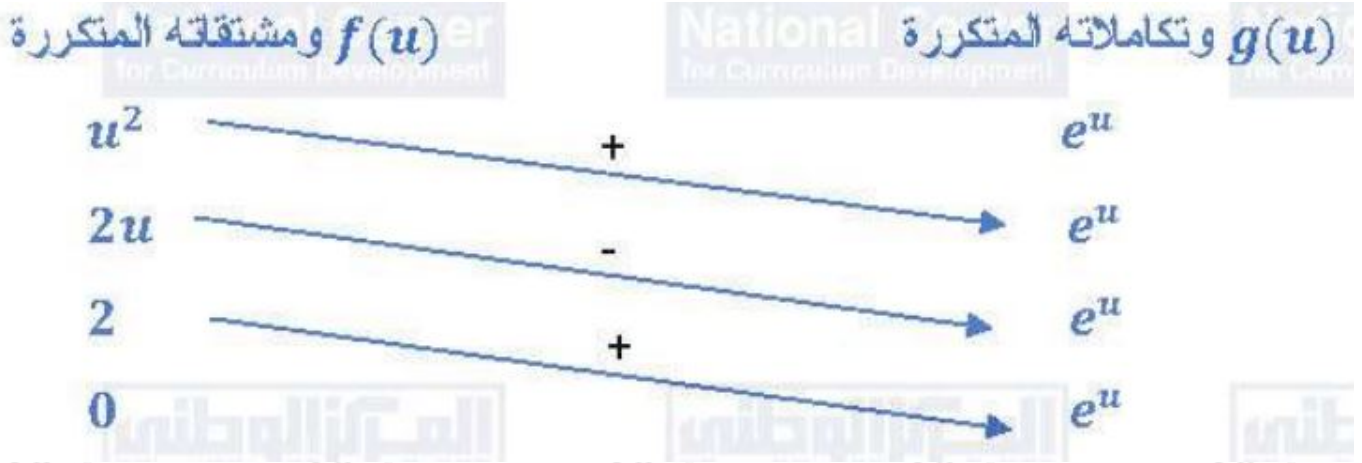
لذا فإن a يحقق المعادلة $x = 2 + e^{-x^2}$

(40) تبرير: أجد: $\int (\ln x)^2 dx$ بطريقتين مختلفتين، مبرراً إجابتي.

الطريقة الأولى بالتعويض:

$$x^2 dx = \int u^2 x du = \int u^2 e u du x \Rightarrow du dx = 1x \Rightarrow dx = x du, x = eu \int (\ln u = \ln$$

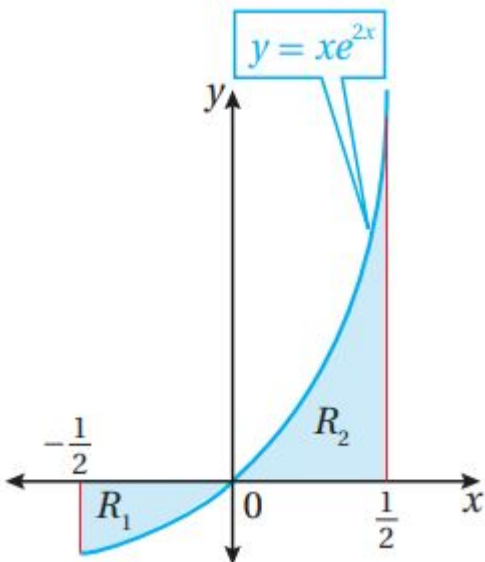
بالأجزاء مرتين، نستخدم الجدول:



$$\int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + C$$

الطريقة الثانية: بالأجزاء مباشرة:

$$\int x^2 \ln x dx = \int x^2 \cdot \ln x dx = x^2 \ln x - \int 2x \ln x dx = x^2 \ln x - 2 \int x \ln x dx = x^2 \ln x - 2 \left(\frac{x^2}{2} \ln x - \int x dx \right) = x^2 \ln x - x^2 \ln x + \int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$



تبرير: إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران: $y = xe^{2x}$ حيث: $x \leq -\frac{1}{2}$ أو $x \geq \frac{1}{2}$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:

(41) أجد مساحة كل من المنطقة R_1 ، والمنطقة R_2 .

$$A_1 = -\int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}} xe^{2x} dx, A_2 = \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} xe^{2x} dx$$

نجد التكامل غير المحدود $\int xe^{2x} dx$ بالأجزاء:

$$u = x, dv = e^{2x} \Rightarrow du = dx, v = \frac{1}{2}e^{2x} \Rightarrow \int xe^{2x} dx = \frac{1}{2}xe^{2x} - \int \frac{1}{2}e^{2x} dx = \frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C$$

$$x - 14e^{2x} + C = 14e^{2x}(2x - 1) + C \Rightarrow A(R1) = -14e^{2x}(2x - 1) \Big|_{120} = 14 - 12e$$

$$= e - 24e \quad A(R2) = 14e^{2x}(2x - 1) \Big|_{012} = 0 + 14 = 14$$

(42) أثبت أن مساحة المنطقة R1 إلى مساحة المنطقة R2 تساوي (e-2):e.

$$A(R1)A(R2) = e - 24e \quad 14 = e - 2e \quad A(R1):A(R2) = (e - 2):e$$

تحد: استعمل التكامل بالأجزاء لإثبات كل مما يأتي، حيث: n عدد صحيح موجب،
و a ≠ 0:

$$(x) + C \quad (43) \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (-1 + (n+1) \ln x) \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int x^{n+1} dx = \frac{x^{n+2}}{n+2} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$(x) + C \quad (44) \quad \int x^n e^{ax} dx = \frac{x^{n+1} e^{ax}}{a} - \frac{n}{a} \int x^n e^{ax} dx$$

$$u = x^n \quad dv = e^{ax} dx \quad du = nx^{n-1} dx \quad v = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$\int x^n e^{ax} dx = \frac{x^{n+1} e^{ax}}{a} - \frac{n}{a} \int x^n e^{ax} dx$$