

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التقعر - إجابات دليل المعلم

(١) حدد فترات التقعر إلى الأعلى والتقعر إلى الأسفل لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

$$(أ) \quad ق(س) = س + \frac{٤}{س}$$

$$(ب) \quad ق(س) = \sqrt[٢]{١٦س - س^٢}$$

$$س \in [-٤, ٤]$$

$$س > ٢$$

$$س \leq ٢$$



$$(ج) \quad ق(س) = \left. \begin{array}{l} ١ - س^٢ \\ س - ٥ \end{array} \right\}$$

$$(د) \quad هـ(س) = \left(\frac{١-س}{س} \right)^٢$$

$$(هـ) \quad ق(س) = جتاس - جاس + ١, \quad س \in [٠, \pi]$$



الحل

(أ) منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة $(-\infty, ٠)$

منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة $(٠, \infty)$

(ب) منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة $(-٤, ٤)$

(ج) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة $(-\infty, ٢)$

(د) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترتين $(-\infty, ٠)$ ، $(٠, \frac{٣}{٢})$

منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة $(\frac{٣}{٢}, \infty)$

(هـ) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة $(\frac{\pi}{٤}, \pi)$

منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة $(٠, \frac{\pi}{٤})$



٢) حدد نقط الانعطاف (إن وجدت) لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

أ) $ق(س) = ٢ - ٣س + ٦س^٢ + ٩س^٣ + ٢$ ، $س \in ح$ ،

ب) $ق(س) = ٣س - \frac{٢}{٣}$ ، $س \in ح$ ،

ج) $ق(س) = ٣س^{\frac{٣}{٥}}$ ، $س \in ح$ ، منهاجي

د) $ق(س) = س - ظاس$ ، $س \in (\frac{\pi}{٢}, -\frac{\pi}{٢})$ ،

الحل

أ) للاقتران ق نقطة انعطاف عند $س = ٢$ هي $(٢, ٤)$ منهاجي

ب) للاقتران ق نقطتي انعطاف عند $س = ٠$ ، $س = ١$ هما $(٠, ٠)$ ، $(٠, ١)$ ،

ج) للاقتران ق نقطة انعطاف عند $س = ٠$ هي $(٠, ٠)$ منهاجي

د) للاقتران ق نقطة انعطاف عند $س = ٠$ هي $(٠, ٠)$ ،

٣) جد القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية لكل من الاقتارات الآتية، باستخدام اختبار المشتقة الثانية،

إن أمكن ذلك:

أ) $ق(س) = س - جاس - جتاس$ ، منهاجي $س \in [\pi ٢, ٠]$ ،

ب) $ق(س) = س^٤$ ، $س \in ح$ ،

ج) $ق(س) = ٤ - |س - ٢| - |س + ١| + س$ ، $س \in ح$ ، منهاجي

د) $ق(س) = س^٢ + \frac{١٢٨}{س}$ ، $س \neq ٠$ ،

الحل

أ) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند $س = \frac{\pi ٧}{٤}$ هي ق $(\frac{\pi ٧}{٤}) = -\sqrt{٢}$ منهاجي

ب) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند $س = \frac{\pi ٣}{٤}$ هي ق $(\frac{\pi ٣}{٤}) = \sqrt{٢}$ ،

ب) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند $س = ٠$ هي ق $(٠) = ٠$ ،

ج) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتران ق قيمة عظمى محلية

عند $س = ٢$ هي ق $(٢) = ١ -$ منهاجي

د) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند $س = ٤$ هي ق $(٤) = ٤٨$ ،

٤) عيّن قاعدة الاقتران ق(س) = أس^٣ + ب س^٢ + ج س + د، (أ ≠ ٠، ب، ج، د أعداد حقيقية) الذي يمر منحناه بالنقطة (١، ٥)، ومعادلة المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (٢، ١)، هي:

ص ٣ + س - ٧ = ٠
الحل
ق(س) = -س^٢ + ٦س - ١٥ + ١٥

٥) إذا كان ق(س) = $\frac{1}{س}$ ، هـ(س) = س^{١/٣} فأجب عما يأتي:

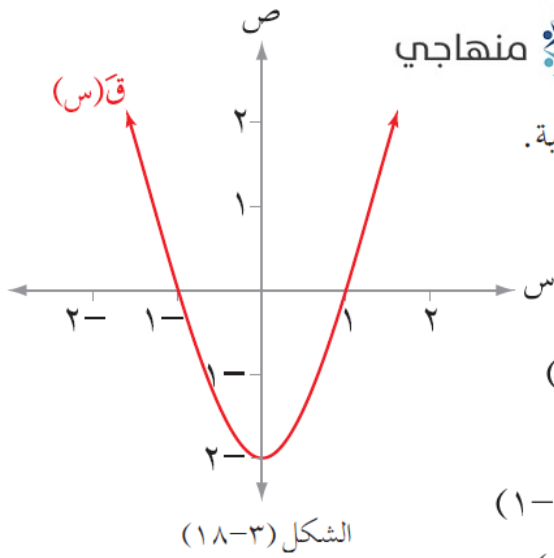
منهاجي

- أ) قارن مجالات التقعر لكل من الاقترانين ق، هـ.
ب) جد قيم س التي يكون عندها كل من الاقترانين ق، هـ غير متصل.
ج) جد نقط الانعطاف لكل من الاقترانين ق، هـ إن وُجدت.

الحل

- منحني ق(س) مقعر للأعلى في الفترة (٠، ∞) منهاجي
منحني ق(س) مقعر للأسفل في الفترة (-∞، ٠)
لا يوجد لمنحني ق نقطة انعطاف عند س = ٠؛ لأن ق غير معرف عند س = ٠.
منحني هـ(س) مقعر للأسفل في الفترة (٠، ∞) منهاجي
منحني هـ(س) مقعر للأعلى في الفترة (-∞، ٠)
للاقتران هـ(س) نقطة انعطاف عند س = ٠ هي (٠، ٠)

٦) يمثل الشكل (٣-١٨) منحنى $ق(س)$ ، للاقتران $ق(س)$ المعروف على ح. اعتمد على ذلك في الإجابة عن الأسئلة الآتية:



منهاجي



أ) عيّن مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ق$.

ب) عيّن قيم $س$ التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

ج) عيّن مجالات التقعر للاقتران $ق$.

د) عيّن نقط الانعطاف للاقتران $ق$.

الحل

أ) $ق(س)$ متزايد في الفترتين $(-\infty, -1]$ ، $[-1, \infty)$

$ق(س)$ متناقص في الفترة $[-1, 1]$

ب) للاقتران $ق$ قيمة عظمى محلية عند $س = -1$ هي $ق(-1)$

للاقتران $ق$ قيمة صغرى محلية عند $س = 1$ هي $ق(1)$

ج) منحنى $ق$ مقعر للأعلى في الفترة $(-\infty, 0]$

منهاجي



منحنى $ق$ مقعر للأسفل في الفترة $[0, \infty)$

د) للاقتران نقطة انعطاف عند $س = 0$ هي $(0, 0)$