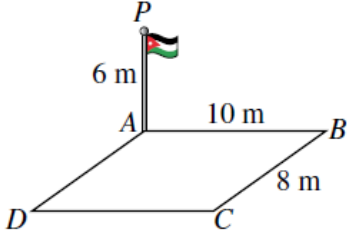


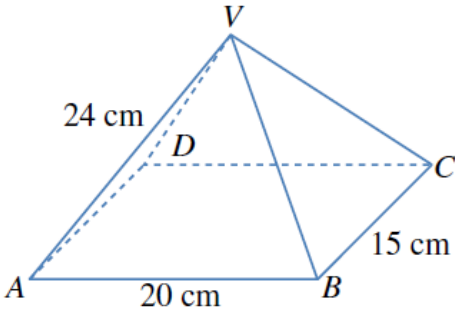
أدرب وأحل المسائل

حل مسائل ثلاثية الأبعاد

أدرب وأحل المسائل



1 سارية العَلَم: نُصِبَتْ ساريةٌ عَلَمٍ عمودياً عند رُكنِ ساحةٍ مستطيلة الشكل $ABCD$. أجدُ زاويةَ ارتفاعِ قَمَّةِ السارية P من النقطة C . 25.1°

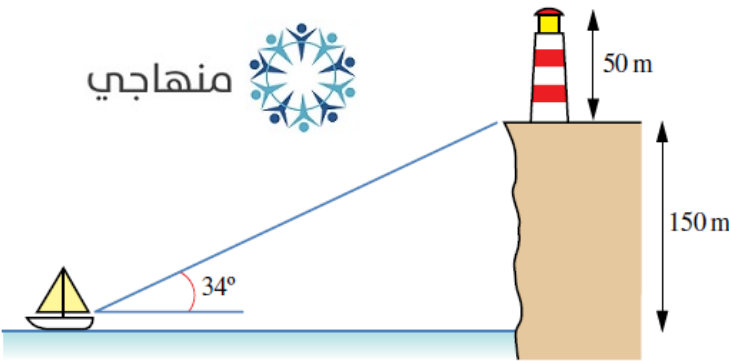


يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ هرمًا قاعدته $ABCD$ مستطيلة الشكل، بُعْدَاهَا: 20 cm و 15 cm . إذا كان طول كلٍّ من الأحرافِ الواصلةِ بينَ قَمَّةِ الهرمِ ورؤوسِ القاعدةِ 24 cm ، وكانتِ القمَّةُ V تقعُ رأسيًا فوقَ مركزِ القاعدةِ المستطيلةِ، فأجدُ:

2 طولُ القُطرِ AC . 25 cm

3 قياسُ الزاويةِ VAC . 58.6°

4 ارتفاعُ الهرمِ. 20.5 cm



5 منارةٌ: شاهدَ صيَّادٌ من قاربه قاعدةَ منارةٍ على

حافةٍ صخريةٍ بزاويةِ ارتفاعٍ قياسها 34° .

إذا كان ارتفاعُ قاعدةِ المنارةِ عن مستوى عينيِّ

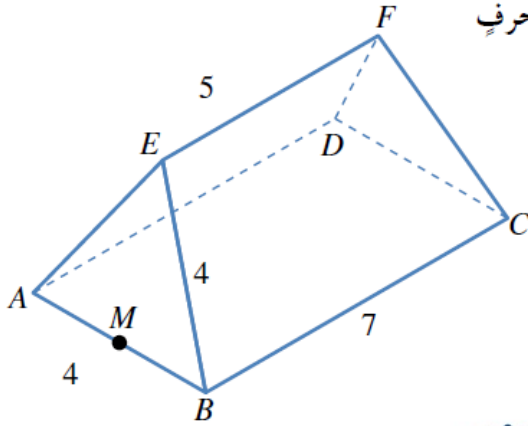
الصيَّادِ 150 m ، فكم يبعدُ الصيَّادُ عن هذه

القاعدة؟ 222.4 m

6 إذا كان ارتفاعُ المنارةِ 50 m ، فما زاويةُ ارتفاعِ

نظيرِ الصيَّادِ نحوَ قَمَّةِ المنارةِ؟ 42.0°

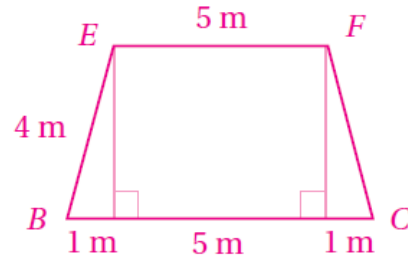
يُمثَّل الشكل المجاورُ سقفَ بنايةٍ، قاعدتهُ المستطيلُ الأفقيُّ $ABCD$ الذي بُعدها: 7 m ، و 4 m . وتُمثَّل نهايتا السقفِ مثلثين متطابقين الأضلاع، في حين يُمثَّل كلُّ من جانبي السقفِ شبه منحرفٍ متطابق الساقين. إذا كان طول الحافة العلوية EF هو 5 m ، فأجِد:



7 طول EM ، حيث M نقطة منتصف AB . 3.46 m

8 قياس الزاوية EBC .

قياس الزاوية EBC هو: $\cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 75.5^\circ$

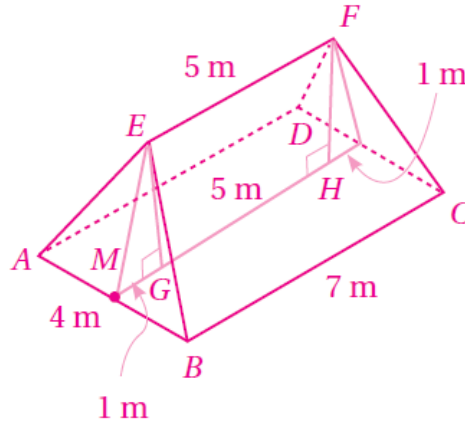


9 قياس الزاوية بين EM والقاعدة $ABCD$.

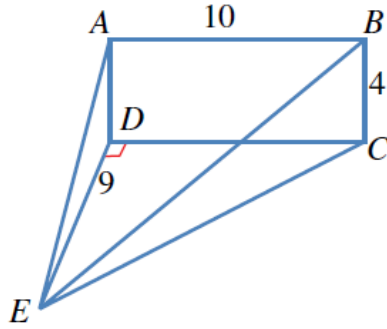
الزاوية بين EM والقاعدة $ABCD$ هي الزاوية EMG ، وإذا أنزل عمود من F إلى القاعدة تكوّن المستطيل $EGHF$ ومثلثان، طول قاعدة كلٍّ منهما 1 m .

إذن: جيب تمام الزاوية EMG هو: $\frac{MG}{EM} = \frac{1}{3.46}$ ، وقياسها هو: $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3.46}\right) = 73.2^\circ$

منهاجي



$ABCD$ مستطيلٌ رأسيٌّ، و EDC مثلثٌ أفقيٌّ. إذا كان قياسُ الزاوية CDE هو 90° ، و $AB = 10 \text{ cm}$ ،



و $BC = 4 \text{ cm}$ ، و $ED = 9 \text{ cm}$ ، فأجِد:

10 قياسُ الزاوية AED . 24.0°

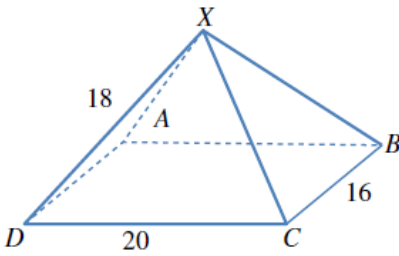
11 قياسُ الزاوية DEC . 48.0°

12 طولُ \overline{EC} . 13.5 cm

13 قياسُ الزاوية BEC . 16.6°



14 يُمثَّل الشكلُ المجاورُ الهرمَ $XABCD$ الذي له قاعدةٌ مستطيلةٌ الشكلُ.



أجِد قياسُ الزاوية بين الحافة XD وقُطرِ القاعدةِ DB . 44.6°

15 أحلُّ المسألة الواردة في بدايةِ الدرس.

$$(AC)^2 = 232.6^2 + 232.6^2 = 2(232.6)^2$$

$$AC = 232.6\sqrt{2}$$



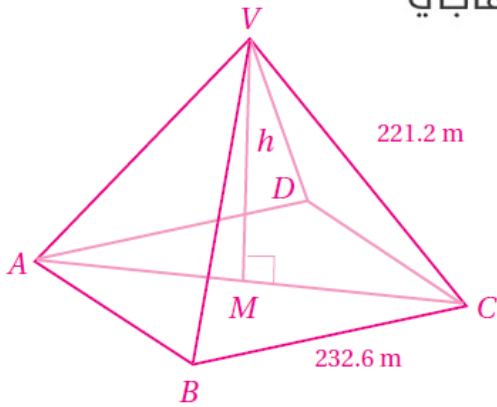
النقطة M هي منتصف AC ؛ أي إن:

$$AM = \frac{1}{2} (232.6\sqrt{2}) = 116.3\sqrt{2}$$

$$h^2 = 221.2^2 - (116.3\sqrt{2})^2$$

$$= 21878.06$$

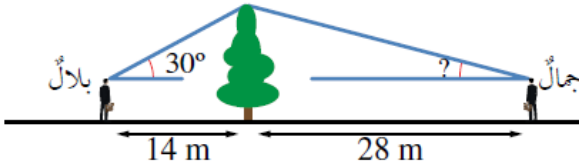
$$h = 147.9 \text{ m}$$



مهارات التفكير العليا



- 16 **أكتشف الخطأ:** يقفُ بلالٌ على بُعد 14 m شرقيّ شجرةٍ، زاويةُ ارتفاعِ قَمَّتِها بالنسبةِ إليه 30° ، ويقفُ جمالٌ على بُعد 28 m غربيّ الشجرة، وهو يرى أن زاوية ارتفاعِ قَمَّةِ الشجرة بالنسبةِ إليه يجبُ أن تكونَ 15° ؛ لأنَّهُ يبعدُ عن الشجرةِ مِثلي المسافةِ التي يبعدها بلالٌ. هل رأيُ جمالٍ صحيحٌ؟ إذا لم يكنْ رأيُهُ صحيحًا، فما زاويةُ الارتفاعِ؟



ليس صحيحًا؛ لأن $\tan 15^\circ \neq \frac{1}{2} \tan 30^\circ$

ارتفاع الشجرة فوق مستوى عيني شيماء هو: $14 \tan 30^\circ$

إذا كانت زاوية ارتفاع الشجرة بالنسبة إلى ليلى هي θ ، فإن:

$$\tan \theta = \frac{14 \tan 30^\circ}{28}$$

$$= \frac{8.083}{28}$$

$$\theta = \tan^{-1}(8.083 \div 28) \approx 16.1^\circ$$



- 17 **تحذّر:** رُصدَ القاربان A و B في البحرِ من قَمَّةِ مَنارةٍ على الشاطئِ، ارتفاعُها 44 m، في اللحظةِ نفسِها، فكانتْ زاويةُ انخفاضِ القاربِ A هي 53° ، وزاويةُ انخفاضِ القاربِ B هي 37° ، وقياسُ الزاويةِ AMB هو 120° ، حيثُ M قاعدةُ المَنارةِ. أجدُ المسافةَ بينَ القاربينِ.

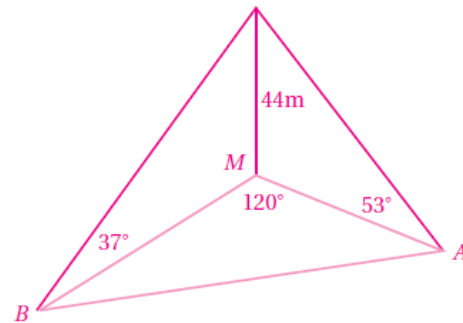
$$MB = 44 \div \tan 37^\circ = 58.39$$

$$AM = 44 \div \tan 53^\circ = 33.16$$

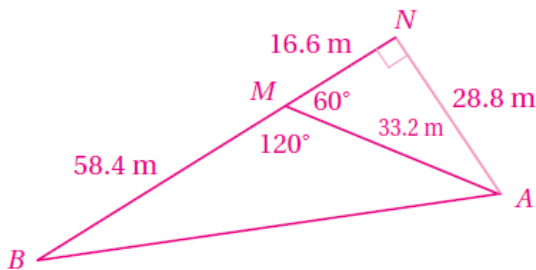
$$(AB)^2 = (58.39)^2 + (33.16)^2 - 2 \times 58.39 \times 33.16 \cos 120^\circ$$

$$= 6445.1901$$

$$AB \approx 80.3 \text{ m}$$



حل آخر للسؤال 17 بعد إيجاد MA ، و MB ، يستعمل الطلبة قانون جيب التمام لإيجاد المسافة بين القاربين. ويمكن إيجاد هذه المسافة باعتماد المثلثات القائمة فقط كما في الشكل الآتي:



$$(AB)^2 = 75^2 + 28.8^2 = 6454.44$$

$$AB \approx 80.3 \text{ m}$$