

إجابات تمارين ومسائل الدرس

النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جا س + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س^٢ |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$ ، $١ \geq س \geq ٢ -$ ،
 $٢ \geq س \geq ١$ ،

الحل

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س^٣ - ٤

ق(س) = س^٣ - ٤ = ٠ ← س^٣ = ٤

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

ب) $\forall (s) \Rightarrow \text{جاس} + \text{جتاس} = s, s \in [0, 2\pi]$
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس}$
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس} = 0, \leftarrow \text{جتاس} = \text{جاس}$
 $s = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$
 النقاط الحرجة :

$(1, \pi/2), (\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{4}), (\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\pi}{4}), (1, 0)$

ج) $\forall (s) \Rightarrow s^2 = |s-1|, s \in [-3, 2]$
 $s = 1 \leftarrow 0 = 1 - s$

$\longleftarrow \frac{1-s}{1-s} \longrightarrow$

$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s^2 - 2s + 3 > 1 \\ 2 \geq s \geq 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s^2 - 2s + 3 > 3 \\ 2 > s > 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow (1)_+ \neq (1)_- \leftarrow (1) \bar{\forall}$ غير موجودة

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow 0 = s \leftarrow 0 = \frac{2}{3}$

النقاط الحرجة :

$(0, 0), (\frac{4}{3}, \frac{2}{3}), (0, 1), (4, 2), (-3, 6)$

د) $\forall (s) \Rightarrow \sqrt{\text{جتاس}^2} = s, s \in [0, \pi]$
 $\forall (s) \Rightarrow |\text{جتاس}|$

$\text{جتاس} = 0 \leftarrow s = \frac{\pi}{2}$
 $\longleftarrow \frac{\text{جتاس} - \text{جتاس}}{\frac{\pi}{2}} \longrightarrow$

$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{جتاس} \geq 0, \frac{\pi}{2} > s \geq 0 \\ \text{جتاس} - \text{جتاس} \geq \frac{\pi}{2}, \pi \geq s \geq \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{جاس} > 0, \frac{\pi}{2} > s > 0 \\ \text{جاس} > \frac{\pi}{2}, \pi > s > \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}$

النقاط الحرجة :

$(0, \frac{\pi}{2}), (1, \pi), (1, 0)$

هـ) $\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s^2 + 1 \geq 2 - s \\ 2 \geq s \geq 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s^2 > 2 - s \\ 2 > s > 1 \end{array} \right\}$

$\forall (s)$ متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق

النقاط الحرجة : $(1, 0), (5, 2), (4, 2)$

(٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س نقطتين حرجتين عند س = -١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب$$

$$ق(س) = ٠ \leftarrow (١-١) = ٠ = ٣ - ١ + ب = ٠$$

$$\leftarrow ١٢ - ب = ٣ - ١ \dots \dots \dots \boxed{١}$$

$$ق(س) = ٠ \leftarrow (٣) = ٠ = ٢٧ + ١٦ + ب = ٠$$

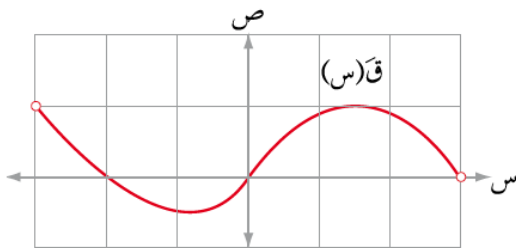
$$\leftarrow ٢٧ - ب = ١٦ \dots \dots \dots \boxed{٢}$$

$$\boxed{٢} - \boxed{١}$$

$$٣ - ١ = ١٢ - ب$$

$$٩ - ١ = ب \leftarrow ٣ - ١ \leftarrow \frac{٢٧ - ١٦}{٢٤} = ١٨ -$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

(٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعرف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(س) = ٠ \leftarrow ٠ = س - ٢$$

$$ق(س) \text{ غير موجودة عند } س = ٣، ٣-$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتزان ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)