

(42) أبين أن للمنطقة R_1 والمنطقة R_2 المساحة نفسها.

من حل السؤال السابق نجد أن:

$$\int_0^{\pi/2} (3\cos x + \sin x) dx = \int_0^{\pi/2} (3\cos x + \sin x) dx = 42 \Rightarrow A(R_1) = A(R_2)$$

(43) تحدد: أجد قيمة $\int_0^1 (16x^3 + x^4) dx$.

$$u = 1 + x^3 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2} = \frac{du}{3(u-1)^{2/3}} \\ \int_0^1 (16x^3 + x^4) dx = \int_1^8 (16(u-1) + (u-1)^2) \frac{du}{3(u-1)^{2/3}} = \frac{1}{3} \int_1^8 (16(u-1)^{1/3} + (u-1)^{2/3}) du \\ = \frac{1}{3} \left[\frac{3}{2} (u-1)^{5/3} + \frac{3}{3} (u-1)^{2/3} \right]_1^8 = \frac{1}{3} \left[\frac{3}{2} (7)^{5/3} + (7)^{2/3} - \frac{3}{2} (0)^{5/3} - (0)^{2/3} \right] = \frac{1}{3} \left[\frac{3}{2} (7)^{5/3} + (7)^{2/3} \right]$$

(44) تبرير: إذا كان f اقتراناً متصلاً، فأثبت أن: $\int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx = \int_0^{\pi/2} f(\cos x) dx$.

$$u = \pi - x \Rightarrow du = -dx \Rightarrow dx = -du \\ \int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx = \int_{\pi}^{\pi/2} f(\sin(\pi - u)) (-du) = \int_{\pi/2}^{\pi} f(\sin u) du \\ = \int_0^{\pi/2} f(\sin u) du = \int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx$$

(45) تبرير: إذا كان a, b عددين حقيقيين موجبين، فأثبت أن: $\int_0^1 x^a (1-x)^b dx = \int_0^1 x^b (1-x)^a dx$.

bbb

تحدد: أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(46) $\int_0^1 (\ln x) dx$

bbb

(47) $\int_0^{\pi/2} (\cos x \sin x - \cos^2 x) dx$

bbb

(48) $\int_0^1 (2x + \sin x) dx$

bbb