إجابات تمارين ومسائل الدرس

القيم القصوى - إجابات دليل المعلم

١) جد القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وُجدت)، لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ) $ق(س) = س^{٢} - ٦س + ٩$ ، $س \in [٠ ، ٥]$

ب) $ق(س) = س^{٣} - ١٢س$ ، $س \in [-٤ ، ٤]$

جـ) $ق(س) = (٢ - س)^{٣}$ ، $س \in [٠ ، ٤]$

د) $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، -٢ \leq س < ٣ \\ ٣س + ١ & ، ٣ \leq س \leq ٥ \end{cases}$

هـ) $ق(س) = |(س - ١)^{٣}|$ ، $س \in [-١ ، ٣]$

و) $ق(س) = \frac{١}{٤} س^{٤} - \frac{١}{٣} س^{٣}$ ، $س \in [٠ ، ٣]$

ز) $ق(س) = \sqrt[٣]{س^{٢}}$ ، $س \in [-٨ ، ١]$

ح) $ق(س) = س + جاس$ ، $س \in [٠ ، ٢\pi]$

ط) $ق(س) = (س - ١)^{٣}$ ، $س \in [-٢ ، ٢]$

ي) $ق(س) = (س - ١)^{٤}$ ، $س \in [-٣ ، ٣]$

الحل

أ) للاقتران ق(س) :

قيمة صغرى محلية عند س= ٣ هي ق(٣) = ٠

قيمة صغرى مطلقة عند س=٣ هي ق(٣) = ٠

قيمة عظمى مطلقة عند س= ٠ هي ق(٠) = ٩

ب) للاقتران ق(س) :

قيمة صغرى محلية عند س= ٢ هي ق(٢)= −١٦

قيمة عظمى محلية عند س= −٢ هي ق(−٢) = ١٦

قيمة صغرى مطلقة هي ق(−٤)= ق(٢) = −١٦

قيمة عظمى مطلقة هي ق(−٢)= ق(٤) = ١٦

جـ) للاقتران ق(س) :

قيمة عظمى مطلقة عند س= ٠ ، هي ق(٠) = ٨

قيمة صغرى مطلقة عند س= ٤ ، هي ق(٤) = −٨

د) للاقتران ق(س) :

قيمة صغرى محلية عند س= ٠ ، هي ق(٠) = ١

قيمة صغرى مطلقة عند س= ٠ ، هي ق(٠) = ١

قيمة عظمى مطلقة عند س= ٥ ، هي ق(٥) = ١٦

هـ) للاقتران ق(س) :

قيمة صغرى محلية عند س= ١ ، هي ق(١)= ٠

قيمة صغرى مطلقة عند س= ١ ، هي ق(١)= ٠

قيمة عظمى مطلقة هي ق(−١) = ق(٣)= ٨

و) للاقتران ق(س) :

قيمة صغرى محلية عند س= ١ هي ق(١) = $\frac{-١}{١٢}$

قيمة صغرى مطلقة عند س= ١ هي ق(١) = $\frac{-١}{١٢}$

قيمة عظمى مطلقة عند س= ٣ هي ق(٣) = $\frac{٤٥}{٤}$

ز) للاقتران ق(س) :

قيمة صغرى محلية عند س= ٠ هي ق(٠) = ٠

قيمة صغرى مطلقة عند س= ٠ ، هي ق(٠) = ٠

قيمة عظمى مطلقة عند س= −٨ ، هي ق(−٨) = ٤

ح) للاقتران ق(س) :

قيمة صغرى مطلقة عند س= ٠ هي ق(٠) = ٠

قيمة عظمى مطلقة عند س= π٢ هي ق(π٢) = π٢

ط) للاقتران ق(س):

قيمة صغرى مطلقة عند س= ٢ هي ق(٢) = −١

قيمة عظمى مطلقة عند س= −٢ هي ق(−٢) = ٢٧

ي) للاقتران ق(س):

قيمة صغرى محلية عند س= ١ ، هي ق(١) = ٠

قيمة صغرى مطلقة عند س= ١ ، هي ق(١) = ٠

قيمة عظمى مطلقة عند س= −٣ ، هي ق(−٣) = ٢٥٦

---

٢) إذا كان لاقتران كثير الحدود ق(س) قيمة عظمى محلية عند النقطة (٢ ، ٣)، بيِّن أنَّ للاقتران هـ (س) = (١− ق(س))^{٣} قيمة صغرى محلية عند النقطة (٢ ، −٨).

الحل

بما أنَّ للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلية عند س= ٢ ← قَ(س) > ٠ ، س<٢

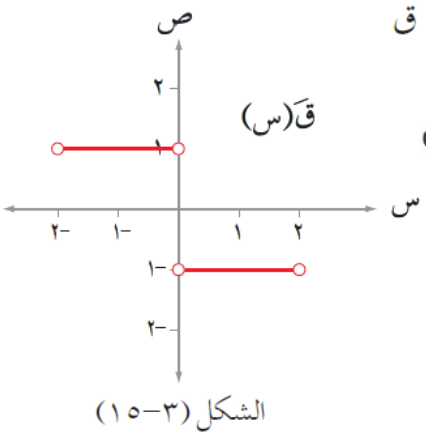
قَ(س) < ٠ ، س > ٢

هَ(س)= −٣ (١− ق(س))^{٢} × قَ(س) ← هَ(س) < ٠ ، س< ٢

هَ(س) > ٠ ، س > ٢

للاقتران هـ(س) قيمة صغرى محلية عند س= ٢ ، هي النقطة (٢،هـ(٢)) = (٢،−٨)

٣) معتمدًا الشكل (٣–١٥) الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المتصل على الفترة [–٢، ٢] جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (٣–١٥)

أ) مجموعة قيم س الحرجة للاقتران ق.

ب) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

الحل

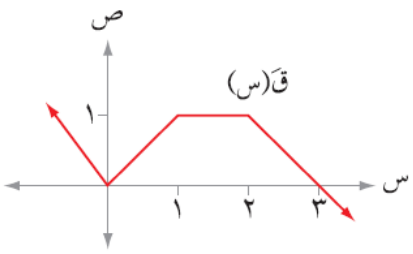
أ) مجموعة قيم س الحرجة للاقتران ق هي { –٢، ٠ ، ٢ }

ب) منحنى ق(س) متزايد في الفترة [–٢ ، ٠]

منحنى ق(س) متناقص في الفترة [٠ ، ٢]

جـ) للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلية عند س= ٠

٤) يمثل الشكل (٣–١٦) منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المعرَّف على ح.



الشكل (٣–١٦)

اعتمد على ذلك في إيجاد كلٍّ مما يأتي:

أ) النقط الحرجة للاقتران ق.

ب) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

الحل

أ) للاقتران ق(س) نقط حرجة عند س= ٠ ، س= ٣

ب) الاقتران متزايد في الفترة (– ∞ ، ٣]

الاقتران متناقص في الفترة [٣ ، ∞)

جـ) للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلية عند س= ٣