

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التكامل المحدود - إجابات دليل المعلم

(١) احسب قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$\begin{aligned} \text{أ) } & \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx \\ \text{ب) } & \int (x^2 - |x-1|) dx \\ \text{ج) } & \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \tan^2 x dx \\ \text{د) } & \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx \\ \text{هـ) } & \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 + \tan^2 x}}{\tan x + \sec x} dx \\ \text{و) } & \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (9 - x^2)^{\circ} dx \\ \text{ز) } & \int_{-1}^2 (x-1)(x^2 + x + 1) dx \\ \text{ح) } & \int \sqrt{x} (\sqrt{x+2})^2 dx \\ \text{ط) } & \int \frac{1}{x^2(1-x)} dx \\ \text{ي) } & \int \frac{x^2 - 4x + 5}{x^2} dx \\ \text{ك) } & \int \sqrt{9x^2 - 2x + 4} dx \\ \text{ل) } & \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx \end{aligned}$$

الحل

أ) $\frac{3}{8}$	ب) $\frac{13}{2}$	ج) $\frac{1}{2}$	د) $1 - \frac{2\pi}{8}$
هـ) $\frac{\pi}{2}$	و) صفر	ز) ١٦	ح) $\frac{76}{15}$
ط) $\frac{2}{3}$	ي) $\frac{1}{3}$	ك) $\frac{11}{2}$	ل) صفر

(٢) إذا كان ق(س) = $\left| \int_{-1}^2 (4x^2 - 3x) dx \right|$ ، فجد ق(١-).

الحل
١١-

(٣) إذا كان $\int_0^2 x^2 dx = 30$ ، حيث \exists ح، فجد قيمة الثابت ب.

الحل
ب = ٥، ٣-

٤) إذا كان $\bar{A} \cap B$ (س - ١) وس = ٠ ، حيث $\exists \text{ ح}$ ، فجد قيمة ج .

منهاجي

الحل
ج = صفر، ١، ٥

٥) إذا كان $\bar{A} \cap B$ (س^٣ - ٢ - ٢) وس = ٢٠ ، فجد قيمة الثابت ج .

منهاجي

الحل
ج = ٢، ٢ -

٦) إذا كان $\bar{A} \cap B$ (س) = $\left. \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{س} \end{array} \right\}$ ، $٣ - \text{س} > ٠$ ، $٠ \geq \text{س}$ ، فجد $\bar{A} \cap B$ (س) وس ،

الحل

١٢، ٥

٧) إذا كان $\bar{A} \cap B$ (س - ٣) وس = ٢٠ ، فجد قيمة الثابت ب .

منهاجي

الحل
ب = ٦، ٣ -

٨) إذا كان $\bar{A} \cap B$ (س) + $\left(\frac{١}{٢} - ٦\right)$ وس = ١٢ ، فجد $\bar{A} \cap B$ (س) - $\left(\frac{١}{٢} - ٢\right)$ وس

منهاجي

الحل
 $\frac{١٧-}{٦}$

٩) دون حساب تكامل المقدار $\int \frac{1}{3 \cos x + 2} dx$ وس بين أن

$$\frac{\pi}{2} \geq \int \frac{1}{3 \cos x + 2} dx \geq \frac{\pi}{5}$$

الحل

منهاجي

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$0 \leq \cos x \leq 1$$

$$0 \leq 3 \cos x \leq 3$$

$$2 \leq 2 + 3 \cos x \leq 5$$

منهاجي

$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3 \cos x + 2} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3 \cos x + 2} \geq \frac{1}{5}$$

$$\int \frac{1}{5} dx \geq \int \frac{1}{3 \cos x + 2} dx \geq \int \frac{1}{2} dx$$

$$\frac{\pi}{5} \geq \int \frac{1}{3 \cos x + 2} dx \geq \frac{\pi}{2}$$

١٠) إذا علمت أن $m \geq \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{9 - s^2} ds$ ، فجد أكبر قيمة ممكنة للثابت م ، وأصغر قيمة

ممكنة للثابت ك تحقق المتباينة دون حساب قيمة $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{9 - s^2} ds$

منهاجي

$$-3 \leq s \leq 3$$

$$0 \leq s^2 \leq 9$$

$$0 \leq 9 - s^2 \leq 9$$

منهاجي

$$0 \leq 9 - s^2 \leq 9$$

$$0 \leq \sqrt{9 - s^2} \leq 3$$

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} 0 ds \leq \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{9 - s^2} ds \leq \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} 3 ds$$

$$m = \text{صفرًا} ، ك = 18$$

(١١) إذا كان ق اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية، وكان ق(٠) = ٥، ق(س) = ٤،

أق(س) = ٣، فجد قاعدة الاقتران ق.

منهاجي

الحل

$$ق(س) = ٢س^٢ + س + ٥$$

(١٢) جد كثير حدود ق(س) من الدرجة الأولى بحيث أق(س) = ٤، أق(س) = ٢،

منهاجي

الحل

$$ق(س) = ٥ - س + ٢$$