

أتحقق من فهمي

التوزيع الهندسي

تجربة بيرنولي والتجربة الاحتمالية الهندسية

أتحقق من فهمي صفحة (72):

أبين إذا كانت التجربة العشوائية تُمثل تجربة احتمالية هندسية في كل مما يأتي:

(a) إلقاء رِيّان حجر نرد منتظما 4 مرات، ثم كتابة الأعداد الظاهرة.

نبحث في تحقق الشروط الأربعة:

- الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة لكن عدد المرات محدد (تم رمي النرد 4 مرات) ومستقلة (رمي حجر النرد في كل مرة لا يؤثر في نتيجة رميه في المرات الأخرى)، إذن الشرط الأول غير محقق.

- الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح أو فشل، هذا الشرط غير محقق.

- الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو هذا شرط محقق.

- الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح غير محقق، لأن رِيّان توقف بعد الرمية الرابعة بغض النظر عن النتائج التي حصل عليها في كل مرة، ولم يتوقف بعد أول نجاح. إذن، هذه التجربة العشوائية لا تمثل تجربة احتمالية هندسية.

(b) إلقاء حنان قطعة نقد منتظمة بشكل متكرر، ثم التوقف عند ظهور الصورة.

نبحث في تحقق الشروط الأربعة:

- الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة (تم إلقاء قطعة النقد 4 مرات) ومستقلة (إلقاء قطعة النقد في كل مرة لا يؤثر في نتيجة رميها في الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق.

- الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (ظهور صورة) أو فشل (عدم ظهور صورة) هذا الشرط محقق.

- الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 12، هذا شرط محقق.

- الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح محقق، لأن حنان توقفت بعد ظهور الصورة أول مرة.

إذن، هذه التجربة العشوائية تمثل تجربة احتمالية هندسية.

المتغير العشوائي الهندسي وتوزيعه الاحتمالي

أتحقق من فهمي صفحة (74):

إذا كان $X \sim \text{Geo}(0.4)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

(a) $P(X=2)$

$$P(X=2) = (0.4)(1-0.4)^{2-1} = (0.4)(0.6) = 0.24$$

(b) $P(X \leq 3)$

$$P(X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = (0.4)(1-0.4)^{1-1} + (0.4)(1-0.4)^{2-1} + (0.4)(1-0.4)^{3-1} = (0.4) + (0.4)(0.6) + (0.4)(0.6)^2 = 0.784$$

(c) $P(X > 4)$

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - (P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)) = 1 - ((0.4) + (0.4)(0.6) + (0.4)(0.6)^2 + (0.4)(0.6)^3) = 0.1296$$

أتحقق من فهمي صفحة (75):

صناعة: في دراسة لقسم الجودة في مصنع للأواني الفخارية، تبين أنّ في 10% من الأواني الفخارية عيباً مصنعياً. إذا مثل X عدد الأواني الفخارية التي سيفحصها مراقب الجودة حتى إيجاد أول إناء معيب، فأجد كلاً مما يأتي:



(a) احتمال أن يكون الإناء العاشر هو أول إناء معيب يجده مراقب الجودة.

$$P(X=10) = (0.1)(1-0.1)^{10-1} = (0.1)(0.9)^9 \approx 0.04$$

(b) احتمال أن يفحص مراقب الجودة أكثر من 3 أوان حتى إيجاد أول إناء معيب.

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - (P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)) = 1 - ((0.1) + (0.1)(0.9) + (0.1)(0.9)^2 + (0.1)(0.9)^3) = 0.6561$$

التوقع للمتغير العشوائي الهندسي

أتحقق من فهمي صفحة (76):



لعبة: قرر ريان إلقاء حجر نرد منتظم بشكل متكرر، والتوقف عند ظهور العدد 4. كم مرة يتوقع أن يرمي ريان حجر النرد؟

$$E(X) = 1/6 = 6$$

إذن، يتوقع أن يرمي ريان حجر النرد 6 مرات حتى يظهر العدد 4 أول مرة.