إجابات أسئلة الوحدة

التفاضل - إجابات دليل المعلم

١) إذا كان ق(س) = ظاس وتغيرت س من س إلى س + هـ ، فأثبت أنَّ معدّل التغير للاقتران ق يساوي:

$$\frac{\text{قا}^{٢}\text{س} \times \text{ظاهـ}}{\text{هـ}\,(١ - \text{ظاس} \times \text{ظاهـ})}$$

منهاجي

الحل

طبق قاعدة معدل التغير على فترة، وأجرِ العمليات الحسابية اللازمة ثم استخدم المتطابقات المثلثية المناسبة.

---

٢) إذا كان ق(س) = جا ٢س، فاستخدم تعريف المشتقة لإيجاد قَ$(\frac{\pi}{٤})$.

منهاجي

الحل

طبق تعريف مشتقة اقتران عند نقطة واجر العمليات اللازمة . الإجابة صفر.

---

٣) ليكن ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^{٢}+٢\text{س}+٢ & ، \ ٠ \geq \text{س} > ١ \\ [\text{س}\,] + ٤\text{س} & ، \ ١ \geq \text{س} \geq ٣ \end{cases}$ ، جد قَ(س).

الحل

قَ(س) = $\begin{cases} ٢\text{س} + ٢ & ، \ ٠ > \text{س} < ١ \\ ٤ & ، \ ١ \geq \text{س} > ٢ \\ ٤ & ، \ ٢ \geq \text{س} > ٣ \\ \text{غير موجودة} & ، \ \text{س} = ٠ ، ٣ ، ٢ \text{ لأن ق غير متصل عند س} = ٢ \end{cases}$

منهاجي

---

٤) إذا كان ل(س) اقترانًا قابلًا للاشتقاق عند س = −١ ، ل(−١) = ١، لَ(−١) = ٢

فجد قَ (−١) في كلٍّ مما يأتي :

أ) ق(س) = $\sqrt{\text{س} + ٥}$ × ل(س)

ب) ق(س) = $\frac{(\text{ل}(\text{س}))^{٢}}{\text{س}^{٢} - \text{س}}$

جـ) ق(س) = ل (س) − $\frac{\text{ل}(\text{س})}{\text{س}}$

د) ق(س) = ظا ($\frac{\pi}{٣}$ل(س))

الحل

أ) $\frac{١}{٤}$ ٤

ب) $\frac{١١}{٤}$

جـ) ٥

د) $\frac{\pi ٨}{٣}$

---

٥) أ) إذا علمت أنَّ ص = س ظا س ، فأثبت أنَّ :

صً = ٢قا^{٢}س(١ + ص)

ب) إذا كان جا ص = س ، | س| < ١ ، فأثبت أنّ :

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{١}{\sqrt{١ - \text{س}^{٢}}}$ ، ص ∈ (٠، $\frac{\pi}{٢}$)

الحل

أ) اشتق مرتين وأجرِ العمليات اللازمة ثم عوض بالعلاقة الأصلية.

ب) اشتق الطرفين ثم جد جتا ص بدلالة س ثم عوض.

---

٦) إذا كان ص = ن^{٢}− ٤ن ، س = ٢ن − ٥ ، فجد $\frac{\text{د}^{٢}\text{ص}}{\text{د س}^{٢}}$ عند ن = ٦

الحل

$\frac{١}{٢}$

---

٧) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق؛ بحيث كان هـَ (س) = ق(س) ،

قَ(س) = − هـ (س) ، وكان ل(س) = (هـ (س))^{٢} + (ق (س))^{٢} ، فجد لَ(س) .

الحل

اشتق الطرفين ثم عوض بالمعلومات المعطاة . الإجابة صفر.

٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} (س+١)^{٤} & ، س \geq ٠ \\ (س-١)^{٤} & ، س < ٠ \end{cases}$

فأجب عن كلٍّ مما يأتي :

أ) جد قَ(س) لجميع قيم س ، س ≠ ٠

ب) بيّن أنَّ ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند س = ٠

الحل

أ) قَ(س) = $\begin{cases} ٤(س+١)^{٣} & ، س > ٠ \\ ٤(س-١)^{٣} & ، س < ٠ \\ \text{غير موجودة} & ، س = ٠ \end{cases}$

ب) اختبر قابلية ق للاشتقاق عند س = ٠

---

٩) إذا كان ص^{٣} = ق(٤س^{٢} − س) ، قَ(٥) = ٤ ، ق(٥) = −٨ ، فجد $\left| \frac{د ص}{د س} \right|_{س=-١}$.

الحل

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة (− ٣)

---

١٠) إذا كان ق(س) = جاهـ(س) ، هـ (١) = $\frac{\pi}{٣}$ ، هـَ (١) = ٠ ، هـً (١) = ٤ ، فجد قً (١) علمًا بأنَّ ق، قَ قابلان للاشتقاق.

الحل

٢

---

١١) إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٢س ، هـ (س) = ٣س^{٢} ، فجد كلاًّ مما يأتي:

أ) (قَ ○ هـ)َ (٢) ب) (قَ ○ هـ)ً (٢)

الحل

أ) ٨٦٤ ب) ١٢٩٦

١٢) إذا كان ل(س) = ق(هـ(س))، وكان هـ(١) = ٤ ، لَ(١) = ٢ ، قَ(٤) = −٥، فجد هـَ(١)

الحل

$\frac{-٢}{٥}$

---

١٣) إذا كان ص = س هـ(س) ، وكان هـ(−١) = ٦ ، هـَ(−١) = ٢، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = −١

الحل

٤

---

١٤) إذا كان جا ص = ظا س ، فأثبت أنَّ : ظاص = $\frac{صً}{٢ قا^{٢}س+(صَ)^{٢}}$

الحل

اشتق ضمنيًّا مرتين ثم أجرِ العمليات المناسبة.

---

١٥) إذا كان ق(٣س−١) = $\frac{١}{س^{٢}} - \frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠ فأثبت أنَّ قَ(٥) = $\frac{١}{١٢}$

الحل

اشتق الطرفين باستخدام قاعدة السلسلة وقواعد الاشتقاق ثم عوض.

---

١٦) إذا كان جتا ص − س ص = ٢س ، فأثبت أنَّ:

صً (س + جا ص) + صَ(٢ + صَ جتا ص) = ٠

الحل

اشتق ضمنيًّا مرتين ثم أجرِ العمليات المناسبة.

---

١٧) إذا كانت ص = أ جاس − ب جتاس ، أ ، ب ثابتان، فأثبت أنَّ : (صَ)^{٢} + ص^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}

الحل

جد صَ ثم جد مربع كل من ص، صَ ثم عوض.

١٨) إذا كان ص^{٣} = ق(٢ س^{٢} − س) ، قَ(٦) = ٤ ، ق(٦) = − ٨ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٢ .

الحل

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة −٣

منهاجي

١٩) إذا كان ق(س) = س^{٣} − س^{٢} ، هـ (س) = ٣س^{٢} + س ، فجد كلاً مما يأتي:

أ) (قَ ○ هـ)َ (١) ب) (قَ ○ هـ)ً (١)

منهاجي

الحل

أ) ١٥٤ ب) ٤٢٦

٢٠) اعتمادًا على الشكل (٢−٤) الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة [−٣ ، ٣]، جد كلاً مما يأتي:

أ) قيم س حيث −٣ < س < ٣ التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل.

ب) قيم س حيث −٣ < س < ٣ التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق.

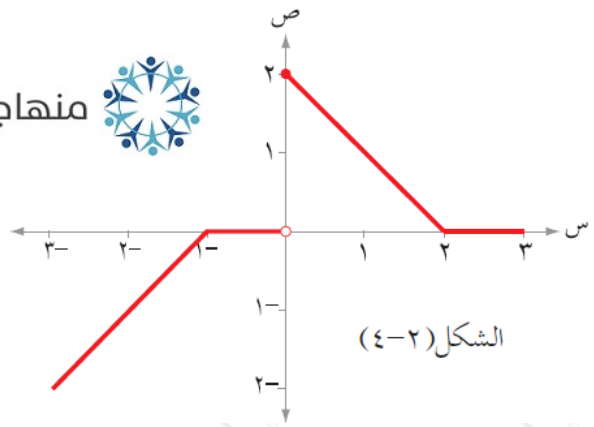
الحل

منهاجي

أ) س = ٠

ب) س= −١ ، ٠ ، ٢

منهاجي



الشكل (٢−٤)

٢١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ويلي كل فقرة أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٣)، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عند هذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإنَّ:

نهـــا $\frac{ق(س) - ٣}{٦ - ٣س}$ تساوي: $_{س \leftarrow ٢}$

أ) ١ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $-\frac{١}{٣}$ ✓ د) -٣

(٢) نهـــا $\frac{جا٢س - ١}{س - \frac{\pi}{٤}}$ تساوي: $_{س \leftarrow \frac{\pi}{٤}}$

أ) ١ ب) صفر ✓ جـ) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ د) $\sqrt{٢}$

(٣) نهـــا $\frac{\frac{١}{٢} - جتا(\frac{\pi}{٣} + هـ)}{هـ}$ تساوي: $_{هـ \leftarrow ٠}$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{-١}{٢}$ جـ) $\frac{-\sqrt{٣}}{٢}$ د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ✓

(٤) إذا كان قَ(٢) = ٦ ، فإنَّ نهـــا $\frac{ق(٢+٣هـ) - ق(٢)}{-هـ}$ تساوي: $_{هـ \leftarrow ٠}$

أ) -١٨ ✓ ب) ١٨ جـ) -٦ د) -٢

(٥) إذا كان معدّل التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [−٢، م] يساوي $\frac{م^٢ - ٤}{م + ٢}$ فإنَّ قَ(−٢) تساوي:

أ) ٢ ب) صفر جـ) -٤ ✓ د) ٤

(٦) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير س من س إلى س + هـ يساوي $س^٢هـ + س هـ^٢ + \frac{١}{٣} هـ^٣$ ، فإنَّ قَ(٣) تساوي:

أ) ٩ ✓ ب) -٩ جـ) صفر د) -٣

(٧) إذا كان ق(س) = |٤ − ٢س| فإنَّ قَ(٢):

أ) ٢ ب) -٢ جـ) صفر د) غير موجودة ✓

(٨) إذا كان ق(٤) = ٥ ، قَ(٤) = -١ ، قً(٤) = ٢ فإنَّ $(\frac{ق}{قَ})$َ(٤) تساوي:

أ) ١١ ب) -٩ ✓ جـ) -٦ د) ٦