إجابات تمارين ومسائل الدرس

تطبيقات فيزيائية

١) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٣} − ٦ن^{٢} + ٩ن + ٣، حيث ن الزمن بالثواني، ف المسافة المقطوعة بالأمتار، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) السرعة الابتدائية للجُسيم.

ب) تسارع الجُسيم لحظة سكونه.

الحل

ف(ن) = ن^{٣} − ٦ن^{٢} + ٩ن + ٣

ع(ن) = ٣ن^{٢} − ١٢ن + ٩

ت(ن) = ٦ن − ١٢

أ) ع $|_{ن=٠}$ = ٣ × ٠ − ١٢ × ٠ + ٩ = ٩

ب) ت $|_{ع=٠}$ =

٣ن^{٢} − ١٢ن + ٩ = ٠ ← (ن − ٣)(ن − ١) = ٠

ن = ١، ٣

ت(١) = ٦ × ١ − ١٢ = − ٦

ت(٣) = ٦ × ٣ − ١٢ = ٦

---

٢) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ٢ جا^{٢}($\frac{ن}{٢}$) + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ن ، ن ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$]

حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، جد تسارع الجُسيم عندما تكون سرعته $\sqrt{٣}$ م/ث.

الحل

ف(ن) = ٢ جا^{٢} $\frac{ن}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ن

ع(ن) = ٢ جا $\frac{ن}{٢}$ × جتا $\frac{ن}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = جان + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ت(ن) = جتان

ت $|_{ع=\sqrt{٣}}$ =

جان + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\sqrt{٣}$ ← جان = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ← ن = $\frac{\pi}{٣}$

ت($\frac{\pi}{٣}$) = جتا $\frac{\pi}{٣}$ = $\frac{١}{٢}$

٣) قذف جسم رأسيًّا إلى الأعلى من نقطة على سطح الأرض بحيث كان بعده عن سطح الأرض بعد ن ثانية هو ف(ن) = ١٩,٦ ن − ٤,٩ ن^{٢} متر، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عن سطح الأرض.

ب) تسارعه في اللحظة ن.

جـ) سرعة الجسم لحظة وصوله إلى سطح الأرض.

الحل

ف(ن) = ١٩,٦ ن − ٤,٩ ن^{٢}

ع(ن) = ١٩,٦ − ٩,٨ ن

ت(ن) = −٩,٨

أ) ف $\Big|_{ع=٠}$ =

ع(ن) = ٠ ← ١٩,٦ − ٩,٨ ن = ٠ ← ن = $\frac{١٩,٦}{٩,٨}$ = ٢

ف(٢) = ١٩,٦ × ٢ − ٤,٩ (٢)^{٢} = ١٩,٦

ب) ت(ن) = −٩,٨

جـ) ع $\Big|_{ف=٠}$ =

ف(ن) = ٠ ← ١٩,٦ ن − ٤,٩ ن^{٢} = ٠

ن(١٩,٦ − ٤,٩ ن) = ٠ ← ن = ٤

تذكر ن = ٠ بداية الحركة و ن = ٤ لحظة وصوله للأرض

ع(٤) = ١٩,٦ − ٤ × ٩,٨ = ١٩,٦ − ٣٩,٢ = −١٩٦

٤) قذف جسم رأسيًّا إلى الأعلى من نقطة على سطح الأرض؛ بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بعد زمن ن ثانية هو ف(ن) = ١٢٨ن − ١٦ن^{٢} قدم، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) مجموعة قيم ن التي تكون عندها السرعة سالبة.

ب) أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عن سطح الأرض.

جـ) تسارع الجسم عند أي لحظة.

د) سرعة الجسم الابتدائية.

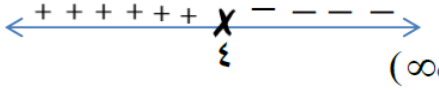
الحل

ف(ن) = ١٢٨ن − ١٦ن^{٢}

ع(ن) = ١٢٨ − ٣٢ن

ت(ن) = −٣٢

أ) ع(ن) = ٠ ← ١٢٨ − ٣٢ن = ٠ ← ن = ٤



ن ∈ (٤، ∞)

ب) ف$_{ع=٠}$ =

ف(٤) = ١٢٨ × ٤ − ١٦(٤)^{٢} = ٥١٢ − ٢٥٦ = ٢٥٦

جـ) ت(ن) = −٣٢

د) ع$_{ن=٠}$ =

ع(٠) = ١٢٨ − ٣٢ × ٠ = ١٢٨

٥) قُذفَ جسم رأسيًّا إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض؛ بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بالأقدام بعد ن ثانية معطى وفق العلاقة ف(ن) = ٩٦ن − ١٦ن². جد سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع ٨٠ قدمًا.

الحل

ف(ن) = ٩٦ن − ١٦ن²

ع(ن) = ٩٦ − ٣٢ن

ف ع = | ف=٨٠

٩٦ن − ١٦ن² = ٨٠ ← ن² − ٦ن + ٥ = ٠

(ن − ٥)(ن − ١) = ٠ ← ن = ١، ٥

ع(١) = ٩٦ − ٣٢ × ١ = ٦٤

ع(٥) = ٩٦ − ٣٢ × ٥ = −٦٤

---

٦) قذف جسم رأسيًّا إلى الأعلى من نقطة على سطح الأرض بحيث إنَّ بعده عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركه معطى بالعلاقة ف(ن) = أ ن − ٥ن² بالأمتار، فجد قيمة أ علمًا بأنَّ أقصى ارتفاع وصل اليه الجسم ٨٠ مترًا.

الحل

ف(ن) = أن − ٥ن²

ع(ن) = أ − ١٠ن

ف ع = | ع=٠ = ٨٠

ع(ن) = ٠ ← أ − ١٠ن = ٠ ← ن = أ/١٠

ف(أ/١٠) = ٨٠ ← أ × (أ/١٠) − ٥ × (أ/١٠)² = ٨٠

أ²/١٠ − أ²/٢٠ = ٨٠ ← أ²/١٠ = ٨٠ ← أ² = ٨٠٠

أ = ٤٠ ، ~~أ = −٤٠~~

---

٧) قُذف جسم رأسيًّا إلى أعلى من نقطة على ارتفاع ٦٠ مترًا من سطح الأرض وفق العلاقة ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن^{٢} حيث ن الزمن بالثواني، ف المسافة بالأمتار ، جِد كلًّا مما يأتي:

أ) الزمن الذي يستغرقه الجسم حتى يعود إلى نقطة القذف.

ب) الزمن الذي يستغرقه الجسم حتى يعود إلى سطح الأرض.

جـ) أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عن سطح الأرض.

د) متى تصبح سرعه الجسم ٣٠ م/ث ؟

هـ) متى يصبح ارتفاع الجسم ١٣٥ مترًا عن سطح الأرض؟

الحل

أ) ف(ن) = ٠ ← ٤٠ن − ٥ن^{٢} = ٠

ن(٤٠ − ٥ن) = ٠ ← ن = ٠ ، ٤٠ − ٥ن = ٠

ن = ٨

ب) ف(ن) = ٠ ← ٤٠ن − ٥ن^{٢} + ٦٠ = ٠

ن^{٢} − ٨ن − ١٢ = ٠ ← ن = $\frac{٨ \pm \sqrt{١١٢}}{٢}$

ن = $\frac{٨ + \sqrt{١١٢}}{٢}$

جـ) ف = | ع(ن) |$_{ن=٤}$

ع(ن) = ٠ ← ٤٠ − ١٠ن = ٠ ← ن = ٤

ف(٤) = ٤٠ × ٤ − ٥ × ١٦ + ٦٠

١٦٠ − ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠

د) ع(ن) = ٣٠ ← ٤٠ − ١٠ن = ٣٠ ← ن = ١

هـ) ف(ن) = ١٣٥ ← ٤٠ن − ٥ن^{٢} + ٦٠ = ١٣٥

٤٠ن − ٥ن^{٢} − ٧٥ = ٠ ← ن^{٢} − ٨ن + ١٥ = ٠

(ن − ٥)(ن − ٣) = ٠ ← ن = ٣ ، ٥

٨) أسقط شخص جسمًا من السكون من سطح بناية وفق العلاقة ف$_{١}$(ن) = ١٦ن^{٢}، وفي اللحظة نفسها قذف شخص ثان جسمًا عموديًّا إلى أسفل بسرعة ابتدائية مقدارها ٢٠ قدم/ث من السطح نفسه وفق العلاقة ف$_{٢}$(ن) = ٢٠ن + ١٦ن^{٢} ، فإذا ارتطم الجسم الأول بعد $\frac{١}{٢}$ ثانية من ارتطام الجسم الثاني بالأرض، فجد ارتفاع البناية.

الحل

ف$_{1\ \text{بناية}}$ = ١٦ن^{٢} ف$_{2\ \text{بناية}}$ = ٢٠ن + ١٦ن^{٢}

زمن الجسم الأول : = ن زمن الجسم الثاني = ن + $\frac{١}{٢}$

ف$_{١}$($\frac{١}{٢}$ + ن) = ف$_{٢}$(ن)

١٦($\frac{١}{٢}$ + ن)^{٢} = ٢٠ن + ١٦ن^{٢}

١٦(ن^{٢} + ن + $\frac{١}{٤}$) = ٢٠ن + ١٦ن^{٢}

١٦ن^{٢} + ١٦ن + ٤ = ٢٠ن + ١٦ن^{٢}

← ٤ن = ٤ ← ن = ١

ف$_{٢}$(١) = ٢٠ × ١ + ١٦(١)^{٢} = ٣٦

---

٩) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث إنَّ سرعته ع = أ $\sqrt{ف}$ ، أ > ٠ ، ف > ٠ ، ف: المسافة بالأمتار، إذا علمت أنَّ تسارعه ٨م/ث^{٢}. فجد قيمة الثابت أ.

الحل

ع = ا$\sqrt{ف}$ ← ت = $\frac{ا \times ف}{٢\sqrt{ف}}$

← ت = $\frac{ا \times \sqrt{ف} ا}{٢\sqrt{ف}}$ ← ٨ = $\frac{ا^{٢}}{٢}$ ← ا^{٢} = ١٦

ا = ٤

---

١٠) يتحرك جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ع^{٢}= ١ − ٢ف^{٢} حيث ع السرعة، ف المسافة بالأمتار.

جد تسارع الـجُسيم عندما تنعدم سرعته.

الحل

ع^{٢} = ١ − ٢ف^{٢} ← ٢ ع × عَ = − ٤ف × فَ

ت = ٢ ع × ع ← ت = $\frac{-٤ \not{ف}}{\not{٢}}$

ت = − ٢ف ←

ت $\Big|_{ع=٠}$ =

٠ = ١ − ٢ف^{٢} ← ف = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ أو ف = $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ لأنها مسافة

ت ← = − ٢ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = − $\sqrt{٢}$