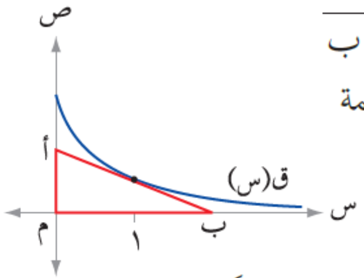
إجابات أسئلة الوحدة

تطبيقات القيم القصوى – إجابات دليل المعلم

١) معتمدًا الشكل (٣-٣٠)، الذي فيه المثلث أ م ب الذي ضلعه $\overline{\text{أب}}$ يمس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{\text{جـ}}{\text{س}+١}$ عند (١، ق(١)) ، جد قيمة الثابت جـ التي تجعل مساحة المثلث تساوي $\frac{٩}{٤}$ وحدة مربعة.



الشكل (٣-٣٠)

الحل

جـ = ٢

---

٢) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث إنَّ بُعده عن نقطة الأصل بالأمتار بَعد ن ثانية معطى بالعلاقة ف(ن) = $\frac{\text{ن}}{٢}$ − جا^{٢} ن، ن ∈ [٠، π]، جد تسارع الجُسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته.

الحل

ت = $\sqrt{٣}$ م/ث^{٢}

---

٣) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{\text{س}^{٣} - ٢٧\text{س}}$ ، س ∈ ح، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق نقط حرجة.

ب) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران قيم قصوى مبينًا نوعها.

الحل

أ) س = ± ٣ ، س = ± ٣ ($\sqrt{٣}$)

ب) الاقتران ق متزايد في الفترتين (−∞ ، −٣] ، [٣ ، ∞)

الاقتران ق متناقص في الفترة [−٣ ، ٣]

جـ) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند س = −٣

للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = ٣

للاقتران ق قيمة صغرى مطلقة عند س = −٣ $\sqrt{٣}$

---

٤) عيِّن قاعدة الاقتران ق(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د ، حيث:

أ ، ب ، جـ ، د أعداد حقيقية ثابتة، ويمر منحنى الاقتران ق بالنقطة (٠،٥) ومعادلة المماس لمنحناه عند النقطة (١،ق(١)) هي: ٩س + ص −٩ = ٠، ولمنحناه نقطة انعطاف هي (٢، −١١).

الحل

ق (س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د = س^{٣} − ٦ س^{٢} + ٥

---

٥) يمثل الشكل (٣−٣١) منحنى المشتقة الأولى لكثير الحدود ق(س) جد:

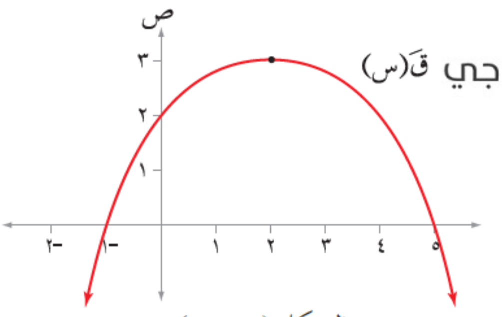
أ) النقط الحرجة للاقتران ق.

ب) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران قيم قصوى محلية.

د) فترات التقعر لمنحنى ق.

هـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران نقطة انعطاف.



الشكل (٣−٣١)

الحل

أ) للاقتران ق نقطة حرجة عند س = −١ ، س= ٥

ب) الاقتران ق متزايد في الفترة [−١ ، ٥]

الاقتران ق متناقص في الفترتين (− ∞ ، −١] ، [٥ ، ∞)

جـ) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند س = ٥

للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = −١

د) الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة (− ∞ ، ٢]

الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة [٢ ، ∞)

هـ) للاقتران ق نقطة انعطاف عند س = ٢

٦) إذا كان الاقتران ق(س) متصل على [−١ ، ٤] ،

وكان ق(س) = $\begin{cases} \text{جـ س}^٢ + \text{ء س} + \text{هـ} &،\ -١ \leq \text{س} < ١ \\ \text{أ س} + \text{ب} &،\ ١ \leq \text{س} \leq ٤ \end{cases}$

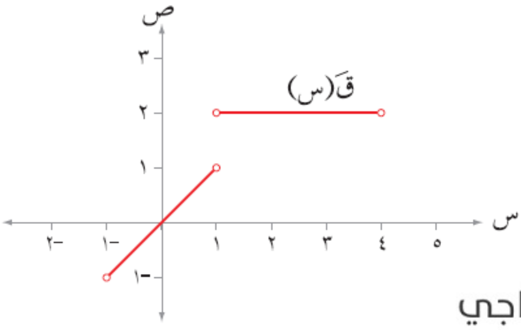
ومُثِّلَ منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق كما في الشكل (٣−٣٢)، فجد كلًّا مما يلي:

أ) مجموعة قيم س الحرجة للاقتران ق.

ب) فترات التزايد، وفترات التناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق قيم قصوى محلية.

د) قيم كلٍّ من الثوابت أ، ب، جـ ، د، هـ ، علمًا بأنَّ ق(−١)=٢ ، ق(٤)=٨



الشكل (٣−٣٢)

الحل

أ) للاقتران ق نقط حرجة عند س = −١ ، س = ٠ ، س = ١ ، س = ٤

ب) الاقتران ق متزايد في الفترة [٠ ، ٤]

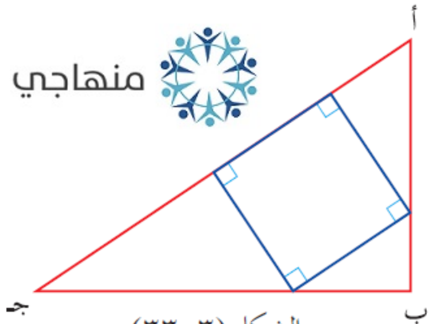
الاقتران ق متناقص في الفترة [−١ ، ٠]

جـ) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = ٠

د) أ = ٢ ، ب = ٠ ، جـ = $\frac{١}{٢}$ ، د = ٠ ، هـ = $\frac{٣}{٢}$

---

٧) يمثل الشكل (٣−٣٣) مثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب فيه أ ب= ٦ سم، ب جـ= ٨سم، وبداخله مستطيل يقع رأسان من من رؤوسه على وتر المثلث والرأسان الآخران يقع كلّ منهما على ضلعي القائمة. جد أبعاد المستطيل التي تجعل مساحته أكبر ما يمكن.



الشكل (٣−٣٣)

الحل

أبعاد المستطيل هي ل = ٥سم ، ع = ٣,٢ سم

٨) يتكون هذا السؤال من (١١) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) تتحرك نقطة على خط مستقيم بحيث إنَّ المسافة (ف) بالأمتار التي تقطعها في زمن قدره (ن) ثانية هي: ف(ن) $=$ ٦ن^{٢} $-$ ن^{٣} $+$ ١٣، المسافة ف عندما يصبح التسارع صفرًا هي:

أ) ١٤م ب) ١٨ م

جـ) ٢٩ م ✓ د) ٣٤ م

(٢) معدل تغير حجم كرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها عندما يكون طول نصف قطرها ٥سم يساوي:

أ) ١٠٠سم^{٣}/سم ب) ٤ π سم^{٣}/سم

جـ) ٢٠ π سم^{٣}/سم د) ١٠٠πسم^{٣}/سم ✓

(٣) وعاء على شكل مخروط دائري قائم رأسه إلى أسفل، ارتفاعه ١٦سم، وطول نصف قطر قاعدته ٤سم، صُبَّ الماء فيه بمعدل ٢ πسم^{٣}/ث، فإنَّ معدل تغير ارتفاع الماء فيه في اللحظة التي يكون ارتفاع الماء ٨سم يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ سم/ث ✓ ب) ٢ سم/ث

جـ) $\frac{١}{٨}$ سم/ث د) $\frac{١}{٢\pi}$ سم/ث

(٤) إذا كان ق(س) = ١٢س + ٦(م − ٢)س^{٢} فإنَّ قيم م التي تجعل منحنى الاقتران ق مقعراً للأسفل:

أ) [٢ ، ∞) ب) (−∞ ، ٢]

جـ) (٢ ، ∞) د) (−∞ ، ٢) ✓

(٥) إذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = جا ٤س نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٤}$ فإنَّ ميل المماس عندها يساوي:

أ) −٤ ✓ ب) ٤

جـ) −٢ د) −١

(٦) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س + ١}{س^{٢}}$ فإنَّ منحنى الاقتران ق متناقص على الفترة:

أ) (−∞ ، ٠) ب) (١ ، ∞)

جـ) [٠ ، ١] د) (٠ ، ١] ✓

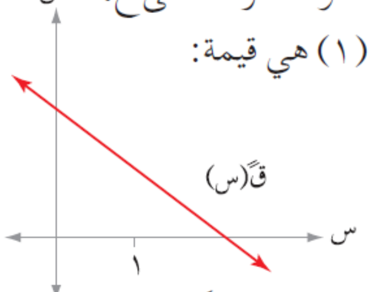
(٧) الشكل (٣−٣٤) يمثل منحنى قً(س) للاقتران ق كثير الحدود المعرف على ح، إذا كان للاقتران ق نقطة حرجة عند (١ ، ق(١))، فإنَّ ق(١) هي قيمة:

أ) عظمى محلية

ب) عظمى مطلقة

جـ) صغرى مطلقة

د) صغرى محلية ✓



الشكل (٣−٣٤)

(٨) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س^{٢}}$: س ∈ [−١ ، ١] ، فإنَّ للاقتران ق قيمة صغرى مطلقة عند النقطة:

أ) (−١ ، ١) ب) (١ ، ١)

جـ) (٠ ، ٠) ✓ د) (٠ ، ١)

(٩) يُراد صنع علبة مفتوحة من الأعلى من قطعة كرتون مستطيلة الشكل أبعادها ١٦سم، ٣٠سم وذلك بقص مربعات متساوية من زواياها الأربع طول كلٍّ منها (س) وحدة ، ثم طيّ الجوانب للأعلى، ما قيمة س التي تجعل حجم العلبة أكبر ما يمكن؟

أ) ١٢سم ب) $\frac{١٠}{٣}$ سم ✓

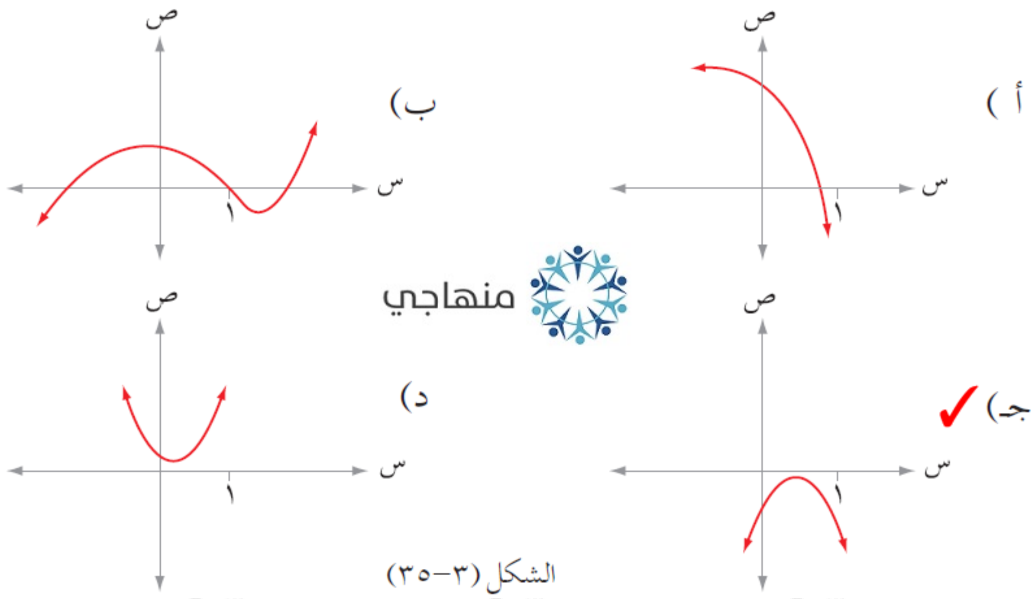
جـ) ١٠ سم د) ٨سم

(١٠) إذا كان ق(س) = جتاس − جاس : س ∈ [٠ ، π] فإنَّ قيمة س التي يكون للاقتران عندها قيمة صغرى مطلقة هي:

أ) ٠ ب) $\frac{\pi}{٤}$

جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{٣\pi}{٤}$ ✓

(١١) أي المنحنيات في الشكل (٣-٣٥) يمثل رسم الاقتران ق الذي فيه قَ (٠) > ٠، قَ (١) < ٠ ، قً(س) سالبة دائمًا:



الشكل (٣-٣٥)