

إجابات أسئلة الدرس

قواعد الاشتقاق 1

(1) جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات الآتية :

أ) $y = \sqrt{3x}$

ب) $y = 4x^{10}$

ج) $y = 4\pi x^2$

د) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

الحل

أ) $y' = \frac{1}{2} \sqrt{3x}^{-\frac{1}{2}} \cdot 3 = \frac{3}{2\sqrt{3x}}$

ب) $y' = 40x^9$

ج) $y' = 8\pi x = 8\pi x^1$

د) $y' = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

د) $y' = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

د) $y' = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

د) $y' = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

د) $y' = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

(٢) جد $\frac{d}{ds}$ لكل من الاقتارات الآتية :

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(أ) $v = 2s^3 + 3s - 4$
 (ب) $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$
 (ج) $v = \frac{4}{3}\pi s^2$
 (د) $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(أ) $v = 2s^3 + 3s - 4$

$\frac{dv}{ds} = 6s^2 + 3$

(ب) $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$

$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{4} \times 2s = \frac{1}{2}s$

(ج) $v = \frac{4}{3}\pi s^2$

$\frac{dv}{ds} = \frac{4}{3}\pi \times 2s = \frac{8}{3}\pi s$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(د) $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{4} \times 4s^3 + \frac{1}{3} \times 2s - 1 = s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

$= s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) جد ق(س) لكل من الاقترانات الآتية عند قيمة س المبينة إزاء كل منها :

أ) ق(س) = $\frac{1}{4}س$ ، س = 1

ب) ق(س) = $|س - 3| + 2$ ، س = 3

ج) ق(س) = $\frac{1}{4}س + 5 - 2س$ ، س = 2, 4

د) ق(س) = $3س + [س + 1, 0] - |س|$ ، س = 1

الحل

٤) هـ(س) = $\frac{1}{4}س$
 هـ(س) = $2س^3 = 2 \times \frac{1}{4}س = \frac{1}{2}س$
 هـ(س) = $(1-س) = 1 - س = 1 - \frac{1}{4}س = 1 - 0.25س$
 ٥) هـ(س) = $س + |س - 3| + 2$ ، س = 3
 هـ(س) = $3 + |3 - 3| + 2 = 3 + 0 + 2 = 5$
 هـ(س) = $س + س + 5 = 2س + 5$
 هـ(س) = $3 + 2 = 5$

٦) هـ(س) = $[5 + \frac{1}{4}س]$ ، س = $\frac{1}{4}$
 هـ(س) = $[5 + \frac{1}{4}س]$ ، س = 6 ، $6 \geq س \geq 2$ ، $6 > 4$
 هـ(س) = $6 - 4 = 2$
 هـ(س) = $8 - س$

هـ(س) = $8 - س = 8 - 1.25 = 6.75$
 ٧) هـ(س) = $[س + 1, 0] - |س|$ ، س = 1
 هـ(س) = $س + 1 - س = 1$
 هـ(س) = $س - 4 = 1 - 4 = -3$
 هـ(س) = 4
 هـ(س) = $(1-س) = 1 - 4 = -3$

٤) إذا كان ل، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ل = (٢ -)٤ ، هـ = (٢ -)٣ ، فجد ق(٢ -) في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)
 ب) ق(س) = $\frac{1}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س^٣

الحل

٤) ن(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)
 هـ'(س) = ٦ ل'(س) - ٢ هـ'(س)
 هـ'(٢ -) = ٦ ل'(٢ -) - ٢ هـ'(٢ -)

$٣ - ٨٢ - ٤ \times ٦ =$
 $٣٠ = ٦ + ٢٤ =$

ب) ن(س) = $\frac{1}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س^٣
 هـ'(س) = $\frac{1}{٢}$ ل'(س) + هـ'(س) + ٣س^٢
 هـ'(٢ -) = $\frac{1}{٢}$ ل'(٢ -) + هـ'(٢ -) + ٣(٢ -)^٢

$١٢ + ٣ - + ٤ \times \frac{1}{٢} =$
 $١١ = ١٢ + ٣ - ٢ =$

(5) إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} أس^2 + ب س ، \quad س \geq 1 \\ -٤ - ب س^2 + أس ، \quad س < 1 \end{array} \right\}$ وكانت ق(1) موجودة ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب .

الحل

مُد(1) موجودة \Leftrightarrow متصل عند $س=1$
هنا $س(1) =$ هنا $س(1)$
 $-1٤٧ \quad +1٤٧$

$$\begin{array}{l} ب+٢ = ٢+٧-٤ \\ ٢-٧+ \end{array}$$

$$\boxed{٢ = ٧} \Leftrightarrow \frac{٧}{٢} = \frac{٤}{٢}$$

$$س(1)^- = س(1)^+$$

$$\left. \begin{array}{l} س(1)^+ : ١ > ٧ \quad ب + ٢س \\ س(1)^- : ١ < ٧ \quad ٢ - ب س \end{array} \right\} = س(1)$$

$$٢ + ب س = ب + ٢س$$

$$\begin{array}{l} ٢ + ٤ - = ٢ + ٢س \\ ٢ - \quad \quad \quad ٢ - \end{array}$$

$$\boxed{٢ - = ٢} \Leftrightarrow ٤ - = ٢ + ٢$$

(6) إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ل(س) ، \quad س \geq ج \\ ل(ج) (س-ج) ، \quad س < ج \end{array} \right\}$

وكان ق(س) اقتراناً متصلًا عند $س=ج$ ، وكان ل(س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند $س=ج$.

فأثبت أن الاقتران ق قابل للاشتقاق عند $س=ج$ ، ثم جد ق(ج) .

الحل

متصل عند $س=ج$

$$\left. \begin{array}{l} س(س) = ل'(س) \quad س > ج \\ ل'(ج) \times 1 \quad س < ج \end{array} \right\}$$

$$س(ج)^+ = ل'(ج)$$

$$س(ج)^- = ل'(ج)$$

$$\therefore س(ج) موجودة = ل'(ج)$$