إجابات تدريبات الدرس

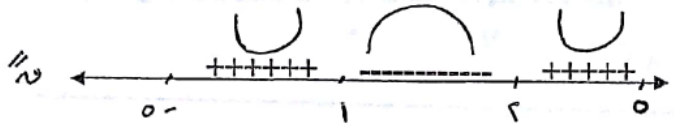
التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^{٤} − ٦س^{٣} + ١٢س^{٢}، س ∈ [− ٥ ، ٥].

الحل

ق (س) = ٤ س^{٣} − ١٨س^{٢} + ٢٤ س
ق$''$(س) = ١٢س^{٢} − ٣٦ س + ٢٤ = ٠ (نقسم على ١٢)
س^{٢} − ٣ س + ٢ = ٠
(س − ٢) (س − ١) = ٠
س = ١ ، س = ٢



مقعر للأعلى في [-٥ ، ١] ، [٢ ، ٥]
مقعر للأسفل في [١ ، ٢]

تدريب ٢

ليكن ق(س)= س$^{\frac{٢}{٣}}$، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

ق$'$ (س) = $\frac{٢}{٣}$ س$^{-\frac{١}{٣}}$

ق$''$ (س) = $\frac{-٢}{٩}$ س$^{-\frac{٤}{٣}}$ = $\frac{-٢}{٩ \sqrt[٣]{س^{٤}}}$

ق$''$ غير موجودة عند س = ٠

ق مقعر للأسفل على ح

تدريب ٣

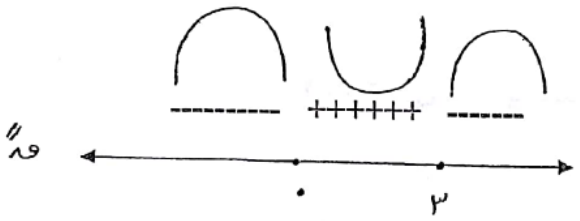
إذا كان ق(س) = ٦س^{٣} – س^{٤}، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وُجدت).

الحل

ق$'$ (س) = ١٨س^{٢} – ٤س^{٣}

ق$''$ (س) = ٣٦ س – ١٢ س^{٢} = ٠

١٢س (٣ – س) = ٠ ⟵ س = ٠ ، س = ٣



نقط الانعطاف (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٨١)

تدريب ٤

حُلَّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = ٢ جتاس + $\frac{١}{٢}$ جا٢س ، س ∈ [٠ ، ٢ π] ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق.

الحل

ق$'$ (س) = – ٢ جاس + جتا٢س

ق$''$ (س) = – ٢ جتاس – ٢ جا٢س = ٠

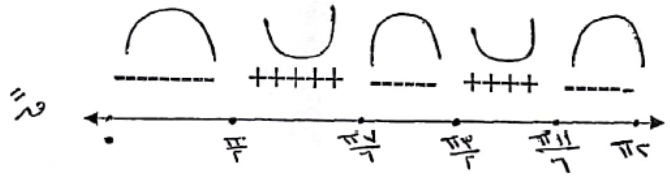
– ٢ جتاس – ٢ (٢ جاس جتاس) = ٠

– ٢ جتاس (١ + ٢ جاس) = ٠

– ٢ جتاس = ٠ ⟵ س = $\frac{π}{٢}$ ، $\frac{٣π}{٢}$

١ + ٢ جاس = ٠ ⟵ جاس = – ٠,٥

س = $\frac{٧π}{٦}$ ، $\frac{١١π}{٦}$



نقط الانعطاف ($\frac{π}{٢}$ ، ٠) ، ($\frac{٧π}{٦}$ ، $\frac{-٣\sqrt{٣}}{٤}$) ، ($\frac{٣π}{٢}$ ، ٠) ، ($\frac{١١π}{٦}$ ، $\frac{٣\sqrt{٣}}{٤}$)

تدريب ٥

ليكن ق(س) = س^{٣} − ١٢س + ٣، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتران ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

ق$'$ (س) = ٣س^{٢} − ١٢ = ٠

٣س^{٢} = ١٢ ⟵ س^{٢} = ٤ ⟵ س = ٢ ، − ٢

ق$''$ (س) = ٦ س

ق$''$ (٢) = ٦ × ٢ = ١٢ > ٠ صغرى محلية للاقتران ق عند س = ٢ هي ق(٢) = − ١٣

ق$''$ (−٢) = ٦ × −٢ = −١٢ < ٠ عظمى محلية للاقتران ق عند س = −٢ هي ق (−٢) = ١٩