

إجابات كتاب التمارين

المعدلات المرتبطة

cm^3/s ملء بالون بالهيليوم بمعدل 8 . أجد معدل تغير نصف قطر البالون في كل من الحالات الآتية:

(1) عندما يكون طول نصف قطره 12 cm .

المعطى: $dV/dt=8$

المطلوب: $dr/dt|_{r=12}$

$$V=4/3\pi r^3 \rightarrow dV/dt=4\pi r^2 dr/dt \rightarrow dV/dt|_{r=12}=576\pi dr/dt|_{r=12}=8 \rightarrow dr/dt|_{r=12}=8/576\pi=1/72\pi \text{ cm/s}$$

(2) عندما يكون حجمه 1435 cm^3 (أقرب إجابتي إلى أقرب جزء من مئة).

المطلوب: $dy/dt|_{V=1435}$

$$r=3\sqrt[4]{V\pi}=(3\sqrt[4]{V\pi})^3 dr/dt|_{r=12}=13(3\sqrt[4]{V\pi})^{-2} \times 34\pi dV/dt|_{r=12}=13(3(1435)^{1/4}\pi)^{-2} \times 34\pi \times 8=2\pi(43054\pi)^{-2} \times 34\pi \times 8=2\pi \times (4\pi 4305)^{-2} \times 34\pi \times 8 \approx 0.01 \text{ cm/s}$$

حل آخر:

cm^3 عندما يكون الحجم 1435 يكون طول نصف القطر $4\pi^3 \approx 7 \text{ cm}$

نستعمل العلاقة بين المعدلين من السؤال 1 السابق.

$$dV/dt=4\pi r^2 dr/dt \rightarrow dV/dt|_{r=7}=196\pi dr/dt|_{r=7}=8 \rightarrow dr/dt|_{r=7}=8/196\pi \approx 0.01 \text{ cm/s}$$

(3) إذا ملء مدّة 33.5 s .

$$t=33.5 \rightarrow V=8 \times 33.5=268 \text{ cm}^3$$

cm^3 عندما يكون الحجم 268 يكون طول نصف القطر $4\pi^3 \approx 4 \text{ cm}$

$$\rightarrow dV/dt|_{r=4} = 64\pi dr/dt|_{r=4} = 8 \rightarrow dr/dt|_{r=4} = 864\pi = 18\pi \approx 0.04 \text{ cm/s}$$

(4) تمثل المعادلة: $V = IR$ جهد الدارة الكهربائية (بالفولت) المبينة في الشكل المجاور، حيث I شدة التيار بالأمبير، و R المقاومة بالأوم. إذا كان جهد الدارة يزداد بمعدل 1 volt/sec ، وشدة التيار تقل بمعدل 13 amp/sec ، فأوجد معدل تغير R عندما $V = 12$ ، و $I = 2$.

$$V = IR \Rightarrow dV/dt = I dR/dt + R dI/dt$$

المعطى: $dV/dt = 1, dI/dt = -13$

عندما $V = 12, I = 2$ المطلوب: dR/dt

عندما $V = 12, I = 2$ ، فإن $R = 6$ بالتعويض في المعادلة أعلاه ينتج أن:

$$1 = 2 dR/dt + 6(-13) \rightarrow dR/dt = 1.5 \Omega/s$$