أتدرب وأحل المسائل

مشتقتا الضرب والقسمة

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) $f(x)=x(1+3x)5$

$f'(x)=x\times5(1+3x)4(3)+(1+3x)5(1)=(1+3x)4(18x+1)$

(2) $f(x)=x+3x+1$

$f'(x)=(x+1)(1)-(x+3)(1)(x+1)2=-2(x+1)2$

(3) $f(x)=(2x+1)5(3x+2)4$

$f'(x)=(2x+1)5\times4(3x+2)3(3)+(3x+2)4\times5(2x+1)4\times2=2(2x+1)4(3x+2)3(27x+16)$

(4) $f(x)=3x2(2x-1)2$

$f'(x)=(2x-1)2(6x)-(3x2)\times2(2x-1)(2)(2x-1)4=6(2x-1)(2x2-x-2x2)(2x-1)4=-6x(2x-1)3$

(5) $f(x)=6x5x+3$

$f'(x)=(5x+3)(6)-(6x)(525x+3)5x+3=30x+18-15x(5x+3)5x+3=15x+18(5x+3)5x+3$

(6) $f(x)=(4x-1)(x2-5)$

$f'(x)=(4x-1)(2x)+(x2-5)(4)=8x2-2x+4x2-20=12x2-2x-20$

(7) $f(x)=x2+62x-7$

$f'(x)=(2x-7)(2x)-(x2+6)(2)(2x-7)2=4x2-14x-2x2-12(2x-7)2=2x2-14x-12(2x-7)2$

(8) $f(x)=x1+x$

$f'(x)=(1+x)(1)-(x)(12x)(1+x)2=1+x-12x(1+x)2=1+12x(1+x)2$

(9) $f(x)=(x+1)x-1$

$f'(x)=(x+1)\times 12x-1+(x-1)(1)=x+12x-1+x-1=x+1+2x-22x-1=3x-12x-1$

(10) $f(x)=x5+2x-2x4$

$f'(x)=(1)(5+2x)-(x)(2)(5+2x)2-8x3=5(5+2x)2-8x3$

(11) $f(x)=5(x+2)2$

$f'(x)=(-5)(2)(x+2)(1)(x+2)4=-10(x+2)3$

(12) $f(x)=(x+2x)(x2-3)$

$f'(x)=(x+2x)(2x)+(x2-3)(1-2x2)=2x2+4+x2-3-2+6x2=3x2-1+6x2$

(13) $f(x)=(8x+x)(5x2+3)$

$f'(x)=(8x+x)(10x)+(5x2+3)(8+12x)=80x2+10x32+40x2+52x32+24+32x=120x2+252x32+24+32x$

(14) $f(x)=5x-3(x4-5x3+10x-2)$

$f(x)=5x-25+50x-2-10x-3f'(x)=5-100x-3+30x-4$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(15) $f(x)=x2(3x-1)3,\ x=1$

$f'(x)=(x2)\times 3(3x-1)2\times 3+(3x-1)3(2x)f'(1)=(1)3(3-1)2\times 3+(3(1)-1)3(2(1))=36+16=52$

(16) $f(x)=3x5-x,\ x=4$

$f'(x)=(3x)(-125-x)+(5-x)(3)f'(4)=(3\times 4)(-1)25-4+(5-4)(3)=$

$-122\times1+1\times3=-6+3=-3$

(17) $f(x)=x-12x+1,\ x=2$

$f'(x)=(2x+1)(1)-(x-1)(2)(2x+1)2=3(2x+1)2f'(2)=3(4+1)2=32$
5

(18) $f(x)=(2x+3)(x-2)2,\ x=0$

$f'(x)=(2x+3)\times2(x-2)(1)+(x-2)2(2)f'(0)=3\times2(-2)+2(-22)=-1$
$2+8=-4$

أعمال: يُمثل الاقتران: $S(t)=2000t4+0.3t$ إجمالي المبيعات (بلآلاف الدنانير) لشركة جواهر وحُليّ، حيث t عدد السنوات بعد عام 2020م:

(19) أجد معدل تغير إجمالي المبيعات للشركة بالنسبة إلى الزمن t .

$S'(t)=(4+0.3t)(2000)-2000t(0.3)(4+0.3t)2=8000(4+0.3t)2$

(20) أجد معدل تغير إجمالي المبيعات للشركة بالنسبة عام 2020م، مفسراً معنى الناتج.

$t=2030-2020=10S'(10)=8000(4+3)2=800049\approx163$

يتزايد إجمالي المبيعات بمقدار 163 ألف دينار لكل سنة في عام 2030م.

سكان: يُمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران: $P(t) = 12(2t^2 + 100)\ (t + 20)$ ، حيث t الزمن بالسنوات منذ الآن و P عدد السكان بوحدة الفرد (شخص أو نسمة):

(21) أجد معدل تغير عدد السكان في البلدة بالنسبة إلى الزمن t .

$P'(t)=12(2t2+100)(1)+(t+20)\times12(4t)=12(6t2+80t+100)$

(22) أجد معدل تغير عدد السكان في البلدة عندما $t = 6$ ، مفسراً معنى الناتج.

$P'(6)=12(216+480+100)=12(796)=9552$

يتزايد عدد السكان بمعدل 9552 نسمة كل سنة بعد 6 سنوات من الآن.

(23) تفاعلات: يمكن نمذجة كتلة مركب في أثناء تفاعل كيميائي باستعمال الاقتران: M(t)=5.8tt+1.9 ، حيث t الزمن بالثواني بعد بدء التفاعل، و M الكتلة بالغرام. أجد معدل تغير كتلة المركب بعد 5 ثوان من بدء التفاعل.

M′(t)=(t+1.9)(5.8)−(5.8t)(1)(t+1.9)2=11.02(t+1.9)2M′(5)=11.02(5+1.9)2≈0.23

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد dydx لكلّ ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(24) y=u(u2+3)3 , u=(x+3)2 , x=−2

dudx=2(x+3)(1)=2x+6

عندما: x = -2 ، فإن: u=(−2+3)2=1

fdydx|x=−2=dydu|u=1×dudx|x=−2dudu|u=1=(12+3)2(7(12)+3)=16(10)=160dudx|x=−2=2(−2)+6=2dydx|x=−2=160×2=320

(25) y=u3u+1 , u=(x2+1)3 , x=1

dydu=(u+1)×3u2−u3(1)(u+1)2=2u3+3u2(u+1)2dudx=3(x2+1)2(2x)=6x(x2+1)2

عندما: x = 1 ، فإن: u=(12+1)3=8

dydx|x=1=dydu|u=8×dudx|x=1dydu|u=8=2(83)+3(82)(8+1)2=121681dudx|x=1=6(1)(12+1)2=24dydx|x=1=121681×24=972827

إذا كان: g′(2)=2 , g(2)=3 , f′(2)=−1 , f(2)=4 ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

(26) (fg)′(2)

$(fg)'(x)=(f\times g)'(x)=f(x)\times g'(x)+g(x)\times f'(x)(fg)'(2)=f(2)\times g'(2)+g(2)\times f'(2)=4\times 2+3\times -1=5$

(27) $(fg)'$

$(fg)'(x)=g(x)\times f'(x)-f(x)\times g'(x)(g(x))2(fg)'(2)=g(2)\times f'(2)-f(2)\times g'(2)(g(2))2=3\times -1-4\times 2(3)2=-119$

(28) $(3f+fg)'(2)$

$(3f+fg)'(x)=3f'(x)+f(x)\times g'(x)+g(x)\times f'(x)(3f+fg)'(2)=3f'(2)+f(2)\times g'(2)+g(2)\times f'(2)=3\times -1+4\times 2+3\times -1=2$