

إجابات تمارين ومسائل الدرس

تطبيقات هندسية

١) جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ٦س - ٥ عند النقطة (١، ٢).

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ٨ = ٢ & ٢ = ١ & ١ = ١ \end{array}$$

$$\text{وهـ (س) } ٨ = ٢ \leftarrow ٦ + س٢ = (س) \\ \text{معادلة المماس :}$$

$$٦ - س٨ = ص \leftarrow (١ - س)٨ = ٢ - ص$$



٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^٢، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص - س - ٦ = ٠.

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ١٢ = ٢ & ٨ = ١ & ٢ = ١ \end{array}$$

$$\text{وهـ (س) } ٦ + س = ص \leftarrow س٣ = ٦ + س$$

$$٢ = س \leftarrow ٠ = ٦ - س - ٣$$

$$\text{وهـ (س) } ١٢ = ٢ \leftarrow ٣س٢ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٨ - ص = ١٢ (س - ٢)$$



٣) جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س^٢ - ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس

زاوية قياسها $\frac{\pi}{٤}$ راد مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل



$$\text{وهـ (س) } ١ = س \leftarrow ١ - ٣ = ٣ - س٢$$

النقطة : (١، ١)

٤ (جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة (ص-٤) = ٢ + س التي يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم الذي معادلته: ٣س + ٦ص + ٢ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 2 \\ \frac{3 \times 2 - 2 - 0}{6} = \text{ص} \end{array}$$



$$2(4 - \text{ص}) \times 1 = \text{ص} \leftarrow 1 = \text{ص} \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow \frac{3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$$

بما أن المماس يوازي المستقيم

$$1 = \text{ص} \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})} = \frac{1}{6}$$

$$2 = 2 - (4 - \text{ص}) \leftarrow \text{ص} = 3$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow 2 + \text{س} = 1 \leftarrow 2 + \text{س} = 2 \leftarrow (4 - 3) = 1$$

٥ (جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤س + ٣ بحيث يكون المماس عمودياً

على المستقيم الذي معادلته: ٦ص - ٣س - ٥ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 0 \\ 2 - 0 = 2 \end{array}$$

$$\text{ق(س)} = 2\text{س} - 4\text{س} + 3 \leftarrow \text{ق(س)} = 2\text{س} - 4\text{س} + 3$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \leftarrow \frac{5 + 3\text{س}}{6}$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow \text{ق(س)} \times \text{ص} = 1$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow 1 = \frac{1}{2} \times 4 - 2\text{س} = 1$$

$$\text{ق(س)} = 3 + 4 - 1 = 6$$

$$\text{ص} = 0 \leftarrow 2 - (1 - \text{س}) = 1 \leftarrow \text{ص} = 1 - 2 = -1$$



٦ (جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{2}{س}$ عند النقطة (١، ٢))

الحل



$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \frac{1}{2} = ل, \quad 2 - = 2 \quad 2 = 1 \quad 1 = 1 \end{array}$$

$$و(س) = \frac{2}{س} \leftarrow و(س) = \frac{2-}{س}$$

$$و(١) = 2 - = 2$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = 2 - (س - 1)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1-}{2} = ل$$

معادلة العمودي على المماس

$$ص - 2 = \frac{1}{2} (س - 1)$$



٧ (جد قيمة كل من الثابتين ب، ج اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته: ص - س - ٢ = ٠ مماساً

لمنحنى الاقتران ق(س) = $س^2 + ب س + ج$ عند النقطة (٠، ٢).

الحل

$$ص = 2 + س \leftarrow ص = 1$$

$$و(س) = 2 + س + ب س + ج \leftarrow و(س) = 2 + س + ب$$

بما أن الاقتران ص يمس و(س) عند النقطة (٠، ٢)

$$\left. \begin{array}{l} و(٠) = ص \\ و(٠) = 2 + 0 + 0 + ب \end{array} \right| \begin{array}{l} و(٠) = 2 + 0 + 0 + ب \\ و(٠) = 2 + 0 + 0 + ب \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 + 0 + 0 + ب = 1 \\ 2 + 0 + 0 + ب = 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} 2 + 0 + 0 + ب = 1 \\ 2 + 0 + 0 + ب = 2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} ب = 1 \\ ب = 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} ب = 1 \\ ب = 2 \end{array}$$



٨ (إذا كان المستقيم $2s - v + j = 0$ يمس منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (s_1, v_1) فجد قيم الثابت جـ.

الحل

$$2s - v + j = 0 \quad \leftarrow \quad 2 = \bar{v} - \bar{s} + \bar{j}$$

$$\frac{2}{s} = (s) \quad \leftarrow \quad \frac{2}{s} = (s) \quad \leftarrow \quad \frac{2}{s} = (s)$$

بما أن الاقتران ص يمس (s, v) عند النقطة (s_1, v_1)

$$\begin{array}{l|l} \bar{v} = (s) & \bar{v} = (s) \\ \bar{s} = (s) & \bar{s} = (s) \end{array} \quad \leftarrow \quad \frac{2}{s} = (s) + j + 1 \times 2$$

$$4 - = j \leftarrow \frac{2}{1} = j + 1 \times 2$$

$$4 = j \leftarrow \frac{2}{1} = j + (1 -) \times 2$$



٩ (جد معادلتني المماسين لمنحنى العلاقة $s = v^2 - 4v$ عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 2 - = 2 & 0 = 1 \text{ ص} & 0 = 1 \text{ س} \\ 2 - = 2 & 4 = 2 \text{ ص} & 0 = 2 \text{ س} \end{array}$$

$$s = v^2 - 4v \quad \leftarrow \quad \text{يتقاطع مع محور ص} \quad \leftarrow \quad s = 0$$

$$0 = v^2 - 4v \quad \leftarrow \quad 0 = v(v - 4)$$

في التعويض في المعادلة :

$$0 = s \leftarrow 0 = s \leftarrow 0 \times 4 - 2(0) = s$$

$$0 = s \leftarrow 4 = s \leftarrow 4 \times 4 - 2(4) = s$$

$$1 = 2v - v^2 - 4v \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4 - 2v} = \bar{v} - \bar{s} - \bar{v}$$

$$\frac{1}{4 - 2 \times 0} = \bar{v} - \bar{s} - \bar{v} = 2 \leftarrow (0, 0)$$

$$\text{معادلة المماس : ص} - = 0 - = \frac{1}{4} (s - 0)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4 - 4 \times 2} = 2 \leftarrow (4, 0)$$

$$\text{معادلة المماس : ص} - = 0 - = \frac{1}{4} (s - 0)$$



١٠) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة: $ص^2 + 2س + 2ص - 6ص + 2س^2 = 0$ عند

منهاجي
متعة التعليم الهادف

النقطة $(3, 1)$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$ص^2 + 2س + 2ص - 6ص + 2س^2 = 0$$

$$\leftarrow 2ص^2 + 2س + 2ص - 6ص + 2س^2 = 0$$

$$\leftarrow 2ص = \frac{2س^2 - 2س}{(2ص + 6)}$$

$$\leftarrow (3, 1) = \frac{3 - 2}{4} = \frac{3 \times 2 - 2}{(6 + (1-2) \times 2)} = 2ص$$

$$\leftarrow 2ص = 2ص \leftarrow 1 = 2ص \leftarrow 2ص = \frac{\pi \times 3}{4}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١١) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = 3ظتا س + قا^2 س$ عند

$$س = \frac{\pi}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ س = \frac{\pi}{4} & ص = 1 & 2 - 2 = 2, \quad 1 = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = 3ظتا س + قا^2 س \leftarrow \text{وه } \left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 + 3 = 5$$

$$\leftarrow \text{وه } (س) = 3ظتا س + قا^2 س \leftarrow \text{وه } 2 + 3ظتا س$$

$$\leftarrow \text{وه } \left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 - 2 = 1 \times 2 \times 2 + 2 \times 3 = 2 - 2$$

معادلة المماس:

$$ص - 5 = 2(س - \frac{\pi}{4})$$

معادلة العمودي على المماس:

$$ص - 5 = \frac{1}{2}(س - \frac{\pi}{4})$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = \sqrt{s} عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{2} = 2 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{array}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{و هـ(س)} = \sqrt{s} \leftarrow \text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\leftarrow \text{هـ(س)} = 2s - \frac{3}{2}$$

بما أن و هـ(س) يمس هـ(س)

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\sqrt{s} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4} \leftarrow \text{بالتجريب } \boxed{1 = 1}$$

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 2s - \frac{3}{2} \leftarrow 4s - \frac{3}{2} = \sqrt{2}$$

$$\leftarrow \boxed{1 = 1} \text{ بالتجريب}$$

$$\text{و هـ(س)} = 1 = \sqrt{2}$$

$$\text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{معادلة المماس : } 1 - s = \frac{1}{2}(1 - s)$$

١٣) جد مساحة المثلث القائم الزاوية، المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة \sqrt{s} ، $s < 4$ عند النقطة $(2, 4)$ ومحور السينات والمستقيم $s = 4$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الحل

$$\frac{1}{4} = 2 \quad 2 = 1 \quad 4 = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = (s) \leftarrow \sqrt{s} = (s)$$

$$\frac{1}{4} = 2 \leftarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = (4)$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

محور السينات : $ص = 0$

المستقيم : $س = 4$

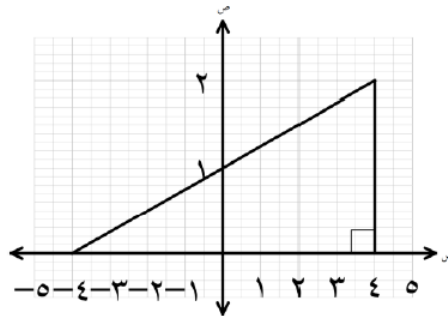
$$\text{المماس} = \text{محور السينات} : 2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

$$2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4} \leftarrow 2 - 0 = 4 - س \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$

$$\text{المماس} = \text{المستقيم} : 2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

$$ص - 2 = 0 = 2 - 0 \leftarrow 2 = 0$$

$$\text{محور السينات} = \text{المستقيم} \leftarrow (2, 4)$$



المثلث

$$\frac{1}{2} \times ((4 - 0) - 2) \times (4 - 0) =$$

$$2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} =$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٤) حُلّ المسألة الواردة بداية الدرس.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{3} = 1, & 2 = 2 & 2 = 1, \text{ ص} & 1 = 1, \text{ س} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = 1 + 2 \leftarrow \text{وه } (س) = 2$$

$$\text{وه } (1) = 2 \leftarrow 2 = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2(1 - س)$$

معادلة العمودي على المماس :

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(1 - س)$$

محور السينات : ص = 0

المماس = محور السينات

$$0 = 2 - 2(1 - س) \leftarrow س = 0 \leftarrow (0, 0)$$

العمودي على المماس = محور السينات

$$0 = 2 - \frac{1}{2}(1 - س) \leftarrow س = 5 \leftarrow (0, 5)$$

العمودي = المماس : عند نقطة التماس دائماً (2, 1)

المثلث

$$5 = (0 - 2) \times (0 - 5) \frac{1}{2} =$$

