

إجابات تمارين ومسائل الدرس

المشتقات العليا - إجابات دليل المعلم

(١) جد المشتقة الثانية لكل من الاقتران الآتية :

أ) $v = 4s^2 - \frac{7}{4}s - 2$ ب) $v = \frac{s^2 + 1}{s}$

ج) $v = |s + 2|$

منهاجي

منهاجي

الحل

أ) $24s - 7$ ب) $\frac{2}{s^3}$ ج) $v'(s) = \begin{cases} 2s + 2 & \text{غير موجودة} \\ 2s - 2 & \text{غير موجودة} \end{cases}$

، $s < 0$ ،
، $s = 0$ ،
، $s > 0$ ،

(٢) إذا كان $v(s) = (s^2 + 2s + 4)(s^3 + 1)$ ، فجد قيمة $v'(s)$ عند $s = 1$.

منهاجي

الحل

- 270

(٣) إذا كان $v(s) = s^n$ ، n عدد صحيح موجب وكانت $v'(s) = 24s$ فجد قيمة الثابت n .

منهاجي

الحل

إيجاد n أولاً ثم $n = 24$

(٤) إذا كان $v = \frac{2}{s}$ ، $s \neq 0$ ، فأثبت أن $v'' = \frac{1}{s^3}$

منهاجي

الحل

تطبيق قواعد الاشتقاق مرتين.

٥) إذا كان $ق(س) = س^٤ + س^٣ - س^٢ - س$ ، فجد قيم $س$ التي تحقق ما يأتي :

أ) $ق(س) = ٠$ ب) $ق(س) \leq ٠$ ج) $ق(س) > ٠$ منهاجي

الحل

أ) $س = -٢ ، \frac{١}{٢}$ ب) الفترتين $(-\infty ، -٢]$ ، $(\frac{١}{٢} ، \infty)$ ج) $(-٢ ، \frac{١}{٢})$

٦) جد المشتقة الثالثة لكل من الاقتران الآتية :
أ) $ص = س^٤ - س^٣ - س^٥$ منهاجي

ب) $ص = أس^٢ + ب س^٢ + ج س$ ، حيث $أ ، ب ، ج$ ثوابت.

الحل

أ) $٢٤ س + ٦٣٠ س^٣$ ب) $٦ أ$ منهاجي

٧) جد قيمة كل مما يأتي :
أ) $ق(\pi)$ حيث $ق(س) = س^٢ - ٦ س$ منهاجي

ب) $ق(-١)$ حيث $ق(س) = \frac{١}{٢} س^٥ - \frac{١}{٣} س^٢$

ج) $ق^{(٤)}(١)$ حيث $ق(س) = \frac{١}{س}$ منهاجي

الحل

أ) صفر ب) ١ ج) ٢٤

٨) إذا كان كل من $ل ، ل' ، ل''$ قابلاً للاشتقاق عند $س$ ، وكان $ق(س) = س^٢ ل(س)$ فجد $ق'(س)$ ، $ق''(س)$.

الحل

ق'(س) = $س^٢ ل'(س) + ٢ س ل(س)$ منهاجي

ق''(س) = $س^٢ ل''(س) + ٦ س ل'(س) + ٢ ل(س)$

٩ (إذا كان كلٌّ من الاقترانين ل، هـ قابلاً للاشتقاق مرتين، فأثبت أن :

$$(ل \times هـ) (س) = (ل' \times هـ) (س) + (ل \times هـ') (س) + (ل \times هـ) (س)$$



الحل
استخدام قواعد الاشتقاق مرتين.

١٠ جد قاعدة اقتران كثير الحدود ق من الدرجة الثانية الذي فيه ق(١) = ٣، ق'(١) = ٢ - ق(١) = ٤.

الحل

$$ق(س) = أ س^٢ + ب س + ج .$$
 جد ق(س)، ق'(س).
 طبق المعلومات المعطاة لتحصل على ق(س) = ٢ س - ٦ س + ٧

١١ إذا كان كلٌّ من الاقترانين ل، هـ قابلاً للاشتقاق مرتين فأثبت أن :

$$ل(س) هـ'(س) - (ل'(س) هـ(س)) = \frac{ك}{س}$$
 اشتق الطرف الأيسر لتحصل على الطرف الأيمن.

١٢ إذا كانت ل، ق، هـ اقترانات قابلة للاشتقاق حتى المشتقة الثالثة وكان

هـ(س) = ل(س) ق(س)، ل(س) ق(س) = ل'(س) ق'(س)، حيث ج عدد ثابت فأثبت أن:

$$هـ''(س) = ل(س) ق''(س) + ل'(س) ق'(س) + ل''(س) ق(س)$$
 الحل

جد هـ''(س)، استخدم العلاقة ل(س) ق(س) = ج ثم اشتقها.

جد هـ''(س) وعوض لتحصل على المطلوب.

١٣ إذا كان ق(س) = ٤ أس + $\frac{١٦}{س}$ ، أثبت، وكان ق'(٢) = ٩٠ فجد قيمة الثابت أ.

الحل
٢

١٤) إذا كان $ق(س) = ٨س - ٤(م - ٣)س^٢$ ، فجد قيم الثابت $م$ التي تجعل $ق(س) > ٠$

منهاجي

الحل

$٣ < م$