

إجابات الأسئلة

التكامل غير المحدود

السؤال الأول

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int \frac{1}{x} dx$

(ب) $\int \frac{dx}{x} \neq 0$

(ج) $\int (x^2 - 2) dx$

(د) $\int x^3 dx$

(هـ) $\int \frac{x^2}{x^3} dx$

الحل :

(أ) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

(ب) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$

(ج) $\int (x^2 - 2) dx = \frac{x^3}{3} - 2x + C$

(د) $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$

(هـ) $\int \frac{x^2}{x^3} dx = \int x^{-1} dx = \ln|x| + C$

السؤال الثاني

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s) ds$ (ب) $\int (s-2)(s+4)(s+1) ds$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} : \int (2s^2 + 6s + 8) ds$ ، $s \neq -2$

الحل :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s) ds = \int (10s^2 + \frac{1}{6}s - 3s) ds$

$$= \frac{10}{3}s^3 + \frac{\frac{1}{6}s^{\frac{7}{6}}}{\frac{7}{6}} - \frac{3s^2}{2} + \text{ج} = \frac{10}{3}s^3 + \frac{6}{7}s^{\frac{7}{6}} - \frac{3}{2}s^2 + \text{ج}$$

(ب) $\int (s-2)(s+4)(s+1) ds = \int (s^3 + 3s^2 - 2s - 8) ds$

$$= \frac{s^4}{4} + \frac{3s^3}{3} - \frac{2s^2}{2} - 8s + \text{ج} = \frac{s^4}{4} + s^3 - s^2 - 8s + \text{ج}$$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} = \int \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \times 3 \text{ جاس دس} = \int (2s^2 + 6s + 8) ds$

(د) $\int \frac{2s^2 + 6s + 8}{s+2} ds = \int \frac{(s+2)(s+4) + 0}{s+2} ds = \int (s+4) ds = \frac{s^2}{2} + 4s + \text{ج}$

السؤال الثالث

$$\text{جد } \frac{دص}{دس} \text{ عندما } س = ٥ ، \text{ حيث } ص = \left| \frac{١ + ٤س}{س} \right| \text{ دس ، } س \neq ٠$$

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،،

$$\begin{aligned} \frac{دص}{دس} &= \frac{د}{دس} \left(\frac{١ + ٤س}{س} \right) \\ \frac{دص}{دس} &= \frac{د(١ + ٤س)}{دس^2} \end{aligned}$$

(مشتقة التكامل تعطي ما داخل التكامل) ، إذن:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{د(١ + ٤س)}{دس^2} \quad \Bigg|_{س=٥} = \frac{١ + (٥)٤}{٥} = \frac{٢١}{٥}$$

السؤال الرابع

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق'(س) = ٦س - ٨س^٢ + ٥ ، وكان ق(-١) = ٢ فجد قاعدة الاقتران ق .

الحل :

$$\text{ق (س)} = \int \text{ق'(س) دس} = \int (٦س - ٨س^٢ + ٥) دس = ٣س^٢ - ٨س^٣ + ٥س + ج$$

$$\text{ق(-١)} = ٣(-١)^٢ - ٨(-١)^٣ + ٥(-١) + ج = ٢$$

$$٢ = ٣ - ٨ + ٥ + ج \implies ٢ = ج - ٤ \implies ج = ٦$$

السؤال الخامس

إذا كان $E(s) = 6s^2 - 3s + 5$ ، فجد $E(1)$.

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،

$$\frac{d}{ds} E(s) = \frac{d}{ds} (6s^2 - 3s + 5)$$

$$E'(s) = 12s - 3 \implies E'(1) = 12(1) - 3 = 9 \implies E(1) = 9 + C = 18$$

السؤال السادس

إذا كان Q اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $Q(s) = 2s - 5$ ، وكان $Q(2) = 4$ ، فجد قيمة $Q(1)$.

الحل :

$$Q'(s) = 2 \implies Q'(2) = 2 \implies Q(2) = 2(2) + C = 4 + C = 5 \implies C = 1$$

$$\therefore Q(s) = 2s - 5 + 1 = 2s - 4$$

$$Q(1) = 2(1) - 4 = -2$$

لفهم إجابات أسئلة درس التكامل غير المحدود ، شاهد الفيديو

السؤال السابع

إذا كان Q اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $Q(s) = 3s^2 + (5s - 6)$ ، وكان $Q(2) = 1$ ، فجد قيمة $Q(1)$.

الحل :

$$Q'(s) = 6s + 5 \implies Q'(2) = 6(2) + 5 = 17$$

$$Q(2) = 3(2)^2 + (5(2) - 6) + C = 12 + 4 + C = 16 + C = 1 \implies C = -15$$

$$\therefore Q(s) = 3s^2 + 5s - 15$$

$$Q(1) = 3(1)^2 + 5(1) - 15 = 3 + 5 - 15 = -7$$

السؤال الثامن

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق'(س) = $\frac{س^2 + 6س + 8}{س}$ ، س \neq صفرا ، وكان ق (1) = 12 ، فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ق (س)} &= \int \text{ق'(س) دس} = \int \frac{س^2 + 6س + 8}{س} دس \\ &= \int \left(س + \frac{6}{س} + \frac{8}{س} \right) دس \\ &= س + 6 \ln |س| + 8 \ln |س| + ج \\ \text{ق(1)} &= 1 + 6 \ln |1| + 8 \ln |1| = 1 + 0 + 0 = 1 \\ 12 &= 1 + 6 \ln |1| + 8 \ln |1| + ج \\ 12 &= 1 + 0 + 0 + ج \\ 11 &= ج \\ \therefore \text{ق (س)} &= س + 6 \ln |س| + 8 \ln |س| + 11 \end{aligned}$$