

## أتحقق من فهمي

### تكامل اقترانات خاصة

تكامل الاقتران الأسّي الطبيعي، واقتران الجيب، واقتران جيب التمام

أتحقق من فهمي صفحة (43):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (5x^2 + 7e^x) dx \quad (a)$$

$$\int (5x^2 + 7e^x) dx = \frac{5}{3}x^3 + 7e^x + C$$

$$\int (x + 4x^3) dx \quad (b)$$

$$\int (9\cos x - 2x^2 + C) dx = 9\sin x + \frac{4}{4}x^4 - 2x + C = 9\sin x + x^4 - 2x + C$$

$$\int (x^3 - \sin x) dx \quad (c)$$

$$\int (x^3 - \sin x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \cos x + C$$

تكامل الاقتران اللوغريتمي الطبيعي

أتحقق من فهمي صفحة (45):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (1 + 8e^x) dx \quad (a)$$

$$\int (1 + 8e^x) dx = x + 8e^x + C$$

$$\int (x - 5x) dx \quad (b)$$

$$\int (x - 5x) dx = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^2 + C = -2x^2 + C$$

$$\int (x^2 - 7x + 2x^2) dx \quad (c)$$

$$\int (x^2 - 7x + 2x^2) dx = \int (3x^2 - 7x) dx = x^3 - \frac{7}{2}x^2 + C$$

$$|x| - 1x + C - x - 1 + C = x - 7 \ln$$

تكامل اقترانات أساسية في صورة  $f(ax+b)$

أتحقق من فهمي صفحة (47):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(7x-5)6dx \text{ (a) } \int$$

$$7x-5)6dx = 17 \times 17(7x-5)7 + C = 149(7x-5)7 + C) \int$$

$$(2x+1)dx \text{ (b) } \int$$

$$2x+1)dx = \int (2x+1)12dx = 12 \times 23(2x+1)32 + C = 13(2x+1)32 + C) \int$$

$$((3x-7)dx \text{ (c) } \int 4\cos$$

$$(3x-7)+C(3x-7)+C = 43\sin(3x-7)dx = 13 \times 4\sin4\cos) \int$$

$$(5x+e^{2x})dx \text{ (d) } \int \sin$$

$$5x+12e^{2x}+C(5x+12e^{2x}+C = -15\cos(5x+e^{2x})dx = 15x - \cos\sin) \int$$

$$(6x^2-3e^{7x+1})dx \text{ (e) } \int$$

$$6x^2-3e^{7x+1})dx = 2x^3 - 37e^{7x+1} + C) \int$$

$$(53x+2)dx \text{ (f) } \int$$

$$|3x+2|+C(53x+2)dx = 53 \ln) \int$$

أتحقق من فهمي صفحة (49):

سكان: أشارت دراسة إلى أن عدد السكان في إحدى القرى يتغير سنوياً بمعدل يمكن نمذجته  $P'(t) = 105e^{0.03t}$ ، حيث  $t$  عدد السنوات منذ عام 2010 م، و  $P(t)$  عدد السكان. أجد عدد سكان القرية عام 2020 م، علماً بأن عدد سكانها عام 2010 م هو 3500 شخص.

أولاً نجد تكامل الاقتران  $P'(t)$

$$P(t) = \int 105e^{0.03t} dt = 1050.03e^{0.03t} + C = 3500e^{0.03t} + C$$

ثانياً، نجد ثابت التكامل  $C$ :

بما أن عدد سكان المدينة عام 2010 هو 3500 شخص إذن  $P(0) = 3500$

$$P(t) = 3500e^{0.03t} + C \quad P(0) = 3500e^0 + C = 3500 + C = 3500 \quad C = 0 \quad P(t) = 3500e^{0.03t}$$

ثالثاً، نجد سكان المدينة عام 2020 (أي بعد 10 سنوات):

$$P(10) = 3500e^{0.03(10)} \approx 4725$$

إذن، عدد سكان المدينة عام 2020 هو 4725 ساكناً.

تكامل اقترانات في صورة  $f(x)f'(x)$

أتحقق من فهمي صفحة (50):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(a)  $\int (2x+3x^2+3x) dx$

$$\int (2x+3x^2+3x) dx = \ln|x^2+3x| + C$$

(b)  $\int (9x^2x^3+8) dx$

$$\int (9x^2x^3+8) dx = \int 3(3x^2)x^3+8 dx = 3 \int 3x^2x^3+8 dx = 3 \ln|x^3+8| + C$$

(c)  $\int (x+14x^2+8x) dx$

$$\int (x+14x^2+8x) dx = \int 18(8x+8)4x^2+8 dx = 18 \int 8x+84x^2+8 dx = 18 \ln|2+8x| + C$$

(d)  $\int (e^{3x}e^{3x}+5) dx$

$$|e^{3x+5}| + Ce^{3x+5} = \int 13(3e^{3x})e^{3x+5} dx = 13 \ln |e^{3x+5}| + C$$

## التكاملات المحدودة للاقتوانات الخاصة

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (4e^{2x+7}) dx \quad (a)$$

$$\int 4e^{2x+7} dx = (2e^{2x+7}) \Big|_0^2 = (2e^{2(2)+7(2)}) - (2e^{2(0)+7(0)}) = 2e^4 - 2e^7$$

$$\int (0416x+1) dx \quad (b)$$

$$\int 0416x+1 dx = \int 04(6x+1) - 12 dx = 16 \times 2(6x+1) \Big|_0^4 = 136x+1 \Big|_0^4 = (1 \times 36(4)+1) - (1 \times 36(0)+1) = 43$$

$$\int (048xx^2+1) dx \quad (c)$$

$$\int (x^2+1) dx \Big|_0^4 = \int (048xx^2+1) dx = \int 044(2x)x^2+1 dx = 4 \int 04(2x)x^2+1 dx = 4 \ln |x^2+1| \Big|_0^4 = 4 \ln |(4)^2+1| - (4 \ln |4|)$$