

إجابات أسئلة الدرس

الاشتقاق الضمني

(١) جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$

ج) $x^2 + 3y^2 = 3$

ب) $\sqrt{x^2 + 3y^2} = 2$

د) $(x+y)^2 = 3$

الحل

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$ $\frac{d}{dx}$ $\frac{d}{dx}$

$$2x - \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} \frac{d}{dx} \frac{d}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{4y}$$

ب) $x^2 + 3y^2 = 3$ $\frac{d}{dx}$ $\frac{d}{dx}$

$$2x + 6y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{6y} = -\frac{x}{3y}$$

$$(ج) \quad 1 \times c + c' s = c' c^3 + c^3 c'$$

$$c^3 c' - c' c^3 = c' c - c' c^3$$

$$\frac{c^3 c' - c' c^3}{c^3 - c^3} = \frac{(c - c^3)}{c - c^3} c'$$

$$\frac{c^3 c' - c' c^3}{c^3 - c^3} = c'$$

$$(د) \quad \text{حيث } (s) = (s + c) = c^2$$

$$s = \text{حيث } (s) = (s + c) + c = c^2$$

$$\frac{s = \text{حيث } (s) = (s + c) - c^2}{s = \text{حيث } (s) = (s + c)}$$

$$\frac{s = \text{حيث } (s) = (s + c) - c^2}{s = \text{حيث } (s) = (s + c)}$$

$$\frac{(s + c) - c^2}{s = \text{حيث } (s) = (s + c)}$$

(٢) جد $\frac{y^2}{x^2}$ لكل مما يأتي :

(ب) $4x^2 + 3y^2 = 16$
 (د) $\sqrt{y} = x + 2$

أ) $(x^2 - 4) = 3$
 ج) $x = 3$ جتا y

الحل

أ) $x^2 - 4 = 3$
 $x^2 = 7$
 $x = \sqrt{7}$
 $y = 3$
 $\frac{y^2}{x^2} = \frac{9}{7}$

ب) $4x^2 + 3y^2 = 16$
 $4x^2 = 16 - 3y^2$
 $x^2 = 4 - \frac{3}{4}y^2$
 $\frac{y^2}{x^2} = \frac{y^2}{4 - \frac{3}{4}y^2}$



$$\frac{1}{y^8} + \frac{1}{y} - \frac{y^2 - 2y^3}{y^3 y^9} = 0$$

(ب) $0 = 6y^5 + 8y^7$

$$8y^7 = -6y^5$$

$$\frac{8y^7}{y^7} = \frac{-6y^5}{y^7}$$

$$8 = \frac{-6}{y^2}$$

$$\frac{8y^2}{8} = \frac{-6}{8y^2}$$

$$\frac{8y^2 \times 8 + (-6) \times 8y^2}{8y^2 \times 8y^2} = 0$$

$$64y^2 - 48y^2 = 0$$

$$\frac{64y^2 - 48y^2}{64y^2} = 0$$

$$16y^2 = 0$$

$$\frac{16y^2 \times 16 + (-48) \times 16}{16y^2 \times 16} = 0$$

$$\frac{256y^2 - 768}{256y^2} = 0$$

$$\frac{256y^2 - 768}{256y^2} = 0$$

$$\frac{256y^2 - 768}{256y^2} = 0$$

$$(ج) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \quad \text{حيث } y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x = \frac{y}{x}$$

$$y = x^2 = (x+1)^2 - 2x - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x = \frac{y}{x}$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d((x+1)^2 - 2x - 1)}{dx} = 2(x+1) - 2 = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$(د) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \quad \text{حيث } y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x = \frac{y}{x}$$

$$y = x^2 = (x+1)^2 - 2x - 1$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d((x+1)^2 - 2x - 1)}{dx} = 2(x+1) - 2 = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

٣) جد قيمة $\frac{y}{x}$ لكل من العلاقات الآتية عند النقط المبينة إزاء كلٍّ منها :

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ، $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

الحل

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ؟
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

عند $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

٤) إذا كان جا(س + ص) = ص^٢ جتا(س)، فجد ص'.

الحل

$$\text{جبا}(س + ص) = (س + ص) = ص^2 \times \text{جتا}(س) + \text{جا}(س) - \text{ص} \times \text{ص}' = \text{ص}'(س + ص) + \text{جبا}(س) = \text{ص}'(س + ص) + \text{ص} \times \text{جتا}(س) + \text{جا}(س) - \text{ص} \times \text{ص}'$$

$$\text{جبا}(س + ص) = \text{ص}'(س + ص) + \text{جبا}(س) = \text{ص}'(س + ص) + \text{ص} \times \text{جتا}(س) + \text{جا}(س) - \text{ص} \times \text{ص}'$$

$$\text{جبا}(س + ص) = \text{ص}'(س + ص) + \text{جبا}(س) = \text{ص}'(س + ص) + \text{ص} \times \text{جتا}(س) + \text{جا}(س) - \text{ص} \times \text{ص}'$$

$$\text{ص}'(س + ص) - \text{ص} \times \text{جتا}(س) - \text{جا}(س) = \text{ص}'(س + ص) - \text{ص} \times \text{جتا}(س) - \text{جا}(س)$$

$$\text{ص}' = \frac{\text{ص} \times \text{جتا}(س) + \text{جا}(س)}{\text{جبا}(س + ص) - \text{ص} \times \text{جتا}(س)}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٥) جد النقطة على منحنى العلاقة $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$ التي يكون عندها المماس أفقيًا.

الحل

$$\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$$

$$\frac{1}{2\sqrt{س}} = \frac{1}{2\sqrt{ص}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{س}} = \frac{1}{2\sqrt{ص}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{س}} = \frac{1}{\sqrt{ص}}$$

$$\text{المماس أفقي} \Leftrightarrow \text{ص}' = ٠$$

$$\frac{1}{\sqrt{س}} = \frac{1}{\sqrt{ص}} \Leftrightarrow \sqrt{س} = \sqrt{ص} \Leftrightarrow س = ص$$

$$\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣ \Leftrightarrow \sqrt{س} + \sqrt{س} = ٣ \Leftrightarrow 2\sqrt{س} = ٣$$

$$\sqrt{س} = \frac{٣}{2} \Leftrightarrow س = \left(\frac{٣}{2}\right)^2 = \frac{٩}{4}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٦) إذا كان $v = \sqrt{2s + 1}$ فجد $\frac{dv}{ds}$.

الحل

$$v^2 = 2s + 1 \Rightarrow 2v \frac{dv}{ds} = 2$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2}{2v} = \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2s + 1}}$$

(٧) إذا كان $s = \sin v$ ، فأثبت أن $v = \arcsin s$.

الحل

$$s = \sin v$$

$$1 = \cos v \times \frac{ds}{dv}$$

$$\frac{ds}{dv} = \frac{1}{\cos v} = \sec v$$

نعرف $v = \arcsin s$

$$\frac{ds}{dv} = \sec v$$

$$v = \arcsin s \Rightarrow \frac{ds}{dv} = \sec v$$

(٨) إذا كان $v = \arcsin s$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند النقطة $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$.

الحل

$$v = \arcsin s \Rightarrow s = \sin v$$

$$\frac{ds}{dv} = \cos v \Rightarrow \frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v}$$

$$\text{عند } (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \frac{dv}{ds}$$

٩) إذا كان $s = \cos$ ، فأثبت أن: $s' = -2s + s^2 + s = 0$

الحل

$$s = \cos$$

$$-s' = \sin = -\cos^2$$

$$s' = \cos^2 - \sin^2 = \cos^2 - (1 - \cos^2) = 2\cos^2 - 1$$

$$s' = 2s^2 - 1$$

$$s' - 2s^2 + 1 = 0 \quad (\text{عند } s = \cos)$$

$$s' - 2s^2 + 1 = 0 \quad \text{وهو المطلوب}$$

١٠) إذا كان $v = 2n^2 + 3n$ ، $\frac{dv}{dn} = 4n$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $n = 1$.

الحل

$$v = 2n^2 + 3n$$

$$\frac{dv}{dn} = 4n + 3 = 7 \quad \text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dn} \times \frac{dn}{ds} = 7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{4} \times (2n^2 + 3n) = \frac{2n^2 + 3n}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2 \times 1^2 + 3 \times 1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2 \times 1^2 + 3 \times 1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{5}{4}$$

$$\text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{5}{4} = \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$$

(١١) إذا كان $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:
(ص) $= 2$ (ظنا ص - قناص)

الحل

$$ص = \text{جاس} + \text{ص}$$

$$1 + \text{ص} = \text{جاس} \cdot \text{ص} \quad (\text{تعددية})$$

$$\text{ص} = \text{جاس} \cdot \text{ص} + \text{ص} - \text{جاس} \times \text{ص}$$

$$\text{ص} = \text{جاس} \times \text{ص} - (\text{ص}) \cdot \text{جاس}$$

$$(\text{ص}) \cdot \text{جاس} = \text{جاس} \times \text{ص} - \text{ص}$$

$$(\text{ص}) \cdot \text{جاس} = \text{ص} (\text{جاس} - 1)$$

$$(\text{ص}) = \left(\frac{\text{جاس}}{\text{جاس} - 1} - \frac{1}{\text{جاس}} \right)$$

$$(\text{ص}) = \left(\frac{\text{ظنا ص} - \text{قناص}}{\text{جاس}} \right) \text{ وهو المطلوب}$$

(١٢) إذا كان $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:

$$\frac{2}{s-1} = v + s$$

الحل

$$ص = \text{جاس} + س$$

$$ص - س = \text{جاس}$$

$$\text{ص} - (\text{ص} \times \text{ص} + \text{ص}) = \text{جاس}$$

$$\text{ص} - \text{ص} \times \text{ص} - \text{ص} = \text{جاس} \quad (\text{تشتت})$$

$$\text{ص} - (\text{ص} \times \text{ص} + \text{ص}) = \text{جاس}$$

$$\text{ص} - \text{ص} \times \text{ص} - \text{ص} = \text{جاس}$$

$$\text{ص} - \text{ص} \times \text{ص} - \text{ص} = \text{جاس}$$

$$\text{ص} - \text{ص} \times \text{ص} + \text{جاس} = \text{ص}$$

$$\text{ص} - \text{ص} \times \text{ص} + \text{جاس} = \text{ص}$$

$$\text{ص} - \text{ص} \times \text{ص} + \text{جاس} = \text{ص}$$

$$\text{ص} = (\text{ص} - 1) + (\text{ص} - 1)$$

$$\frac{c}{s-1} = \frac{(c+s)(s-1)}{s-1}$$

وهو المطلوب $\frac{c}{s-1} = c+s$