إجابات تمارين ومسائل الدرس

نظريات النهايات – إجابات دليل المعلم

١) إذا كان ق(س) = س^٢ − س − ٦ ، ل(س) = س^٢ − ٢ س − ٣ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \left(ق(س) + ل(س) \right)$

ب) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}}$ ق(س)×ل(س)

جـ) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \dfrac{ل(س)}{ق(س)}$

د) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} \left(ل(س) \right)^٤$

هـ) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} \sqrt[٣]{١ - ل(س)}$

و) $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـا}} \dfrac{ل(س)}{ق(س)}$

الحل

أ	ب	جـ	د	هـ	و
−١٠	٢٤	$\dfrac{٢}{٣}$	٨١	$\sqrt[٣]{٤}$	صفر

٢)إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ٢ ع(س) = ١٠ ، $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ٣ ل(س) + ١ = ٧ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} \left(٢ ع(س) + ل(س) \right)$

ب) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} \left(ع^٣(س) - ل^٢(س) \right)$

جـ) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{ل(س)}}{ع(س)}$

د) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} \left(ع^٢(س) - ل^٢(س) \right)$

الحل

أ	ب	جـ	د
١٢	١٢١	$\dfrac{\sqrt{٢}}{٥}$	٢١

٣) جد كلًّا مما يأتي:

أ) $\underset{س \leftarrow ٥^+}{\text{نهـا}} |س^٢ - ٢٥|$ ‏ ب) $\underset{س \leftarrow ٥^-}{\text{نهـا}} |س^٢ - ٢٥|$

جـ) $\underset{س \leftarrow ٢^-}{\text{نهـا}} |س - ٢|$ ‏ د) $\underset{س \leftarrow ٨}{\text{نهـا}} |س^٢ - ٦٤|$

هـ) $\underset{س \leftarrow ٤^-}{\text{نهـا}} [س - ٢]$ ‏ و) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \left(س\,[س] + |س|\right)$

ز) $\underset{س \leftarrow ٥^-}{\text{نهـا}} \sqrt{٥ - س}$ ‏ ح) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \sqrt{١ - س^٢}$

ط) $\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نهـا}} \sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}$

الحل

أ	ب	جـ	د	هـ	و	ز	ح	ط
صفر	صفر	صفر	صفر	غير موجودة	غير موجودة	صفر	غير موجودة	صفر

---

٤) جد قيم جـ التي تجعل $\underset{س \leftarrow جـ}{\text{نهـا}} \sqrt{٦ - س}$ غير موجودة.

الحل

قيم جـ $\in [٦ ، \infty)$

---

٥) إذا كان ق(س)= $[٢,٠ س]$، فجد قيم جـ التي تجعل $\underset{س \leftarrow جـ}{\text{نهـا}} [٢,٠ س] = -١$

الحل

جـ $\in (-٥ ، ٠)$

---

٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^٢ - ٤أ & ، \quad س \geq ٣ \\ [٦ - س] & ، \quad س < ٣ \end{cases}$

وكانت $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـا}}$ ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

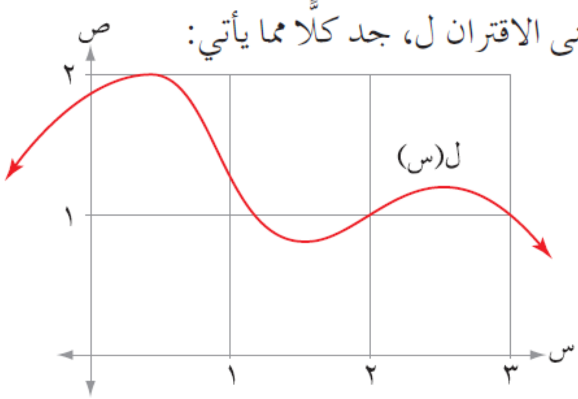
بما أنَّ النهاية موجودة إذن ٩ – ٤أ = ٣ ومنه أ = $\frac{٣}{٢}$

٧) معتمدًا الشكل (١-١٥) الذي يمثل منحنى الاقتران ل، جد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ٢}$ ل(٣ س − ٣)

(إرشاد: افرض ص = ٣س − ٣)

ب) $\lim_{س \to ٢}$ (س + ل (س))



الشكل (١-١٥)

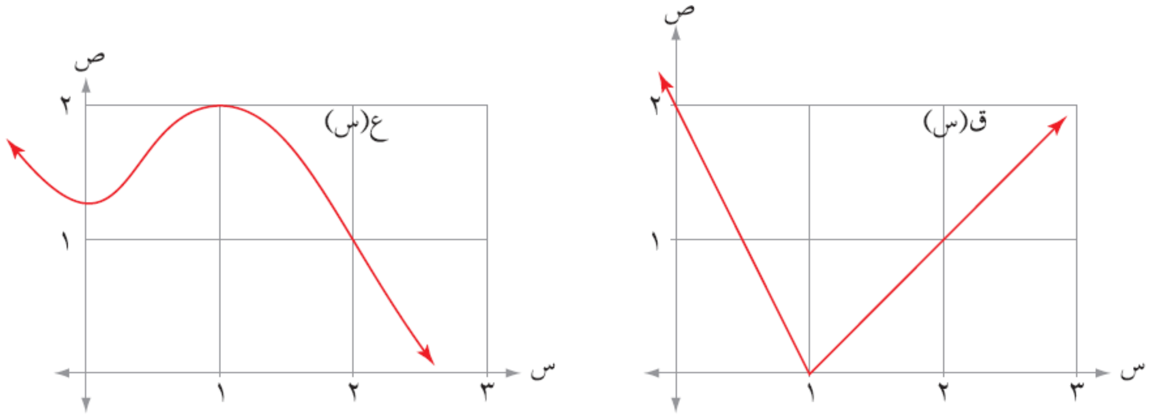
الحل

أ) بفرض ص = ٣س−٣ ، عندما تقترب س من العدد ٢ تقترب ص من العدد ٣

ومنه $\lim_{ص \to ٣}$ ل(ص) = ١

ب) بتوزيع النهاية ينتج أن $\lim_{س \to ٢}$ (س + ل(س)) = ٢+١ = ٣

٨) معتمدًا الشكل (١-١٦)، الذي يمثل منحنيي الاقترانين ق، ع ،جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١٦)

أ) نهــــا (س ← ١) (ق(س) + ع(س))

ب) نهــــا (س ← ٢) (ق(س) × ع(س))

جـ) نهــــا (س ← ١) (٢ ق(س-١) + ع(س))

الحل

أ) بما أنَّ الاقترانين متصلان؛ إذًا يمكن توزيع النهاية، ومنه نهــــا (س←١) (ق+ع) = ٢

ب) نهــــا (س←٢) (ق×ع) = ١

جـ) نهــــا (س←١) (٢ ق(س - ١) + ع(س)) = ٦ (افرض ص= س - ١)

---

٩) إذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة (-٣، ٤)، وكانت نهــــا (س←-٣) (س - ل(س)) = -١٠

فجد نهــــا (س←-٣) (ق٢(س) - ٢ ل(س))

الحل

بتوزيع النهاية ينتج أنَّ: نهــــا (س←-٣) ل(س)=٧

ومنه نهــــا (س←-٣) (ق٢ (س) -٢ل(س)) = ١٦-١٤ = ٢

١٠) إذا كان ع كثير حدود باقي قسمته على (س−٢) يساوي٥ ، فجد $\lim\limits_{س \leftarrow ٢}$ (٣ع(س) + ٤ س^{٢})

الحل

ع(٢)= ٥ (نظرية الباقي)

$\lim\limits_{س \leftarrow ٢}$ (٣ع(س) + ٤س^{٢}) = ٣×٥ + ١٦ = ٣١