

## مهارات التفكير العليا

### قاعدة السلسلة

تبرير: إذا كان الاقتران:  $y = \ln(ax + b)$  ، حيث  $a$  و  $b$  ثابتان موجبان، وكان ميل المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة  $P$  هو 1 ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:

(42) أثبت أن الإحداثي  $x$  للنقطة  $P$  أقل من 1

$$y = \ln(ax + b) \Rightarrow dy/dx = a$$

$P$  ليكن إحداثيا هما  $(x_1, y_1)$ ، فيكون ميل المماس عند  $P$  هو:

$$dy/dx|_{x=x_1} = a \Rightarrow a x_1 + b = 1 \Rightarrow a = \frac{1 - b}{x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{1 - b}{a}$$

المقدار  $\frac{1 - b}{a}$  أقل من 1 ؛ لأن  $ba$  مقدار موجب كون  $a, b$  موجبين.

(43) أجد إحداثيي النقطة التي يكون عندها ميل المماس 12 ، علماً بأن  $P$  هي النقطة  $(0, 2)$ ، ثم أبرر إجابتي.

$$P(x_1, y_1) = (0, 2) \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow 1 - ba = 0 \Rightarrow b = a y_1 = \ln(ax_1 + b) \Rightarrow 2 = \ln(b) \Rightarrow b = e^2 \Rightarrow a = e^2$$

$a, b$  بتعويض قيمتي في قاعدة الاقتران ينتج أن:

$$y = \ln(e^2 x + e^2) = \ln e^2(x + 1) = \ln e^2 + \ln(x + 1) = 2 + \ln(x + 1)$$

$$12 = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x + 1} \Rightarrow x + 1 = \frac{1}{12} \Rightarrow x = -\frac{11}{12}$$

$$12 = \frac{dy}{dx} \Rightarrow x + 1 = \frac{1}{12}$$

$$x + 1 = \frac{1}{12} \Rightarrow x = -\frac{11}{12}$$

$$\text{إذن: } x = 1 \text{ و } y = 2 + \ln 2$$

12 النقطة التي يكون ميل المماس عندها هي  $(1, 2 + \ln 2)$ .

تبرير: يعطى منحنى بالمعادلة الوسيطة:  $x = t^2, y = 2t$  :

(44) أجد  $dy/dx$  بدلالة  $t$ .

$$dy/dt=2, dx/dt=2t \Rightarrow dy/dx = dy/dt \cdot dt/dx = 2/2t = 1/t$$

(45) أجد معادلة العمودي على المماس المنحنى عند النقطة  $(t^2, 2t)$ .

ميل المماس:

$$m = dy/dx = 1/t$$

ميل العمودي على المماس:

$$m = -1/t = -t$$

معادلة العمودي على المماس:

$$y - 2t = -t(x - t^2) \Rightarrow y = -tx + t^3 + 2t$$

(46) أثبت أن مساحة المثلث المكون من العمودي على المماس، والمحورين الإحداثيين، هي  $12|t(2+t^2)|$ .

لإيجاد المقطع للعمودي على المماس نضع  $y = 0$

$$0 = -tx + t^3 + 2t \Rightarrow x = t^3 + 2t/t = t^2 + 2$$

لإيجاد المقطع للعمودي على المماس نضع  $x = 0$

$$y = -t(0) + t^3 + 2t = t^3 + 2t$$

مساحة المثلث:

$$A = 1/2 |x_1 y_2 - x_2 y_1| = 1/2 |t^2 + 2 \cdot t^3 + 2t - 0| = 1/2 |t^2 + 2| |t(t^2 + 2)| = 1/2 |t(t^2 + 2)^2| = 12 |t(t^2 + 2)^2|$$