مهارات التفكير العليا

الاشتقاق الضمني

تبرير: إذا كان: $x^2 - y^2 = 1$ ، فأجيب عن الأسئلة الأربعة الآتية تباعاً:

(43) أجد dydx .

x2−y2=1→2x−2ydydx=0→dydx=xy

(44) يمكن التعبير عن منحنى العلاقة: $x^2 - y^2 = 1$ بالمعادلة الوسيطية: $x = \sec t$, $y = \tan t$ ، حيث: −π2≤t≤π2

أستعمل هذه الحقيقة لإيجاد dydx بدلالة t .

dydx=dydtdxdt=sec2 tsect tan t=sec ttan t

(45) أثبت أن المقدارين الجبريين اللذين يمثلان dydx الناتجين في الفرعين السابقين متكافئان، مبرراً إجابتي.

dydx=sec ttan t=xy

المقداران الجبريان اللذان يمثلان متكافئان، لأنه من نص السؤال:

$x = \sec t$ و $y = \tan t$ ومنه فإن t=xy ttansec

(46) أجد إحداثيات النقاط التي يكون عندها ميل المماس 2 .

dydx=2→xy=2→x=2yx2−y2=1→(2y)2−y2=1→y2=13→y=±13→y=13→ x=23,y=−13→ x=−23

النقاط التي يكون عندها ميل المماس 2 هي: (−23,−13) , (23,13)

(47) تبرير: إذا مثل l أيّ مماس لمنحنى المعادلة: x+y=k ، حيث k عدد حقيقي

موجب، فأثبت أنّ مجموع المقطع x والمقطع y للمستقيم l يساوي k ، مبرراً إجابتي.

x+y=k12x+dydx2y=0 → dydx=−yx

نفرض نقطة التماس هي: () فيكون ميل المماس: x_1 , y_1

dydx|(x1,y1)=−y1x1

معادلة المماس:

y−y1=−y1x1(x−x1)

المقطع x والمقطع y للمماس:

x=0→y−y1=−y1x1(−x1)→y=y1+y1x1y=0→y1=y1x1(x−x1)→x=x1+y1x1

مجموع المقطعين:

y1+y1x1+x1+y1x1=y1+2y1x1+x1=(y1+x1)2=(k)2=k

(48) تحدّ: إذا كان مماس منحنى الاقتران: y=xx عند النقطة (4, 16) يقطع المحور x في النقطة B ، والمحور y في النقطة C ، فأجد مساحة △OBC ، حيث O نقطة الأصل.

y=xxlny=lnxxlny=xlnxdydxy=(x)(1x)+(lnx)(12x)→dydx=y(xx+lnx2x)→dydx=xx(1x+lnx2x)=2+lnx2x(xx)

ميل المماس:

dydx|(4,16)=2+ln 424(16)=8+4ln 4

معادلة المماس:

y−16=(8+4ln4)(x−4)

المقطع x والمقطع y للمماس:

x=0→y−16=(8+4ln 4)(−4)→y=−16−16ln 4y=0→−16=(8+4ln 4)(x−4)→x=4+4ln 42+ln 4

مساحة المثلث OBC بوحدة المساحة هي:

$$A=12\times4+4\ln 42+\ln 4\times|-16-16\ln 4|=32(1+\ln 4)22+\ln 4$$