إجابات تمارين ومسائل الدرس

التكامل بالتعويض – إجابات دليل المعلم

١) جد كلاً من التكاملات الآتية:

أ) $\int_{٢}^{} (س+٣)\sqrt{س^{٢}+٦س}\ ؤس$

ب) $\int \frac{٢س-٣}{٢س^{٢}-٦س-٥}\ ؤس$

جـ) $\int \frac{٢}{(٤س^{٢}-٢٠س+٢٥)^{٧}}\ ؤس$

د) $\int_{٣}^{٤} \frac{٧}{س^{٢}-٤س+٤}\ ؤس$

هـ) $\int \frac{ظتا^{٢}\frac{١}{س}}{س^{٢}}\ ؤس$

و) $\int \frac{(٥+\sqrt{س})^{٧}}{\sqrt{س}}\ ؤس$

ز) $\int \frac{١}{س^{٢}}\sqrt{\frac{٢س+١}{س}}\ ؤس$

ح) $\int_{١}^{هـ^{٣}} \frac{١}{س\sqrt{١+لـو_{هـ}س}}\ ؤس$

ط) $\int هـ^{س^{٣}+٢لو_{هـ}س}\ ؤس$

ي) $\int \frac{س^{٣}}{(س+١)^{٥}}\ ؤس$

ك) $\int \sqrt[٣]{س^{\frac{-٣}{٤}}+١}\ ؤس$

ل) $\int جتا^{٣}س(١+حاس)^{٧}\ ؤس$

الحل

أ) $\frac{٦٤}{٣}$

ب) $\frac{١}{٢}لـو_{هـ}|٢س^{٢}-٦س-٥|+جـ$

جـ) $\frac{-١}{١٣(٢س-٥)^{١٣}}+جـ$

د) $\frac{٧}{٢}$

هـ) ظتا $\frac{١}{س}+\frac{١}{س}+جـ$

و) $\frac{(\sqrt{س}+٥)^{٨}}{٤}+جـ$

ز) $\frac{-٢}{٣}\sqrt{\left(\frac{٢س+١}{س}\right)^{٣}}+جـ$

ح) ٢

ط) $\frac{١}{٣}هـ^{س^{٣}}+جـ$

ي) $\frac{١}{٤}\left(\frac{س}{س+١}\right)^{٤}+جـ$

ك) $\sqrt[٣]{\left(\frac{٣}{٤}س^{\frac{-١}{٤}}+١\right)^{٤}}+جـ$

ل) $\frac{٢(جاس+١)^{٩}}{٩}-\frac{(جاس+١)^{١٠}}{١٠}+جـ$

---

٢) إذا كان $\int_{١}^{٨} ق(س)\ ؤس=١٨$ ؛ فجد قيمة $\int_{١}^{٢} س^{٢}ق(س^{٣})\ ؤس$

الحل

٦

٣) إذا كان $\int_{1}^{\frac{\pi}{4}}$ ق(س) وس = ٨ ؛ فجد قيمة $\int_{1}^{\frac{\pi}{4}}$ ٣ جتا(٢س) ق(جا٢س) وس

الحل

١٢

٤) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

أ) $\int$ هـ^(جاس + لـو هـ جتاس) وس

ب) $\int^{2}$ $\frac{\text{س}^{3}}{\sqrt{(\text{س}^{2}+9)^{3}}}$ وس

جـ) $\int$ $\frac{1 - \text{ظا}^{2}\text{س}}{\text{جتا}^{2}\text{س}}$ وس

د) $\int$ $\frac{\text{جاس}\sqrt{\text{جا}^{2}\text{س} + 4}}{\text{قا س}}$ وس

هـ) $\int$ قتا^٤ ٦س ظتا^٣ ٦س وس

و) $\int$ جتا^٤س وس

ز) $\int$ $\frac{\text{جا}2\text{س}}{(1 + \text{جتا}^{2}\text{س})^{5}}$ وس

ح) $\int$ جا٢س × هـ^(جتا^٢س) وس

ط) $\int$ $\frac{\sqrt[3]{\text{س}}}{5 - \text{س}\sqrt[3]{\text{س}}}$ وس

ي) $\int$ قا^٤س وس

ك) $\int$ $\frac{1}{\sqrt{\text{س}}(2 + \sqrt{\text{س}})}$ وس

ل) $\int$ $\frac{\sqrt[3]{\text{ظتاس} + 3}}{2 - 2\text{جتا}^{2}\text{س}}$ وس

م) $\int$ جاس(١ + جتا٢س)^٥ وس

ن) $\int_{\frac{\pi}{2}}$ $\sqrt{\text{جتاس} - \text{جتا}^{3}\text{س}}$ وس

س) $\int$ $\frac{1}{\text{س}^{2}}\sqrt{\frac{2\text{س} + 1}{\text{س}}}$ وس

ع) $\int$ جتا٢س(جاس − جتاس)^٨ وس

الحل

أ) $هـ^{جاس} + جـ$

ب) $\sqrt{١٣} + \frac{٩}{\sqrt{١٣}} - ٦$

جـ) $ظاس - \frac{ظا^{٣}س}{٣} + جـ$

د) $\frac{١}{٣}\sqrt{(جا^{٢}س + ٤)^{٣}} + جـ$

هـ) $\frac{-ظتا^{٦}٦س}{٣٦} - \frac{ظتا^{٤}٦س}{٢٤} + جـ$

و) $\frac{١}{٤}(س + جا٢س + \frac{١}{٢}(س + \frac{١}{٤}جا٤س)) + جـ$

ز) $\frac{١}{٤(جتا^{٢}س + ١)^{٤}} + جـ$

ح) $\frac{-١}{٢}هـ^{جتا^{٢}س} + جـ$

ط) $\frac{-٣}{٤}لـو_{هـ}|٥ - س\sqrt[٣]{س}| + جـ$

ي) $\frac{ظا^{٣}س}{٣} + ظاس + جـ$

ك) $٢لـو_{هـ}|٢ + \sqrt{س}| + جـ$

ل) $\frac{-٣}{٨}\sqrt[٣]{(ظتاس + ٣)^{٤}} + جـ$

م) $\frac{-٣٢ جتا^{١١}س}{١١} + جـ$

ن) $\frac{٢}{٣}$

س) $\frac{-٢}{٣}\sqrt{\left(\frac{٢س + ١}{س}\right)^{٣}} + جـ$

ع) $-\frac{(جاس - جتاس)^{١٠}}{١٠} + جـ$

---

٦) اكتب الفرض المناسب لإيجاد كلٍّ من التكاملات الآتية؛ بطريقة التكامل بالتعويض (دون إجراء التكامل):

أ) $\int جتا^{١٠}س\, جا^{٧}س\, ءس$

ب) $\int جتا^{٥}س\, جا^{٧}س\, ءس$

جـ) $\int ظا^{٥}س\, قا^{٤}س\, ءس$

د) $\int ظا^{٣}س\, قا^{٥}س\, ءس$

هـ) $\int ظتا^{٦}س\, قتا^{٤}س\, ءس$

و) $\int ظتا^{٧}س\, قتا^{٤}س\, ءس$

الحل

أ) ص= جتاس

ب) ص = جاس

جـ) ص = ظاس

د) ص = قاس

هـ) ص = ظتاس

و) ص = ظتا س