إجابات كتاب التمارين

التكامل المحدود

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

(1510x−2dx (1∫

1510x−2dx=−10x−1|15=−10x|15=(−2)−(−10)=8∫

(2x3−4x+5)dx (2)02∫

2x3−4x+5)dx=(12x4−2x2+5x)|02=8−8+10=10)02∫

(14x3+2x2xdx (3∫

14x3+2x2xdx=∫14(x3x+2x2x)dx=∫14(x52+2x32)dx=(27x72+45x∫52)|14=(2567+1285)−(27+45)=2547+1245=213835

(x−3x)2dx (4)36∫

x−3x)2dx=∫36(x2−6+9x2)dx=∫36(x2−6+9x−2)dx=(13x3−6x)36∫−9x−1)|36=(13x3−6x−9x)|36=(72−36−32)−(9−18−3)=932

(x+3|−5)dx (5|)05∫

x+3|={−x−3,x<−3x+3,x≥−3∫05(|x+3|−5)dx=∫05(x+3−5)dx=∫0|5(x−2)dx=(12x2−2x)|05=(252−10)−(0−0)=52

(06x(6−x)dx (6∫

06x(6−x)dx=∫06(6x−x2)dx=(3x2−13x3)|06=(108−2163)−(0)=10∫83=36

(6x−12x4+3)dx (7)12∫

6x−12x4+3)dx=∫12(6x−12x−4+3)dx=(3x2+4x−3+3x)|12=(3)12∫x2+4x3+3x)|12=(12+12+6)−(3+4+3)=172

(2x−1|dx (8|07∫

2x−1|={−2x+1,x<122x−1,x≥12∫07|2x−1|dx=∫012(−2x+1)dx+∫1|27(2x−1)dx=(−x2+x)|012+(x2−x)|127=(−14+12)−(0)+(49−7)−(14−12)=852

(x|dx (9|34−∫

x|={−x,x<0x,x≥0∫−34|x|dx=∫−30−xdx+∫04xdx=−12x2|−30+12|x2|04=(0)−(−92)+(8)−(0)=252

(12x2+x3xdx (10∫

12x2+x3xdx=∫12(x2x+x3x)dx=∫12(x+x2)dx=(12x2+13x3)|12=(2∫+83)−(12+13)=32+73=236

(6x2−4x)dx (11)34∫

6x2−4x)dx=(2x3+2x2)|34=(128+32)−(54+18)=88)34∫

(1010x+1x2dx (12∫

1010x+1x2dx=0∫

إذا كان 6∫−2−=−2g(x)dx=5,∫−31f(x)dx=4,∫−32g(x)dx=−2−∫6، فأجد كلّا مما يأتي:

(22f(x)dx (13∫

22f(x)dx=0∫

(f(x)−5)dx (14)12∫

f(x)−5)dx=∫12f(x)dx−∫125dx=∫1−3f(x)dx+∫−32f(x)dx+∫12−5)12∫dx=−4+5+(−5x)|12=1+(−10)−(−5)=−4

(2f(x)+5g(x))dx (15−)32−∫

2f(x)+5g(x))dx=−2∫−32f(x)dx+5∫−32g(x)dx=−2(5)+5(−2)−)32−∫

$=-20$

$\int_{-3}^{2}(g(x)+2x)dx$ (16)

$\int_{-3}^{2}g(x)+2x)dx=\int_{-3}^{2}g(x)dx+\int_{-3}^{2}2xdx=-(-2)+(x2)|_{-3}^{2}=2+9-)\int_{-3}^{2}4=7$

$\int_{-3}^{2}(f(x)+g(x))dx$ (17)

$\int_{-3}^{2}f(x)+g(x))dx=\int_{-3}^{2}f(x)dx+\int_{-3}^{2}g(x)dx=-5+2=-3)\int_{-3}^{2}$

$\int_{-2}^{3}(4f(x)-3g(x))dx$ (18)

$\int_{-2}^{3}4f(x)-3g(x))dx=4\int_{-2}^{3}f(x)dx-3\int_{-2}^{3}g(x)dx=4(5)-3(-2)=26)\int_{-2}^{3}$

(19) إذا كان $f(x)=\{x2,x<28-x,x\geq2$، فأجد قيمة $\int_{-3}^{6}f(x)dx$.

$\int_{-3}^{6}f(x)dx=\int_{-3}^{2}f(x)dx+\int_{2}^{6}f(x)dx=\int_{-3}^{2}x2dx+\int_{2}^{6}(8-x)dx=(13x3)-\int|_{-3}^{2}+(8x-12x2)|_{2}^{6}=(83)-(-9)+(48-18)-(16-2)=833$

(20) سكان: أشارت دراسة إلى أن عدد السكان في إحدى القرى يتغير شهرياً بمعدل يمكن نمذجته بالاقتران: $P'(t)=5+3t2/3$، حيث t عدد الأشهر من الآن ، وP(t) عدد السكان، أجد مقدار الزيادة في عدد سكان القرية في الأشهر الثمانية القادمة.

$P(t)=\int_{0}^{8}(5+3t23)dt=(5t+95t53)|_{0}^{8}=(40+2885)-(0)=4885$

(21) إذا كان: $\int_{2}^{3}x2-a)dx=5)$، فأجد قيمة الثابت a.

$\int_{2}^{3}x2-a)dx=5(13x3-ax)|_{2}^{3}=5(9-3a)-(83-2a)=5173-\alpha=5a=23)$