إجابات تمارين ومسائل الدرس

نهاية اقترانات كسرية - إجابات دليل المعلم

١) جد كلًّا من النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٨} \frac{(س+١)^{٢} - ٨١}{(س-٨)}$

ب) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{\frac{س}{٢} - ٤}$

جـ) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{(٢+س)^{٢}} - \frac{١}{٤} \right)$

د) $\lim_{س \to -٢} \frac{|٣س+١| - ٥}{س^{٣} + ٨}$

هـ) $\lim_{س \to ٣} \frac{٦ - س\sqrt{س+١}}{٩ - ٣س}$

و) $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt{س^{٢} - ١٠س + ٢٥}}{س - ٥}$

ز) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س^{٢} - ١}}{\sqrt{س - ١}}$

ح) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + ٣س - ٤}{س^{٢} - ١}$

ط) $\lim_{س \to ٧^{+}} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٤٩}}{\sqrt{س - ٧}}$

ي) $\lim_{س \to ٢,٥} \frac{٢س - [٢س]}{٤س^{٢} - ٢٥}$

ك) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ + س^{٢}} - \sqrt{١ - س^{٢}}}{س^{٢}}$

منهاجي

الحل

أ) ١٨ (تحليل البسط بوصفه فرقًا بين مربعين والاختصار مع المقدار في المقام)

ب) $\frac{-١}{٦}$ (الضرب بالمرافق التكعيبي للبسط، تبسيط ثم اختصار)

جـ) $\frac{-١}{٤}$ (توحيد المقامات ثم التبسيط والاختصار)

د) $\frac{١}{٤}$ (إعادة تعريف القيمة المطلقة ، ثم إخراج عامل مشترك والاختصار)

هـ) $\frac{١١}{١٢}$ (الضرب في المرافق التربيعي ثم التبسيط ، إخراج عامل مشترك والاختصار)

و) غير موجودة (تحليل المقدار (ما بداخل الجذر) للحصول على القيمة المطلقة، ثم حساب النهاية من يمين العدد ٥ ومن يساره).

ز) غير موجودة؛ (لأنَّ المقدار غير معرف في فترة مفتوحة تحوي العدد ١)

ح) ٣ (تحليل البسط ثم الاختصار)

ط) $\sqrt{١٤}$ (دمج جذري البسط والمقام، تحليل ثم اختصار)

ي) غير موجودة (إعادة تعريف اقتران أكبر عدد صحيح،وحساب النهاية عن يمين ويسار العدد ٢,٥)

ك) ١ (الضرب في مرافق البسط ، تبسيط ثم اختصار)

---

٢) إذا كان ق كثير حدود، وكانت $\text{نهـــا}_{س\leftarrow ٣} \frac{ق(س) + ٥}{س - ٣} = ٤$ ،

$\text{نهـــا}_{س\leftarrow ٣} (ق(س) - ٢س + ٣ ب) = ٧$ ، فجد قيمة الثابت ب.

الحل

ب = ٦

---

٣) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س\leftarrow ١} \frac{أس^{٢} + ٢ب س + ٢}{س - ١} = ١$ ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب.

الحل

أ = ٣ ، ب = $\frac{-٥}{٢}$

٤) جد $\lim_{س \to .} \frac{(٦٤)^{س} - ٨^{س}}{١ - ٨^{س}}$

منهاجي

الحل

١- (كتابة المقدار في البسط على صورة $٨^{٢س} - ٨^{س}$ ، ثم إخراج عامل مشترك والاختصار)

---

٥) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٣} - ٢٧}{٢س^{٢} + ٦س + ١٨} & ، س \leq ع \\ س + ٥ & ، س > ع \end{cases}$

منهاجي

الحل

ع= -١٣

---

٦) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} + ٥}{س^{٢} - ٥س + ٦}$ فجد قيم أ التي تجعل $\lim_{س \to أ}$ ق(س) غير موجودة.

الحل

قيم أ هي: ٢ ، ٣

منهاجي

---

٧) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٦}{س - ١} = ٨$ ،وكانت $\lim_{س \to ١}$ $\frac{س^{٢} + ٢س - ٣}{ق(س) - ٦}$ + ب = $\frac{٣}{٢}$

فجد قيمة الثابت ب.

الحل

منهاجي

ب= ١

---

٨) إذا كان هـ كثير حدود، وكانت $\lim_{س \to .} \frac{هـ(س) + ٥}{س} = \frac{١}{٢}$ ،

$\lim_{س \to .}$ (هـ (س) - ٥ + ٣ جـ) = ٢ ، فجد قيمة الثابت جـ.

الحل

منهاجي

جـ = ٤