

أدرب وأحل المسائل

حل نظام مكونة من معادلتين تربيعيتين

أدرب وأحل المسائل



أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ أتحقِّق من صحَّة الحلِّ:

1 $y = 2x^2 + x - 5$
 $y = -x^2 - 2x - 5$
(-1, -4), (0, -5)

2 $y = x^2 - 4x + 1$
 $y = -2x^2 - 4$
لا يوجد حل للنظام.

3 $y = x^2 + 1$
 $y = 2x^2 - 3$
(-2, 5), (2, 5)

4 $y = x^2 + x + 1$
 $y = -x^2 + x - 2$
لا يوجد حل للنظام.

5 $y = -x^2 + 5x$
 $y = x^2 - 5x$
(0, 0), (5, 0)

6 $y = x^2$
 $y = x^2 + x + 6$
(-6, 36)

7 $y = -x^2 + 6x + 8$
 $y = -x^2 - 6x + 8$
(0, 8)

8 $x^2 + y^2 = 16$
 $y = x^2 - 5$

9 $5x^2 - 2y^2 = 18$
 $3x^2 + 5y^2 = 17$
(2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1)

(8) بجمع المعادلتين

$$\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 16 \\ + \quad -x^2 + y = -5 \\ \hline \end{array}$$

$$y^2 + y = 11$$

$$y^2 + y - 11 = 0$$

$$y \approx 2.85, y \approx -3.85$$

$$x^2 = 2.85 + 5 = 7.85$$

$$x \approx 2.80, x \approx -2.80$$

$$x^2 = -3.85 + 5 = 1.15$$

$$x \approx 1.07, x \approx -1.07$$

$$(2.80, 2.85), (-2.80, 2.85), (1.07, -3.85), (-1.07, -3.85)$$



10 أجدُ نقاطَ التقاطعِ بينَ الدائرتين:

$$x^2 + (y - 2)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

بُطرح المعادلة (1) من (2)

$$- \quad x^2 + (y-2)^2 = 4 \rightarrow (1)$$

$$x^2 + y^2 = 9 \rightarrow (2)$$

$$y^2 - (y-2)^2 = 5$$

$$y^2 - y^2 + 4y - 4 = 5$$

$$4y = 9$$

$$y = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$x^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = 9$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{63}}{4}$$

$$x \approx \pm 1.98$$

$$(1.98, 2.25), (-1.98, 2.25)$$

منهاجي 

منهاجي 

منهاجي 

منهاجي 

منهاجي 

11 عددان، مجموعُ مربعَيْهِما 89، والفرقُ بينَ مربعَيْهِما 39، ما هذانِ العددان؟

افترض أن العدد الأول هو x ، وأن العدد الثاني هو y :

$$x^2 + y^2 = 89$$

$$x^2 - y^2 = 39$$

بحل نظام المعادلات التربيعية، ينتج:

$$(8, 5), (-8, 5), (8, -5), (-8, -5)$$

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

منهاجي 
 متعة التعليم الهادف

12 **فيزياء:** قُذِفَت كرتان رأسياً في الوقت نفسه من موقعين مختلفين. إذا كانت المعادلة: $y = -2t^2 + 12t + 10$ تُمثِّل ارتفاع الكرة الأولى بالأمتار بعد مرور t ثانية، وكانت المعادلة: $y = -2t^2 + 4t + 42$ تُمثِّل ارتفاع الكرة الثانية، فأجدُ الزمن الذي يتساوى عنده ارتفاع كلٍّ من الكرتين، ثمَّ أجدُ ارتفاع كلِّ كرة في تلك اللحظة. $t = 4 \text{ sec}, y = 25m$

13 **ثقافة مالية:** بالعودة إلى مقدمة الدرس، أستعملُ نظامَ المعادلات المعطى لإيجاد نقاط التوازن التي يتساوى عندها العرض والطلب.

$$x^2 + 6x = -x^2 + 24x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 18x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 9) = 0 \quad \text{تُهمل } x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, x = 9$$

$$\Rightarrow (9, 135)$$



14 **أراض:** قطعة أرض على شكل مثلث مُتطابقِ الضلعين، طولُ ضلعيه المُتطابقين 50 m ، ومساحته 1200 m^2 . أجدُ طولَ قاعدته، وارتفاعه.

افترض أن طول القاعدة هو $2x$ ، وأن الارتفاع هو y :



$$x^2 + y^2 = 2500 \Rightarrow y = \sqrt{2500 - x^2}$$

$$\frac{1}{2} (2x)(y) = 1200 \Rightarrow xy = 1200 \Rightarrow x \sqrt{2500 - x^2} = 1200$$

$$\Rightarrow x^2 (2500 - x^2) = 1440000$$

$$\Rightarrow x^4 - 2500x^2 + 1440000 = 0$$

$$u = x^2 \Rightarrow u^2 - 2500u + 1440000 = 0$$



$$u = \frac{2500 \pm \sqrt{490000}}{2} \Rightarrow u = 1600, u = 900$$

$$x^2 = 1600 \Rightarrow x = 40, y = 30$$

$$x^2 = 900 \Rightarrow x = 30, y = 40$$

أي إن طول القاعدة = 80 m، والارتفاع = 30 m
أو:

طول القاعدة = 60 m، والارتفاع = 40 m


منهاجي

مهارات التفكير العليا

15 **تبرير:** قالت زينب إنه لا يوجد حل لنظام المعادلات الآتي:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 4 \\ x^2 + y^2 &= 9 \end{aligned}$$

لا يمكن إيجاد عددين مجموع مربعيهما

يساوي 4، ويساوي 9 في آن معاً.

هل قول زينب صحيح؟ أبرر إجابتي.

16 **مسألة مفتوحة:** أكتب نظاماً مكوناً من معادلتين تربيعيتين ليس له حلٌّ. توجد إجابات متعددة، منها:

$$x^2 + y^2 = 9, x^2 + y = 10$$

17 **تحذّر:** أحلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{aligned} x^2 - 3xy + 2y^2 &= 0 \\ x^2 + xy &= 6 \end{aligned}$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \Rightarrow (x - 2y)(x - y) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2y, \text{ or } x = y$$

$$x = y \Rightarrow x^2 + xy = x^2 + x^2 = 2x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}, y = \pm\sqrt{3}$$

$$x = 2y \Rightarrow y = \frac{1}{2}x \Rightarrow x^2 + xy = x^2 + \frac{1}{2}x^2 = \frac{3}{2}x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2, y = \pm 1$$

الحلول هي: $(\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-\sqrt{3}, -\sqrt{3}), (2, 1), (-2, -1)$


منهاجي

18 **مسألة مفتوحة:** أكتب نظامًا من معادلتين تربيعيتين؛ على أن تكون النقطة (5, 3) أحد حلوله.

توجد إجابات متعددة، منها: $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 4$, $x^2 - 10x + y = -22$

19 **تحذُّر:** قطعة من ورق مقوَّى مستطيلة الشكل، مساحتها 216 cm^2 ، ثني طولها،

ولصقها معًا، فتشكَّل أنبوب أسطواني حجمه 224 cm^3 . أجد بُعدي قطعة الورق.

$$x^2 + y^2 = 500$$

$$y = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{y}{2\pi}$$

$$V = \pi r^2 x = \pi \left(\frac{y}{2\pi}\right)^2 (x) = \frac{y^2 x}{4\pi} = \frac{250}{\pi}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{1000}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1000}{x} = 500$$

$$\Rightarrow x^3 - 500x + 1000 = 0$$

$$x \approx 21.28 \text{ cm}, y \approx 6.85 \text{ cm},$$

$$\text{or } x \approx 2.02 \text{ cm}, y \approx 22.25 \text{ cm},$$

$$\text{or } x \approx -23.30$$



بحل المعادلة

(مفروض)

