إجابات تمارين ومسائل الدرس

اقتران اللوغاريتم الطبيعي - إجابات دليل المعلم

١) جد المشتقة الأولى لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = لـــو٢ س

ب) ق(س) = لـــو جا٣٥س

جـ) ق(س) = لـــو |س٢ + ٤س − ٥|

د) ق(س) = لـــو (س٢ + ٥ س + ٣)

هـ) ق(س) = س٣ لـــو س

و) ق(س) = لـــو (٢ + √س)

ز) ق(س) = لـــو س٣ ظاس

ح) ق(س) = لـــو (س / (س٢ + ١))

ط) ق(س) = (لـــو س)٣

ي) ق(س) = لـــو (٤ س٢ + ٥)٦ / (٧ − ٢س)٥

ك) ق(س) = لـــو ∛(٥س٣ + ٤س)

ل) ق(س) = ظا(لـــو س)

الحل

أ) ق(س) = لـــو٢ س

ق(س) = لـــو س / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × لـــو س

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١ / س

ق(س) = ١ / س لـــو ٢

ق(س) = ١ / س لـــو ٢

ق(س) = ١ / س لـــو ٢

ب) ق(س) = لـــو جا٣٥س

ق(س) = لـــو جا٣٥س / لـــو ٢

ق(س) = ٣ لـــو جا٥س / لـــو ٢

ق(س) = ٣ × ٥ جتا٥س / جا٥س × لـــو ٢

ق(س) = ١٥ ظتا٥س / لـــو ٢

ق(س) = ١٥ ظتا٥س / لـــو ٢

ق(س) = ١٥ ظتا٥س / لـــو ٢

جـ) ق(س) = لـــو |س٢ + ٤س − ٥|

ق(س) = لـــو |س٢ + ٤س − ٥| / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٢س + ٤ / س٢ + ٤س − ٥

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٢س + ٤ / س٢ + ٤س − ٥

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٢س + ٤ / س٢ + ٤س − ٥

د) ق(س) = لـــو (س٢ + ٥ س + ٣)

ق(س) = لـــو (س٢ + ٥ س + ٣) / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٢س + ٥ / س٢ + ٥س + ٣

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٢س + ٥ / س٢ + ٥س + ٣

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٢س + ٥ / س٢ + ٥س + ٣

هـ) ق(س) = س٣ لـــو س

ق(س) = س٣ لـــو س / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × (٣ س٢ لـــو س + س٣ × ١ / س)

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × (٣ س٢ لـــو س + س٣ × ١ / س)

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × (٣ س٢ لـــو س + س٢)

و) ق(س) = لـــو (٢ + √س)

ق(س) = لـــو (٢ + √س) / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١ / ٢√س / (٢ + √س)

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١ / ٢√س / (٢ + √س)

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١ / ٢√س / (٢ + √س)

ز) ق(س) = لـــو س٣ ظاس

ق(س) = لـــو س٣ ظاس / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٣ س٢ / س٣ + قا٢س / ظاس

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٣ / س + قا٢س / ظاس

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٣ / س + قا٢س / ظاس

ح) ق(س) = لـــو (س / (س٢ + ١))

ق(س) = لـــو (س / (س٢ + ١)) / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١ / س − ٢س / (س٢ + ١)

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١ / س − ٢س / (س٢ + ١)

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١ / س − ٢س / (س٢ + ١)

ط) ق(س) = (لـــو س)٣

ق(س) = (لـــو س)٣ / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٣ (لـــو س)٢ × ١ / س

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٣ (لـــو س)٢ × ١ / س

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٣ (لـــو س)٢ / س

ي) ق(س) = لـــو (٤ س٢ + ٥)٦ / (٧ − ٢س)٥

ق(س) = لـــو (٤ س٢ + ٥)٦ / (٧ − ٢س)٥ / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٦ × ٨س / (٤ س٢ + ٥) + ٥ × ٢ / (٧ − ٢س)

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٦ × ٨س / (٤ س٢ + ٥) + ٥ × ٢ / (٧ − ٢س)

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ٦ × ٨س / (٤ س٢ + ٥) + ٥ × ٢ / (٧ − ٢س)

ك) ق(س) = لـــو ∛(٥س٣ + ٤س)

ق(س) = لـــو ∛(٥س٣ + ٤س) / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١ / ٣ × ١٥س٢ + ٤ / ٥س٣ + ٤س

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١٥س٢ + ٤ / ١٥س٣ + ١٢س

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × ١٥س٢ + ٤ / ١٥س٣ + ١٢س

ل) ق(س) = ظا(لـــو س)

ق(س) = ظا(لـــو س) / لـــو ٢

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × قا٢(لـــو س) × ١ / س

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × قا٢(لـــو س) × ١ / س

ق(س) = ١ / لـــو ٢ × قا٢(لـــو س) / س

٢) إذا كان ق(س) = لـــو$_{هـ}$ (س + $\sqrt{س^{٢} - ١}$) أثبت أنَّ قَ(س) = $\frac{١}{\sqrt{س^{٢} - ١}}$

الحل

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{١ + \frac{٢ س}{٢\sqrt{س^{٢} - ١}}}{س + \sqrt{س^{٢} - ١}}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{١ + \frac{س}{\sqrt{س^{٢} - ١}}}{س + \sqrt{س^{٢} - ١}}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{س + \sqrt{س^{٢} - ١}}{(س + \sqrt{س^{٢} - ١})\sqrt{س^{٢} - ١}}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{١}{\sqrt{س^{٢} - ١}}$$

منهاجي

---

٣) إذا كان $\int$ (قَ(س) − س) ء س = لـــو$_{هـ}$ |قاس + ظاس| + س^{٢} فأثبت أنَّ: قَ(س) = ٣س + قاس

الحل

باشتقاق الطرفين: قَ(س) − س = $\frac{\text{قاس ظاس} + \text{قا}^{٢}\text{س}}{\text{قاس} + \text{ظاس}}$ + ٢س

قَ(س) = $\frac{\text{قاس (ظاس} + \text{قاس)}}{\text{قاس} + \text{ظاس}}$ + ٢س + س

قَ(س) = قاس + ٣س

منهاجي

---

٤) بيّن أنَّ الاقتران م(س) = لـــو$_{هـ}$ جاس هو معكوس لمشتقة الاقتران ق(س) = ظتاس.

الحل

ق(س) متصل على مجاله

مَ (س) = $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$ = ظتاس = ق(س)، إذن م(س) هو معكوس لمشتقة الاقتران ق.

منهاجي

---

٥) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

أ) $\int \frac{٢س}{س^{٢}+٣}$ ء س

ب) $\int \frac{١ + جتاس}{س + حاس}$ ء س

جـ) $\int \frac{٥ + ٥ظتاس^{٢}}{ظتاس}$ ء س

د) $\int \frac{٣س^{٢}}{س^{٣}+٥}$ ء س

هـ) $\int \frac{س + ٥}{س}$ ء س

و) $\int_{٣}^{٥} \frac{س - ٢}{س^{٢}-٤}$ ء س

ز) $\int_{-١}^{٢} \frac{|٢س|}{س^{٢}+١}$ ء س

ح) $\int \frac{جا٣س}{١ + جتا٣س}$ ء س

ط) $\int \frac{٢س - ١}{س(س - ١)}$ ء س

ي) $\int$ ظاس ء س

الحل

أ) لـــو$_{هـ}$ |س^{٢} + ٣| + جـ

ب) لـــو$_{هـ}$ |س + جاس| + جـ

جـ) −٥لـــو$_{هـ}$ |ظتاس| + جـ

د) لـــو$_{هـ}$ |س^{٣} + ٥| + جـ

هـ) س+٥لـــو$_{هـ}$ |س| + جـ

و) لـــو$_{هـ}$ ٧ −لـــو$_{هـ}$ ٥

ز) لـــو$_{هـ}$ ٢ +لـــو$_{هـ}$ ٥

ح) $\frac{-١}{٣}$ لـــو$_{هـ}$ |١ + جتا٣س| + جـ

ط) لـــو$_{هـ}$ |س^{٢} − س| + جـ

ي) −لـــو$_{هـ}$ |جتاس| + جـ

---

٦) جد معكوسًا لمشتقة كلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = $(\frac{٢س}{س^{٢}+٤})$

ب) ق(س) = $(\frac{٣جتا٣س}{٥ + جا٣س})$

الحل

أ) م(س) = لـــو$_{هـ}$ |س^{٢} + ٤| + جـ

ب) م(س) = لـــو$_{هـ}$ |٥ + جا٣س| + جـ