إجابات تدريبات الدرس

المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

تدريب (١):

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرّة واحدة، دلّ المتغير العشوائي ع على عدد مرّات ظهور الكتابة على الوجه الظاهر:

١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.
٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.
٣) بيّن أنّ ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع.

الحل:

$$\Omega = \left\{ \begin{matrix} (\text{ص ص}) \text{ ، } (\text{ص ك}) \\ (\text{ك ص}) \text{ ، } (\text{ك ك}) \end{matrix} \right\}$$

قيم ع = $\{٠ ، ١ ، ٢\}$

ل (س = ٠) = ل (ص ص) = $\frac{١}{٤}$

ل (س = ١) = ل (ص ك ، ك ص) = $\frac{٢}{٤}$

ل (س = ٢) = ل (ك ك) = $\frac{١}{٤}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

$\sum$ ل (س) = $\frac{١}{٤} + \frac{٢}{٤} + \frac{١}{٤} = \frac{٤}{٤} = ١$ إذن: ل هو اقتران احتمال .

تدريب (٢):

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة:

{ (٠ ، ٠,٢)، (١ ، ٠,٣)، (٢ ، ٠,١)، (٣، ٣ب) } ، فما قيمة الثابت ب ؟

الحل:

٠,٢ + ٠,٣ + ٠,١ + ٣ب = ١

٠,٦ + ٣ب = ١

٠,٦- ٠,٦-

٣ب = ٠,٤ ⟸ ٣ب = $\frac{٤}{١٠}$ ⟸ ب = $\frac{٤}{٣٠}$

تدريب (٣):

إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعاملاه: ن = ٦، أ = ٠,٧، فجد كلاً مما يأتي:

١) ل (س = ٥). ٢) ل (س ≤ ٤). ٣) ل (س ≥ ٢).

الحل:

١) ل (س = ٥) $= \binom{٦}{٥} (٠,٧)^{٥} (١ - ٠,٧)^{٦-٥}$

$= \frac{!٦}{!١ \; !٥} \times ٠,١٦٨٠٧ \times ٠,٣ = ٦ \times ٠,١٦٨٠٧ \times ٠,٣ = ٠,٣٠٢٥٢٦$

٢) ل (س≤٤) = ل (س = ٤) + ل (س =٥) + ل (س = ٦)

ل (س =٤) $= \binom{٦}{٤} (٠,٧)^{٤} (١ - ٠,٧)^{٦-٤}$

$= \frac{!٦}{!٢ \; !٤} \times ٠,٢٤٠١ \times ٠,٠٩$

$= \frac{٦ \times ٥ \times !٤}{٢ \times !٤} \times ٠,٢١٦٠٩ = ٠,٣٢٤١٣٥$

ل (س = ٦) $= \binom{٦}{٦} (٠,٧)^{٦} (١ - ٠,٧)^{٦-٦} = ١ \times ٠,١١٧٦٤٩ \times ١ = ٠,١١٧٦٤٩$

ل (س = ٥) = ٠,٣٠٢٥٢٦ (من الفرع (١))

ل (س ≤٤) = ٠,٣٢٤١٣٥ + ٠,١١٧٦٤٩ + ٠,٣٠٢٥٢٦ = ٠,٧٤٤٣١٠

٣) ل (س ≥٢) = ل (س = ١) + ل (س = ٢)

ل (س = ٠) $= \binom{٦}{٠} (٠,٧)^{٠} (٠,٣)^{٦} = ٠,٠٠٧٢٩$

ل (س = ١) $= \binom{٦}{١} (٠,٧)^{١} (٠,٣)^{٥} = ٦ \times ٠,٧ \times ٠,٠٠٢٤٣ = ٠,٠١٠٢٠٦$

ل (س = ٢) $= \binom{٦}{٢} (٠,٧)^{٢} (٠,٣)^{٤}$

$= \frac{!٦}{!٤ \; !٢} \times ٠,٤٩ \times ٠,٠٠٨١$

$= \frac{٦ \times ٥ \times !٤}{!٤ \; !٢} \times ٠,٠٠٣٩٦٩ = ١٥ \times ٠,٠٠٣٩٦٩ = ٠,٠٥٩٥٣٥$

ل (س ≥٢) = ٠,٠٠٧٢٩ + ٠,٠١٠٢٠٦ + ٠,٠٥٩٥٣٥ = ٠,٠٧٠٤٧

تدريب (٤):

غرس مُزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠%. ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

الحل:

ن = ٧ ، أ = ٠,٦

المطلوب: ل (س ≤ ٣) = ١ − ل (س > ٣) = ١ − (ل (س = ٠) + ل (س = ١) + ل (س = ٢))

ل (س = ٠) = $\binom{٧}{٠}$ (٠,٦)^{٠} (١ − ٠,٦)^{٧} = ١ × ١ × (٠,٤)^{٧} = ٠,٠٠١٦٣٨٤

ل (س = ١) = $\binom{٧}{١}$ (٠,٦)^{١} (٠,٤)^{٦} = ٧ × ٠,٦ × ٠,٠٠٤٠٩٦ = ٠,٠١٧٢٠٣٢

ل (س = ٢) = $\binom{٧}{٢}$ (٠,٦)^{٢} (٠,٤)^{٥} = $\frac{!٧}{!٥\ !٢}$ × ٠,٣٦ × ٠,٠١٠٢٤

= $\frac{٧ \times \cancel{٦}^{٣} \times !٥}{\cancel{!٥} \times \cancel{٢}}$ × ٠,٠٠٣٦٨٦٤ = ٢١ × ٠,٠٠٣٦٨٦٤ = ٠,٠٧٧٤١٤٤

ل (س = ١) + ل (س = ٢) + ل (س = ٠) = ٠,٠٩٦٢٥٦

ل (س ≤ ٣) = ١ − ٠,٠٩٦٢٥٦ = ٠,٩٠٣٧٤٤