إجابات تمارين ومسائل الدرس

الاشتقاق الضمني - إجابات دليل المعلم

١) جد $\frac{د ص}{د س}$ لكلٍّ مما يأتي :

أ) $س^{٢} + ٤ ص^{٢} = ١٦$

ب) $ص^{٢} = \sqrt{س^{٣} + ٤ س^{٢}}$

جـ) $س^{٣} + ص^{٣} = س ص$

د) جا(س ص) = $س^{٢}$

الحل

أ) $-\frac{١}{٤} \times \frac{س}{ص}$

ب) $\frac{٣س^{٢} + ٨س}{٤ ص\sqrt{س^{٣} + ٤ س^{٢}}}$

جـ) $\frac{ص - ٣س^{٢}}{٣ص^{٢} - س}$

د) $\frac{٢}{جتا(س ص)} - \frac{ص}{س}$

---

٢) جد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ لكلٍّ مما يأتي :

أ) $(س ص)^{٣} = ٤ س$

ب) $٤ س^{٢} + ٣ ص^{٢} = ١٦$

جـ) ص = س جتا ص

د) جا س = $\sqrt{ص} + ٢$

الحل

أ) $-\frac{٤}{٣} \times \frac{٢س صَ + ٣ص}{س^{٤} ص^{٣}} - \frac{س صَ - ص}{س^{٢}}$

ب) $-\frac{٤}{٣} \left(\frac{ص - س صَ}{ص^{٢}}\right)$

جـ) $-\frac{حاص(صَ + حتاص) + س صَ}{(١ + س جاص)^{٢}}$

د) $-٢\sqrt{ص} جاس + \frac{صَ جتا س}{\sqrt{ص}}$

٣) جد قيمة $\frac{ص}{س}$ لكلٍّ من العلاقات الآتية عند النقط المبينة إزاء كلٍّ منها :

أ) $٨ س ص + جتا ص = \pi^{٢}$ ، $(\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٤})$

ب) $س^{٣} - ٢ س ص + ص^{٣} = ٢$ ، $(١، -١)$

جـ) $\frac{٤}{س} + \frac{٢}{ص} = ٣$ ، $(١، ٤)$

الحل

أ) $\frac{\pi ٤}{\pi ٢ - ١}$

ب) -٥

جـ) $-\frac{١}{٨}$

---

٤) إذا كان جا(س + ص) = ص^{٢} جتاس، فجد صَ .

الحل

$$\frac{\text{جتا}(س + ص) + ص^{٢} \text{ جاس}}{٢ص \text{ جتاس} - \text{جتا}(س + ص)}$$

---

٥) جد النقطة على منحنى العلاقة $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$ التي يصنع عندها المماس زاوية مقدارها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$(\frac{٩}{٤}، \frac{٩}{٤})$

---

٦) جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يأتي:

أ) $ص = \sqrt[٣]{(٢س + ١)^{٢}}$

ب) $ص = \sqrt{س^{٢} + \sqrt{٣س}}$

الحل

أ) $\frac{٤}{٣\sqrt[٣]{٢س^{٢} + ١}}$

ب) $\frac{٤س\sqrt{٣س} + ٣}{٤\sqrt{٣س} \times \sqrt{س^{٢} + \sqrt{٣س}}}$

٧) إذا كان س = جاص ، فأثبت أنَّ صَ = ظاص قا٢ص.

الحل

اشتق ضمنيًّا مرتين ثم عوض عن صَ في المشتقة الثانية.

---

٨) إذا كان ص جتا٢س = س جا ٢ص ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة $(\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٢})$.

الحل

٢

---

٩) إذا كان س ص = جاس، فأثبت أنَّ: س صَ + ٢صَ + س ص = ٠

الحل

اشتق ضمنيًّا مرتين ثم ضع س ص مكان جاس في المشتقة الثانية.

---

١٠) إذا كان ص = ن٣ + ٢ن ، $\frac{د س}{د ن}$ = ٤ن ، فجد $\frac{د^٢ ص}{د س^٢}$ عند ن = ١.

الحل

$\frac{١}{١٦}$

---

١١) إذا كان س + ص = جا ص، فأثبت أنَّ: (صَ)٢= صَ (ظتا ص− قتاص)

الحل

اشتق ضمنيًّا مرتين ولاحظ أن(صَ)٢ = صَ × صَ

---

١٢) إذا كان ص = جاس + س ص ، فأثبت أنَّ : صَ + ص = $\frac{٢صَ}{١ - س}$

الحل

اشتق ضمنيًّا مرتين ثم استخدم العلاقة الأصلية في التعويض.