

إجابات تدريبات الدرس

التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ١٢س^٢ - ٥س + ٥.

الحل

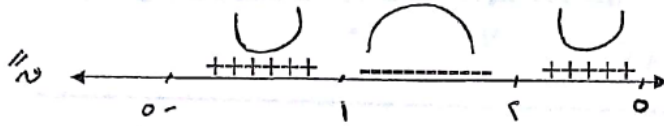
$$ق'(س) = 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5 = 0 \quad (\text{نقسم على } 12)$$

$$س^3 - 4.5س^2 + 2س - 0.4167 = 0$$

$$س^3 - 4.5س^2 + 2س - 0.4167 = 0$$

$$س = 1, 2$$



مقعر للأعلى في $[-5, 1]$ ، $[2, 5]$

مقعر للأسفل في $[1, 2]$

تدريب ٢

ليكن ق(س) = س^٣، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$ق'(س) = 3س^2$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 3س^2 = 0 \Rightarrow س = 0$$

ق غير موجودة عند س = 0



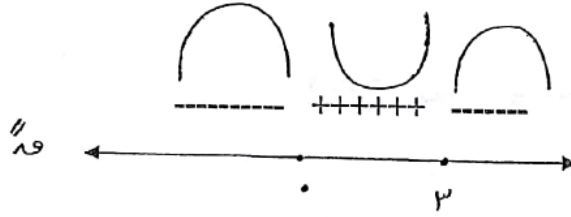
ق مقعر للأسفل على ح

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = $6س^2 - ٤س$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وُجدت).

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}''(س) &= 12س - 4 \\ 0 &= 12س - 4 \\ 12س &= 4 \quad \leftarrow \text{س} = \frac{1}{3}, \text{س} = 0 \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٠) ، (١/٣، ٢/٣)

تدريب ٤

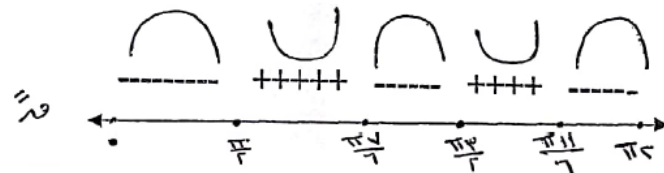
حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = $2\cos^2 s + \frac{1}{4}\sin^2 s$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}''(س) &= -4\cos^2 s + \frac{1}{2}\sin^2 s \\ 0 &= -4\cos^2 s + \frac{1}{2}\sin^2 s \\ 0 &= -4\cos^2 s + \frac{1}{2}(1 - \cos^2 s) \\ 0 &= -4\cos^2 s + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos^2 s \\ 0 &= -\frac{9}{2}\cos^2 s + \frac{1}{2} \\ \frac{9}{2}\cos^2 s &= \frac{1}{2} \quad \leftarrow \cos^2 s = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 s &= \frac{1}{9} \quad \leftarrow \cos s = \pm \frac{1}{3} \\ \sin^2 s &= 1 - \cos^2 s = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \\ \sin s &= \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٢) ، (٣π/٤، ٥/٤) ، (π/٢، ١/٢) ، (٥π/٤، ٥/٤) ، (٢π/٣، ٥/٤)

تدريب ٥

ليكن $ق(س) = س^٣ - ١٢س + ٣$ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

$$ق'(س) = ٣س^٢ - ١٢ = ٠ \quad \leftarrow \quad ٣س^٢ = ١٢ \quad \leftarrow \quad س^٢ = ٤ \quad \leftarrow \quad س = ٢, -٢$$

$$ق''(س) = ٦س$$

$$ق''(٢) = ٦ \times ٢ = ١٢ > ٠ \quad \text{صغرى محلية للاقتزان ق عند } س = ٢ \quad \text{هي } ق(٢) = -١٣$$

$$ق''(-٢) = ٦ \times (-٢) = -١٢ < ٠ \quad \text{عظمى محلية للاقتزان ق عند } س = -٢ \quad \text{هي } ق(-٢) = ١٩$$