

إجابات تمارين ومسائل الدرس

المشتقة الأولى - إجابات دليل المعلم

(١) استخدم تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات الآتية عند قيمة (قيم) s المبينة إزاء

كل منها:

منهاجي

منهاجي

$$s = 3, \quad s = -1,$$

$$s = 5, \quad s = 0, \quad s = 3,$$

$$s = 5, \quad s = 0, \quad s = 3,$$

$$s = 3, \quad s = 0, \quad s = 3,$$

منهاجي

$$s = 3, \quad s = 0, \quad s = 3,$$

$$(أ) \quad f(s) = 5s - 8$$

$$(ب) \quad f(s) = 3s^2 + 2s$$

$$(ج) \quad f(s) = \sqrt{s-1}, \quad \text{حيث } s \leq 1$$

$$(د) \quad f(s) = \begin{cases} s^2 - s \\ 5s - 9 \end{cases}$$

$$\text{عند } s = 0, s = 3, s = 6$$

$$s = 1, s = 2$$

$$(هـ) \quad f(s) = |s^2 - 4|$$

منهاجي

$$s = -1$$

منهاجي

$$(و) \quad f(s) = \frac{s^2}{s+3}$$

الحل

$$(ج) \quad \frac{1}{4}$$

$$(ب) \quad 1$$

$$(أ) \quad 5$$

$$(د) \quad f'(0) \text{ غير موجودة، } f'(6) \text{ غير موجودة، } f'(3) = 5$$

$$(هـ) \quad f'(1) = -2, \quad f'(2) \text{ غير موجودة}$$

$$(و) \quad f'(1) = \frac{3}{4}$$

(٢) جد $\frac{dy}{dx}$ لكل من الاقترانات الآتية مستخدماً تعريف المشتقة:

$$(ب) \quad f(s) = \sqrt{6-s}, \quad s < 6$$

$$(أ) \quad f(s) = s^2 - \frac{4}{s}, \quad s \neq 0$$

منهاجي

$$(د) \quad f(s) = \sqrt[3]{s}$$

منهاجي

$$(ج) \quad f(s) = s^3$$

الحل

$$(د) \quad \frac{1}{3\sqrt[3]{s^2}}$$

$$(ج) \quad 3s^2$$

$$(ب) \quad \frac{1}{2\sqrt{6-s}}$$

$$(أ) \quad \frac{2s^2 + 4}{s^3}$$

٣) إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق، فأثبت أن:

أ)
$$\text{نها} \leftarrow \frac{ق(س+هـ) - ق(س-هـ)}{هـ} = ٢ق(س)$$

ب)
$$\text{نها} \leftarrow \frac{عق(س) - سق(ع)}{ع-س} = ق(س) - سق(س)$$

ج)
$$\text{نها} \leftarrow \frac{٣عق(ع) - ٣سق(س)}{ع-س} = ٣سق(س) + ٣سق(س)$$

منهاجي

الحل

- أ) إضافة وطرح ق(س) في البسط ثم فصل الكسر إلى جزأين .
 ب) إضافة وطرح ع ق(ع) في البسط ثم فصل الكسر إلى جزأين .
 ج) إخراج ٣ عاملاً مشتركاً من البسط ثم إضافة وطرح ع ق(س) من البسط، ثم فصل الكسر إلى جزأين .

٤) إذا كان ق(٥) = ٦ فجد نها
$$\frac{ق(٥-٢) - ق(٥+٤)}{هـ}$$

الحل

إضافة وطرح ق(٥) في البسط ثم فصل الكسر إلى جزأين، ثم فرض ٤هـ = م، ٢هـ = ل أو أية رموز أخرى.

٥) إذا كان ق(س) = (س-أ) ل(س)، حيث ل(س) اقتران متصل عند س = أ، أثبت، فبين باستخدام

تعريف المشتقة أن ق(أ) = ل(أ).

الحل

تطبيق الصيغة الثانية من تعريف المشتقة عند نقطة.

٦) أنبوب من المعدن أسطواني الشكل يزيد ارتفاعه عن طول نصف قطر قاعدته بمقدار وحدتين، سُخِّن الأنبوب بالحرارة فبدأ بالتمدد محافظاً على شكله، جد معدل تغير مساحته الجانبية بالنسبة إلى طول نصف قطر قاعدته؛ عندما يكون طول نصف قطر قاعدته ٦ سم .

منهاجي

الحل

ع = نق + ٢ ، م(نق) = ٢π نق (نق + ٢) ، م(٦) = ٢٨π سم

٧) إذا كان مقدار التغير في الاقتران q عندما تتغير s من s إلى $s + h$ يساوي
(٦ $s^2 + 6s + 2h^2 + 2hs$)، حيث: h عدد حقيقي يقترب من الصفر، فجد $q(-2)$.

الحل
٢٤
منهاجي

٨) مكعب معدني يتمدد بانتظام محافظاً على شكله، جد معدّل تغير حجم المكعب بالنسبة إلى طول ضلعه، عندما يكون طول ضلعه وحدتيّ طول.

الحل
منهاجي

ح (ل) = (ل)²، ح (٢) = ١٢ وحدة مربعة (باستخدام التعريف).

٩) أثبت أنّ معدل تغير حجم الكرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها (عند أية قيمة)، يساوي مساحة سطحها.

الحل
منهاجي

اشتق حجم الكرة بالنسبة إلى طول نصف القطر باستخدام التعريف.