أتدرب وأحل المسائل

الاقترانات اللوغاريتمية

أتدرّب وأحُلُّ المسائل

أكتب كل معادلة لوغاريتمية ممّا يأتي في صورة أسيّة:

(1) $\log_7 343 = 3$

$7^3 = 343$

(2) $\log_4 256 = 4$

$4^4 = 256$

(3) $\log_{125} 5 = 13$

$12513 = 5$

(4) $\log_{36} 6 = 0.5$

$36^{0.5} = 6$

(5) $\log_9 1 = 0$

$9^0 = 1$

(6) $\log_{57} 57 = 1$

$57^1 = 57$

أكتب كل معادلة أسيّة ممّا يأتي في صورة لوغاريتمية:

(7) $2^6 = 64$

$\log_2 64 = 6$

(8) $4^{-3} = 164$

$\log_4 164 = -3$

(9) $6^3 = 216$

$\log_6 216 = 3$

(10) $5^{-3} = 0.008$

$\log_5 0.008 = -3$

(11) $(51)^1 = 51$

$\log_{51} 51 = 1$

(12) $9^0 = 1$

$\log_9 1 = 0$

أجد قيمة كل ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

(13) $\log_3 81$

$\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$

(14) $\log_{25} 5$

$\log_{25} 5 = y$

$25^y = 5$

$5^{2y} = 5^1$

$2y = 1$

$y = 12$

إذن: $\log_{25} 5 = 12$

(15) $\log_2 32$

$\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$

إذن: $\log_2 32 = 5$

(16) $\log_{49} 343$

$\log_{49} 343 = y$

$49^y = 343$

$7^{2y} = 7^3$

$2y = 3$

$y = 32$

إذن: $\log 49\ 343 = 32$

(17) $\log_{10} 0.001$

$\log_{10} 0.001 = \log_{10} 10^{-3} = -3$

(18) $\log_{32} 1$

$\log_{32} 1 = 0$

(19) $\log_{14} 4$

$\log_{14} 4 = y$

$({}_{14})^y = 4$

$4^{-y} = 4^1$

$-y = 1$

$y = -1$

إذن: $\log_{14} 4 = -1$

(20) (10)log1018

(10)log1018 = 18

(21) $\log_2 1(2)7$

$\log_2 1(2)7 = \log_2 = \log_2 1(2)72 = \log_2 (2)\text{-}72 = -72$

(22) $\log_{a\ a5}$

$\log_{a\ a5} = \log_a a15 = 15$

(23) $\log_{10} (1 \text{ x } 10^{-9})$

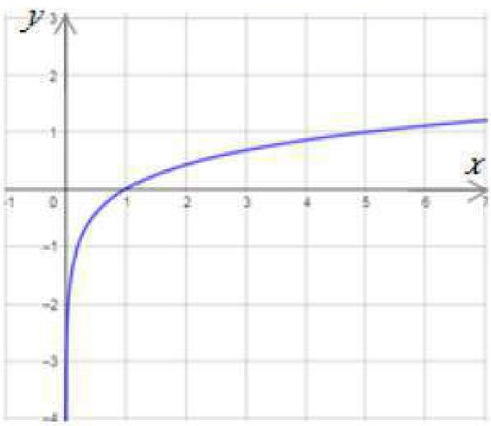
$\log_{10} (1 \text{ x } 10^{-9}) = \log_{10} 10^{-9} = -9$

(24) $8^{\log}85$

$8^{\log}85 = 5$

أمثل كل اقتران مما يأتي بيانياً، ثم أحدد مجاله ومداه ومقطعيه من المحورين الإحداثيين وخطوط تقاربه، مبيناً إذا كان متناقصاً أم متزايداً:

(25) $f(x) = \log_5 x$



R^+مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة أي (0 , ∞).

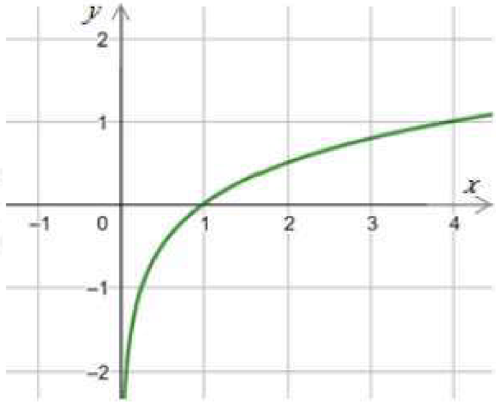
Rمدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية

المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متزايد.

(26) $g(x) = \log_4 x$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$.

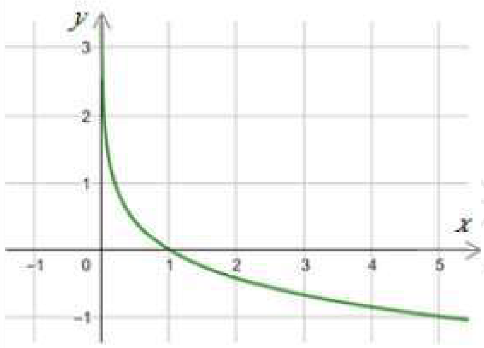
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متزايد.

(27) $h(x) = \log_{15} x$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$.

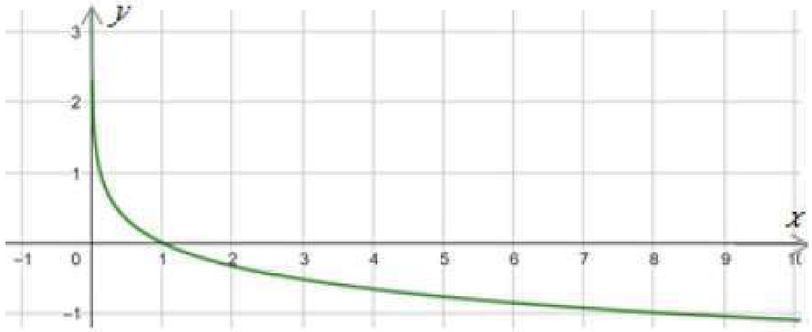
Rمدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية

xالمقطع هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

yلهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور

الاقتران متناقص.

(28) $r(x) = \log_{18} x$



R^+مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة أي $(0 , \infty)$.

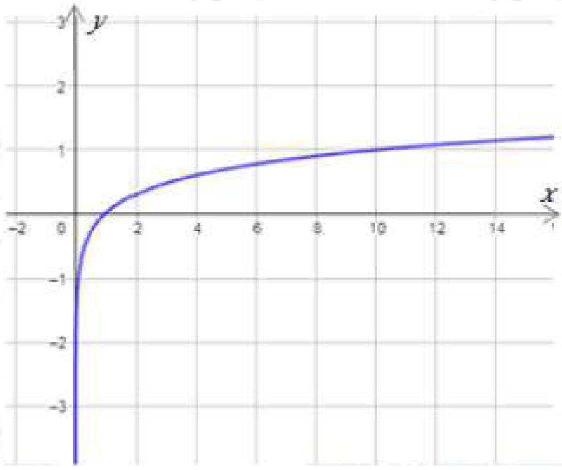
Rمدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية

xالمقطع هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

yلهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور

الاقتران متناقص.

(29) $f(x) = \log_{10} x$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0 , \infty)$.

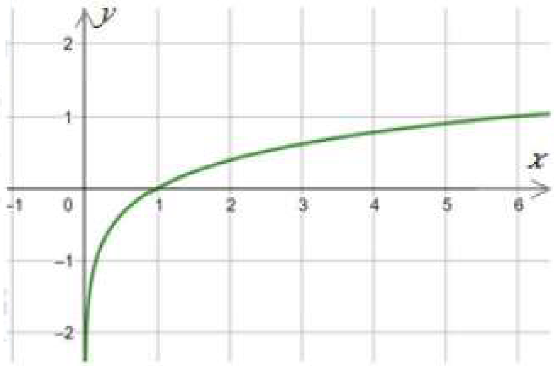
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متزايد.

(30) $g(x) = \log_6 x$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0 , \infty)$.

مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متزايد.

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي مما يأتي:

(31) $f(x) = \log_3 (x - 2)$

$x - 2 > 0$

$x > 2$

مجال هذا الاقتران هو (2 , ∞).

(32) $f(x) = 5 - 2 \log_7 (x + 1)$

$x + 1 > 0$

$x > -1$

مجال هذا الاقتران هو (-1 , ∞).

(33) $f(x) = -3 \log_4 (-x)$

$-x > 0$

$x < 0$

مجال هذا الاقتران هو (-∞ ,0).

(34) أجد قيمة a التي تجعل منحنى الاقتران: $f(x) = \log_a x$ يمر بالنقطة (32, 5).

$f(x) = \log_a x$

$f(32) = \log_a 32$

$5 = \log_a 32$

$a^5 = 32$

$a^5 = (2)^5$

$a = 2$

(35) أجد قيمة c التي تجعل منحنى الاقتران: $f(x) = \log_c x$ يمر بالنقطة (14, -4).

$f(x) = \log_c x$

$f(14) = \log_c 14$

$-4 = \log_c 14$

$c^{-4} = 14$

$1c4 = 14$

$c^4 = 4 \rightarrow c^2 = 2 \rightarrow c = \pm 2$

لأن أساس اللوغاريتم لا يكون سالباً فإن: $c = 2$

إعلانات: يمثل الاقتران: $P(a) = 10 + 20 \log_5 (a + 1)$ مبيعات شركة (بآلاف الدنانير) من منتج جديد، حيث a المبلغ (بمئات الدنانير) الذي تنفقه الشركة على إعلانات المنتج. وتعني القيمة: $P(1) \approx 19$ أن إنفاق JD 100 على الإعلانات يحقق إيرادات قيمتها JD 19000 من بيع المنتج:

(36) أجد $P(4)$ ، $P(24)$ ، و $P(124)$.

$P(a) = 10 + 20 \log_5 (a + 1)$

$P(4) = 10 + 20 \log_5 (4 + 1)$

$P(4) = 10 + 20 \log_5 5$

$P(4) = 10 + 20(1) = 30$

$P(24) = 10 + 20 \log 5 (24 + 1)$

$P(24) = 10 + 20 \log_5 25$

$P(24) = 10 + 20 \log_5 5^2$

$P(24) = 10 + 20(2) = 50$

$P(124) = 10 + 20 \log_5 (124 + 1)$

$P(124) = 10 + 20 \log_5 125$

$P(124) = 10 + 20 \log_5 5^3$

$P(124) = 10 + 20(3) = 70$

(37) أفسر معنى القيم التي أوجدتها في الفرع السابق.

القيمة $P(4) = 30$ تعني أن إنفاق JD400 على الإعلانات يحقق إيراداً قيمته JD30000 من بيع المنتج.

القيمة $P(24) = 50$ تعني أن إنفاق JD2400 على الإعلانات يحقق إيراداً قيمته JD50000 من بيع المنتج.

القيمة $P(124) = 70$ تعني أن إنفاق JD12400 على الإعلانات يحقق إيراداً قيمته JD70000 من بيع المنتج.