

مسألة اليوم

التكامل بالتعويض



$G(t)$ يمثل الاقتران الكتلة الحيوية لمجتمع أسماك في بحيرة بعد t سنة من بدء دراستها، حيث G مقيسة بالكيلوغرام. إذا كان معدل تغير الكتلة الحيوية للأسماك هو $G'(t)=60000e^{-0.6t}(1+5e^{-0.6t})^2$ مقيساً بوحدة (kg/year)، وكانت الكتلة الحيوية للأسماك عند بدء الدراسة هي 25000 kg، فأجد الكتلة الحيوية المتوقعة للأسماك بعد 20 سنة من بدء الدراسة.

أفرض أن:

$$\begin{aligned}
 u=1+5e^{-0.6t} \Rightarrow \frac{du}{dt} &= -3e^{-0.6t} \Rightarrow dt = \frac{du}{-3e^{-0.6t}} \\
 G(t) &= \int 60000e^{-0.6t} u^2 \times \frac{du}{-3e^{-0.6t}} \\
 &= \int -20000u^2 du = 20000 \left(\frac{u^3}{3} + C \right) \\
 G(t) &= 20000 \left(\frac{1}{3} + 5e^{-0.6t} + C \right) \\
 G(0) &= 20000 \left(\frac{1}{3} + 5 + C \right) = 25000 \\
 \Rightarrow C &= \frac{25000}{20000} - \frac{1}{3} - 5 = \frac{5}{20000} - \frac{1}{3} - 5 \\
 G(20) &= 20000 \left(\frac{1}{3} + 5e^{-12} + \frac{5}{20000} - \frac{1}{3} - 5 \right) \\
 &\approx 41666 \text{ kg}
 \end{aligned}$$