حلول التمارين

السؤال الأول :

إذا كان ق (س) = $\frac{٣}{س} + س^{٢}$ ، جد :

أ) التغير في الاقتران ق (س) عندما تتغير س من ٣ إلى ٥ .

ب) متوسط التغير في الاقتران ق (س) عندما تتغير س من ٤ إلى ١ .

الحل :

أ) Δ ق (س) = ق ($س_{٢}$) − ق ($س_{١}$) = ق (٥) − ق (٣)

$= (\frac{٣}{٥} + ٥^{٢}) - (\frac{٣}{٣} + ٣^{٢})$

$= (\frac{٣}{٥} + ٢٥) - (٩ + ١)$

$= \frac{٣}{٥} + ٢٥ - ١٠ = \frac{٧٨}{٥}$

ب) متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{ق(٤) - ق(١)}{٤ - ١}$

$= \frac{(\frac{٣}{٤} + ٤^{٢}) - (٣ + ١^{٢})}{-٣} = \frac{-٤ - \frac{٣}{٤} + ١٦}{-٣}$

$= \frac{-\frac{٣}{٤} - ١٢}{-٣} = \frac{٥١}{١٢} = \frac{١٧}{٤}$

السؤال الثاني :

إذا كان ق (س) = جتاس – ٣ جاس جد متوسط التغير في الاقتران ق (س) في الفترة $[\frac{\pi}{٢}، \pi]$.

الحل :

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{(\frac{\pi}{٢})ن - (\pi)ن}{\frac{\pi}{٢} - \pi}$$

$$= \frac{(\text{جتا } \pi - ٣ \text{ جا } \pi) - (\text{جتا } \frac{\pi}{٢} - ٣ \text{ جا } \frac{\pi}{٢})}{\frac{\pi}{٢}} = \frac{٤}{\pi}$$

السؤال الثالث :

إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٦ - س & ، \quad س > ٢ \\ س^{٢} + أ س & ، \quad س \leq ٢ \end{cases}$

وكان متوسط التغير للاقتران ق (س) عندما تتغير س من (١) إلى (أ) ، أ > ٢ يساوي ٩ ، احسب قيمة أ .

الحل :

متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ن(أ) - ن(١)}{أ - ١} = ٩$

$$٩ = \frac{(أ^{٢} + أ^{٢}) - (٦ - ١)}{أ - ١}$$

$$٩ = \frac{٢أ^{٢} - ٥}{أ - ١}$$

∴ ٢أ^{٢} − ٥ = ٩أ − ٩ ==> ٢أ^{٢} − ٩أ + ٤ = ٠

∴ (٢أ − ١) (أ − ٤) = ٠ ==> إما أ = $\frac{١}{٢}$ وهذه قيمة مرفوضة لأن أ > ٢

أو أ = ٤ وهي القيمة الصحيحة.

∴ قيمة أ = ٤

السؤال الرابع :

إذا كان متوسط التغير للاقتران ق (س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي (٤) ، وكان ك (س) = س^{٢} + ٣ ق (س) ، جد متوسط التغير للاقتران ك (س) في نفس الفترة.

الحل :

متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{ب(٣) - ب(١)}{٣ - ١}$ = ٤ ومنه ب (٣) – ب (١) = ٨

متوسط التغير للاقتران ك (س) = $\frac{ك(٣) - ك(١)}{٣ - ١}$ = $\frac{(٣ب(٣) + ٣^{٢}) - (١ب٣ + ١^{٢})}{٣ - ١}$

= $\frac{٩ + ٣ب(٣) - ١ - ٣ب(١)}{٢}$ = $\frac{٨ + ٣(ب(٣) - ب(١))}{٢}$ = $\frac{٨ \times ٣ + ٨}{٢}$ = ١٦

السؤال الخامس :

إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران ق (س) في النقطتين (١ ، أ) ، (٣ ، ب) وصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

احسب متوسط التغير في الاقتران هـ (س) = ٣ ق (س) + س^{٢} – ١ في الفترة [١ ، ٣].

الحل :

ق (١) = أ ، ق (٣) = ب ،، $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{ب(٣) - ب(١)}{٣ - ١}$ = ظا ١٣٥° = -١

∴ $\frac{ب - أ}{٢}$ = -١ ==> ب – أ = -٢

$\frac{\Delta هـ}{\Delta س}$ = $\frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١}$ = $\frac{(٣ب(٣) + ٩ -) - (١ب٣ + ١ -)}{٢}$

= $\frac{٨ + ٣(ب(٣) - ب(١))}{٢}$ = $\frac{٨ + ٣(ب - أ)}{٢}$ = $\frac{٨ + ٣ \times ٢ -}{٢}$ = ١

السؤال السادس :

يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث أن بعده ف بالأمتار عن نقطة الانطلاق بعد ن من الثواني يُعطى بالعلاقة ف = ق (ن) = ن^{٢} + ب ن ، وكانت السرعة المتوسطة في الفترة [١ ، ٣] تساوي ٦ م/ث. فما قيمة الثابت ب ؟

الحل :

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١} = ٦ \quad <== \quad ٦ = \frac{٩ + ٣ب - [١ + ب]}{٢}$$

$$٢ب + ٨ = ١٢ \quad <== \quad ٤ = ٢ب \quad <== \quad ب = ٢$$

السؤال السابع :

إذا كان ق (س) = أس^{٢} + ب س + جـ . أثبت أن متوسط التغير للاقتران ق (س) عندما تتغير س من (٢) إلى (ن) يساوي أ (ن + ٢) + ب

الحل :

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(ن) - ق(٢)}{ن - ٢} = \frac{(أن^{٢} + ن ب + جـ) - (٤أ + ٢ب + جـ)}{ن - ٢}$$

$$= \frac{أن^{٢} + ن ب - ٤أ - ٢ب}{ن - ٢} = \frac{أن^{٢} - ٤أ + ن ب - ٢ب}{ن - ٢}$$

$$= \frac{أ(ن - ٢)(ن + ٢) + ب(ن - ٢)}{ن - ٢} = \frac{(ن - ٢)(أ(ن + ٢) + ب)}{ن - ٢} = أ(ن + ٢) + ب$$

السؤال الثامن :

أ) إذا كان ق (س) = س + هـ$^{س+1}$ ، هـ (العدد النيبيري)

جد متوسط التغير في الاقتران ق (س) عندما تتغير س من (٠) إلى (١)

ب) إذا كان متوسط التغير للاقتران ق (س) = س + لـو$_{هـ}$ س^{٧} ، س > ٠

عندما تتغير س من ١ إلى هـ يساوي $\frac{٣-هـ}{١-هـ}$ ، احسب قيمة ن.

الحل :

أ) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ن(١)-ن(٠)}{١-٠} = (١+هـ^{١+١})-(٠+هـ^{١+٠}) = ١+هـ^{٢}-هـ$

ب) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ن(هـ)-ن(١)}{هـ-١} = \frac{(هـ+لـو_{هـ}هـ^{٧})-(١+لـو_{هـ}١^{٧})}{هـ-١} = \frac{هـ+ن-١}{هـ-١}$

∴ $\frac{هـ+ن-١}{هـ-١} = \frac{٣-هـ}{١-هـ}$ ومنه هـ+ن−١ = هـ−٣ ومنه ن = -٢