

إجابات تمارين ومسائل الدرس

النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جاس + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س^٢ |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$ ، $١ \geq س \geq ٢ -$ ،
 $٢ \geq س \geq ١$ ،

الحل

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س^٣ - ٤

ق(س) = س^٣ - ٤ = ٠ ← س^٣ = ٤

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

ب) $\forall (s) \Rightarrow \text{جاس} + \text{جتاس} = s, s \in [0, 2\pi]$
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس} = s$
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس} = 0, \text{جتاس} = \text{جاس}$

$$s = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

النقاط الحرجة :

$$(1, 2\pi), \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{5\pi}{4}\right), \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{4}\right), (1, 0)$$

ج) $\forall (s) \Rightarrow s^2 = |s-1|, s \in [-3, 2]$
 $s = 1 \leftarrow 0 = 1 - s$

$$\longleftarrow \frac{1-s}{1-s} \longrightarrow$$

$$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s \geq 3 - s^2 \\ 2 \geq s \geq 1 \end{array} \right\}$$

$$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s > 3 - s^2 \\ 2 > s > 1 \end{array} \right\}$$

$$\bar{\forall} (s)_+ \neq \bar{\forall} (s)_- \leftarrow \bar{\forall} (s) \text{ غير موجودة}$$

$$\bar{\forall} (s) \Rightarrow 0 = s \leftarrow 0 = \frac{2}{3}$$

النقاط الحرجة :

$$(0, 0), \left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right), (0, 1), (4, 2), (-3, 6)$$

د) $\forall (s) \Rightarrow \sqrt{\text{جتاس}^2} = s, s \in [0, \pi]$

$$\forall (s) \Rightarrow |\text{جتاس}| = s$$

$$\text{جتاس} = 0 \leftarrow s = \frac{\pi}{2} \longleftarrow \text{جتاس} - \frac{\pi}{2}$$

$$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} > s \geq 0, \text{جتاس} \\ \pi \geq s \geq \frac{\pi}{2}, \text{جتاس} - \end{array} \right\}$$

$$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} > s > 0, \text{جاس} \\ \pi > s > \frac{\pi}{2}, \text{جاس} - \end{array} \right\}$$

النقاط الحرجة :

$$(0, \frac{\pi}{2}), (1, \pi), (1, 0)$$

هـ) $\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s \geq 2 - s^2 \\ 2 \geq s \geq 1 \end{array} \right\}$

$$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s > 2 - s^2 \\ 2 > s > 1 \end{array} \right\}$$

$\forall (s)$ متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق

النقاط الحرجة : $(1, 0), (5, 2), (4, 2)$

(٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س نقطتين حرجتين عند س = -١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + ٢س + ب$$

$$ق(س) = ٠ \leftarrow (١-٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ب + ١٢ - ٣$$

$$\leftarrow ب = ١٢ - ٣ = ٩$$

$$ق(س) = ٠ \leftarrow (٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ب + ٢٧ + ١٦$$

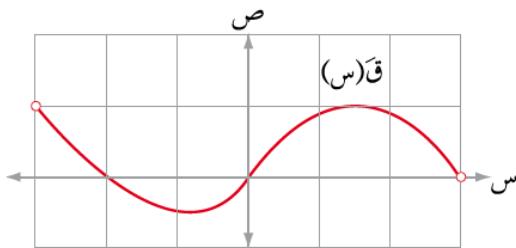
$$\leftarrow ب = ٢٧ - ١٦ = ١١$$

$$\leftarrow ب = ١١ - ٩ = ٢$$

$$ب = ١٢ - ٣ = ٩$$

$$\leftarrow ب = ٩ - ٣ = ٦$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

(٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعرف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(س) = ٠ \leftarrow ٠ = س - ٢$$

$$ق(س) \neq ٠ \text{ غير موجودة عند } س = ٣، ٣-$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتران ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)