أتحقق من فهمي

العمليات على الأعداد المركبة

جمع الأعداد المركبة وطرحها

أتحقق من فهمي صفحة 156

أجد ناتج كلّ ممّا يأتي:

(a) $(7 + 8i) + (-9 + 14i)$

$(7+8i)+(-9+14i)=-2+22i$

(b) $(11 + 9i) - (4 - 6i)$

$(11+9i)-(4-6i)=7+15i$

ضرب الأعداد المركبة

أتحقق من فهمي صفحة 157

أجد ناتج كلّ ممّا يأتي، ثم أكتبه بالصورة القياسية:

(a) $-3i(4 - 5i)$

$-3i(4-5i)=-12i+15i2=-15-12i$

(b) $(5 + 4i)(7 - 4i)$

$(5+4i)(7-4i)=35-20i+28i-16i2=35+8i+16=51+8i$

(c) $(3 + 6i)2$

$(3+6i)2=9+36i+36i2=9+36i-36=-27+36i$

قسمة الأعداد المركبة

أتحقق من فهمي صفحة 158

أجد ناتج كلّ ممّا يأتي، ثم أكتبه بالصورة القياسية:

(a) $-4+3i1+i$

$-4+3i1+i=-4+3i1+i\times1-i1-i=-4+4i+3i-3i21-i2=-4+7i+31+1=-1+7i2=-12+72i$

(b) $2-6i-3i$

$2-6i-3i=2-6i-3i\times ii=2i-6i2-3i2=2i+63=2+23i$

(c) $7i4-4i$

$7i4-4i=7i4-4i\times4+4i4+4i=28i+28i216-16i2=28i-2816+16=28i-2832=-78+78i$

ضرب الأعداد المركبة المكتوبة بالصورة المثلثية وقسمتها

أتحقق من فهمي صفحة 160

أجد ناتج كلّ ممّا يأتي بالصورة المثلثية:

(a) $6(\cos \pi3+i\sin \pi3)\times2(\cos \pi6+i\sin \pi6)$

$6(\cos \pi3+i\sin \pi3)\times2(\cos \pi6+i\sin \pi6)=6\times2(\cos (\pi3+\pi6)+i\sin (\pi3+\pi6))=12(\cos \pi2+i\sin \pi2)$

(b) $6(\cos (-\pi3)+i\sin (-\pi3))\div2(\cos 5\pi6+i\sin 5\pi6)$

$6(\cos (-\pi3)+i\sin (-\pi3))\div2(\cos 5\pi6+i\sin 5\pi6)=62(\cos (-\pi3-5\pi6)+i\sin (-\pi3-5\pi6))=3(\cos (-7\pi6)+i\sin (-7\pi6))=3(\cos (-7\pi6+2\pi)+i\sin (-7\pi6+2\pi))=3(\cos 5\pi6+i\sin 5\pi6)$

الجذر التربيعي للعدد المركب

أتحقق من فهمي صفحة 161

أجد الجذرين التربيعيين لكل من الأعداد المركبة الآتية:

(a) $-5 - 12i$

−5−12i=x+iy→−5−12i=x2+2ixy+i2y2→−5−12i=x2−y2+2ixy→−5=x2−y2,−12=2xyy=−6xx2−y2=−5→x2−36x2=−5→x4+5x2−36=0→(x2+9)(x2−4)=0→x=±2

عندما $x = 2$ ، فإن $y = -3$ ، وعندما $x = -2$ ، فإن $y = 3$.

إذن الجذران التربيعيان للعدد المركب $-5 - 12i$ هما: $2 - 3i$, $-2 + 3i$

(b) $-9i$

−9i=x+iy→−9i=x2+2ixy+i2y2→−9i=x2−y2+2ixy→0=x2−y2,−9=2xyy=−92xx2−y2=0→x2−814x2=0→4x4−81=0→(2x2+9)(2x2−9)=0→x=±32

عندما $x = 32$ ، فإن $y = -32$ ، وعندما $x = -32$ ، فإن $y = 32$.

إذن الجذران التربيعيان للعدد المركب $-9i$ هما: $32 - 32i$, $-32 + 32i$

(c) −12+i32

−12+32i=x+iy→−12+32i=x2+2ixy+i2y2→−12+32i=x2−y2+2ixy→−12=x2−y2,32=2xyy=34xx2−y2=−12→x2−316x2=−12→16x4+8x2−3=0→(4x2−1)(4x2+3)=0→x=±12

عندما $x = 12$ ، فإن $y = 32$ ، وعندما $x = -12$ ، فإن $y = -32$.

إذن الجذران التربيعيان للعدد المركب $-5 - 12i$ هما: $12 + 32i$, $-12 - 32i$

الجذور المركبة لمعادلات كثيرات الحدود

أتحقق من فهمي صفحة 165

أجد جميع الجذور الحقيقية والجذور المركبة للمعادلة: $z^3 - z^2 - 7z + 15 = 0$

عوامل الحد الثابت هي: $\pm1, \pm3, \pm5, \pm15$

بالتعويض، نجد أن العدد 3- يحقق المعادلة؛ لأن: $(-3)^3 - (-3)^2 - 7(-3) + 15 = 0$

إذن ($z + 3$) هو أحد عوامل كثير الحدود، نجري عملية القسمة، فنجد أنّ:

$z^3-z^2-7z+15=(z+3)(z^2-4z+5)=0$ $z=-3, z=\frac{4\pm\sqrt{16-20}}{2}=2\pm i$

إذن لهذه المعادلة ثلاثة جذور هي:

إذن لهذه المعادلة ثلاثة جذور هي: -3 , $2 + i$, $2 - i$

أتحقق من فهمي صفحة 165

i - إذا كان: 2 هو أحد جذور المعادلة: $x^2 + ax + b = 0$، فأجد قيمة كل من a و b .

$x=2\pm i$ $x-2=\pm i$ $(x-2)^2=-1$ $x^2-4x+4=-1$ $x^2-4x+5=0$

بمقارنة هذه المعادلة مع المعادلة المعطاة ($x^2 + ax + b = 0$) نجد أنّ: $a = -4$, $b = 5$