

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التكامل بالتعويض - إجابات دليل المعلم

(١) جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\begin{aligned} \text{أ) } & \int (3+s)\sqrt{3+s^2} \, ds \\ \text{ب) } & \int \frac{3-s^2}{5-2s^2-6s} \, ds \\ \text{ج) } & \int \frac{2}{(4s^2-2s+5)^{3/2}} \, ds \\ \text{د) } & \int \frac{7}{s^2-2s+4} \, ds \\ \text{هـ) } & \int \frac{\sqrt{s^2+5}}{s} \, ds \\ \text{و) } & \int \frac{1}{s\sqrt{s^2+1}} \, ds \\ \text{ز) } & \int \frac{1}{s^2\sqrt{1+s^2}} \, ds \\ \text{ح) } & \int \frac{1}{s^2(1+s)} \, ds \\ \text{ط) } & \int \frac{s^2+2}{s^2(1+s)} \, ds \\ \text{ي) } & \int \frac{s^2}{(1+s)^5} \, ds \\ \text{ك) } & \int \sqrt{s^2+\frac{3}{4}} \, ds \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{أ) } & \frac{64}{3} \\ \text{ب) } & \frac{1}{4} \ln|2s^2-6s-5| + C \\ \text{ج) } & \frac{1}{13(5-s^2)} + C \\ \text{د) } & \frac{7}{4} \\ \text{هـ) } & \frac{1}{2}\sqrt{s^2+5} + \frac{1}{2}\ln|s+\sqrt{s^2+5}| + C \\ \text{و) } & \frac{1}{4} \ln\left|\frac{s+\sqrt{s^2+1}}{s-\sqrt{s^2+1}}\right| + C \\ \text{ز) } & \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1+s^2}{s}} + C \\ \text{ح) } & \frac{1}{4} \ln\left|\frac{s}{1+s}\right| + C \\ \text{ط) } & \frac{1}{3}\sqrt{s^2+2} + C \\ \text{ي) } & \frac{2}{9}(1+s)^{-4} - \frac{1}{10}(1+s)^{-5} + C \\ \text{ك) } & \frac{2}{3}\sqrt{s^2+\frac{3}{4}} + C \end{aligned}$$

(٢) إذا كان $\int (s) \, ds = 18$ ؛ فجد قيمة $\int (s^2) \, ds$

الحل
٦

(٣) إذا كان $\left| \csc(\theta) \right| = 8$ ؛ فجد قيمة $\left| \csc^3(\theta) \right|$ (جا ٢) و $\csc(\theta)$ (جا ٢) و $\csc^2(\theta)$

الحل
١٢
منهاجي

(٤) جد كلاً من التكمالات الآتية:

- أ) $\left| \csc(\theta) + \sec(\theta) \right|$ و $\csc(\theta)$
- ب) $\left| \csc^2(\theta) \sqrt{\frac{\csc(\theta)}{\csc(\theta) + 2}} \right|$
- ج) $\left| \frac{1 - \csc^2(\theta)}{\csc^2(\theta)} \right|$
- د) $\left| \frac{\csc(\theta) \sqrt{\csc^2(\theta) + 4}}{\csc(\theta)} \right|$
- هـ) $\left| \csc^2(\theta) \csc^2(\theta) \csc^2(\theta) \right|$
- و) $\left| \csc^2(\theta) \right|$
- ز) $\left| \frac{\csc^2(\theta)}{\csc^2(\theta) + 1} \right|$
- ح) $\left| \csc^2(\theta) \times \csc^2(\theta) \right|$
- ط) $\left| \frac{\csc^2(\theta)}{\csc^2(\theta) - 5} \right|$
- ي) $\left| \csc^2(\theta) \right|$
- ك) $\left| \frac{1}{\csc^2(\theta) + 2} \right|$
- ل) $\left| \frac{\csc^2(\theta) \sqrt{\csc^2(\theta) + 3}}{\csc^2(\theta) - 2} \right|$
- م) $\left| \csc(\theta) \sqrt{\csc^2(\theta) + 1} \right|$
- ن) $\left| \sqrt{\csc^2(\theta) - \csc^2(\theta)} \right|$
- س) $\left| \frac{1}{\csc^2(\theta)} \sqrt{\csc^2(\theta) + 1} \right|$
- ع) $\left| \csc^2(\theta) (\csc^2(\theta) - \csc^2(\theta)) \right|$

الحل

أ) هـ جاس + جـ

منهاجي

$$\text{ب) } 6 - \frac{9}{13\sqrt{}} + \sqrt{13}$$

$$\text{ج) } \text{ظاس} - \frac{\text{ظا}^3\text{س}}{3} + \text{جـ}$$

$$\text{د) } \frac{1}{3} \sqrt{(جا^2\text{س} + 4)} + \text{جـ}$$

$$\text{هـ) } \frac{\text{ظتا}^6\text{س} - \text{ظتا}^6\text{س}}{36} + \frac{\text{ظتا}^6\text{س}}{24} + \text{جـ}$$

$$\text{و) } \frac{1}{4} (\text{س} + \text{جا}^2\text{س} + \frac{1}{2} (\text{س} + \frac{1}{4} \text{جا}^4\text{س})) + \text{جـ}$$

$$\text{ز) } \frac{1}{4(\text{جتا}^2\text{س} + 1)} + \text{جـ}$$

$$\text{ح) } \frac{1}{2} \text{هـ} \text{جتا}^2\text{س} + \text{جـ}$$

$$\text{ط) } \frac{3}{4} \text{لو} - 5 \text{س} - \sqrt{3\text{س}} + \text{جـ}$$

$$\text{ي) } \frac{\text{ظا}^3\text{س}}{3} + \text{ظاس} + \text{جـ}$$

$$\text{ك) } 2 \text{لو} + 2 \sqrt{\text{س}} + \text{جـ}$$

$$\text{ل) } \frac{3}{8} \sqrt[3]{(\text{ظتاس} + 3)^4} + \text{جـ}$$

$$\text{م) } \frac{32 - \text{جتا}^1\text{س}}{11} + \text{جـ}$$

$$\text{ن) } \frac{2}{3}$$

منهاجي

$$\text{س) } \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{1 + 2\text{س}}{\text{س}}\right)} + \text{جـ}$$

$$\text{ع) } - \frac{(\text{جاس} - \text{جتاس})^{10}}{10} + \text{جـ}$$

٦) اكتب الفرض المناسب لإيجاد كل من التكاملات الآتية؛ بطريقة التكامل بالتعويض (دون إجراء التكامل):

$$\text{ب) } \int \text{جتاس}^5 \text{جا}^2\text{س} \text{ دس}$$

$$\text{أ) } \int \text{جتا}^{10}\text{س} \text{جا}^3\text{س} \text{ دس}$$

$$\text{د) } \int \text{ظاس}^3 \text{قا}^5\text{س} \text{ دس}$$

$$\text{ج) } \int \text{ظاس}^5 \text{قا}^5\text{س} \text{ دس}$$

$$\text{و) } \int \text{ظتا}^5\text{س} \text{قتا}^5\text{س} \text{ دس}$$

$$\text{هـ) } \int \text{ظتا}^5\text{س} \text{قتا}^5\text{س} \text{ دس}$$

الحل

منهاجي

$$\text{ب) } \text{ص} = \text{جاس}$$

$$\text{أ) } \text{ص} = \text{جتاس}$$

$$\text{د) } \text{ص} = \text{قاس}$$

$$\text{ج) } \text{ص} = \text{ظاس}$$

$$\text{و) } \text{ص} = \text{ظتاس}$$

$$\text{هـ) } \text{ص} = \text{ظتاس}$$