المضاعف المشترك الأصغر

المضاعف المشترك الأصغر لعدد من المقادير الجبرية هو حاصل ضرب العوامل الأوليّة لها (دون تكرار المتشابه منها).

ويرمز له بالرمز (م . م . أ).

السؤال الأول :

جد المضاعف المشترك الأصغر (م . م . أ) لكلّ من المقادير الآتية:

أ) $١٥س^{٢} + ١٨س$ ، $١٢س$

ب) $٣س^{٢} - ١٢$ ، $س^{٣} - ٨$ ، $س^{٢} - ٢س$

جـ) $ع^{٢} + ٤$ ، $ع^{٢} - ٤$ ، $ع - ٤$

د) $٢٧م^{٣} - ١$ ، $٣م^{٢} + ١٤م - ٥$ ، $٢م + ١٠$

هـ) $س ص - س^{٢}$ ، $٣س^{٢} - ٣$ ، $س^{٢} - س$

الحل :

أ) $١٥س^{٢} + ١٨س = ٣س (٥س + ٦)$

$١٢س = ٢ \times ٢ \times ٣ \times س$

العوامل المشتركة هي : $٣س$

$\therefore$ م . م . أ $= ٣س (٥س + ٦) \times ٢ \times ٢ = ١٢ س (٥س + ٦)$

ب) $٣س^{٢} - ١٢ = ٣(س^{٢} - ٤) = ٣ (س - ٢) (س + ٢)$

$س^{٣} - ٨ = (س - ٢) (س^{٢} + ٢س + ٤)$

$س^{٢} - ٢س = س (س - ٢)$

العوامل المشتركة هي : $(س - ٢)$

$\therefore$ م . م . أ $= (س - ٢) \times ٣ (س + ٢) \times (س^{٢} + ٢س + ٤) \times س$

$= ٣ س (س - ٢) (س + ٢) (س^{٢} + ٢س + ٤)$

لفهم درس المضاعف المشترك الأصغر شاهد الفيديو التالي :

جـ) $ع^{٢} + ٤ = ع^{٢} + ٤$ لا تحلل

$ع^{٢} - ٤ = (ع - ٢)(ع + ٢)$

$ع - ٤ = ع - ٤$

لاحظ هنا لا يوجد عوامل مشتركة ففي هذه الحالة يكون م . م . أ يساوي حاصل ضرب المقادير الجبرية جميعها أي أن :

م . م . أ $= (ع^{٢} + ٤)(ع^{٢} - ٤)(ع - ٤)$

د) $٢٧م^{٣} - ١ = (٣م - ١)(٩م^{٢} + ٣م + ١)$

$٣م^{٢} + ١٤م - ٥ = (٣م - ١)(م + ٥)$

$٢م + ١٠ = ٢(م + ٥)$

العوامل المشتركة هي : $(٣م - ١)$ ، $(م + ٥)$

∴ م . م . أ $= (٣م - ١)(م + ٥)(٩م^{٢} + ٣م + ١) \times ٢$

هـ) $س ص - س^{٢} = س(ص - س)$

$٣س^{٢} - ٣ = ٣(س^{٢} - ١) = ٣(س - ١)(س + ١)$

$س^{٢} - س = س(س - ١)$

العوامل المشتركة هي : س ، $(س - ١)$

∴ م . م . أ $= س(س - ١)(ص - س) \times ٣(س + ١)$

السؤال الثاني :

حافلتان تسيران بالسرعة نفسِها على الخط نفسه الأولى تتوقف كل (٢س^{٢} – ٥س) كم ، والثانية تتوقف كل (٢س^{٢} – ٣س – ٥) كم. إذا انطلقتا من المكان نفسه ، وفي الوقت نفسه، على أيّ بُعد من نقطة انطلاقهما تلتقيان أوّل لقاء؟

الحل :

لمعرفة متى ستلتقي الحافلتان هنا نجد المضاعف المشترك الأصغر للمقدارين.

٢س^{٢} – ٥س = س (٢س – ٥)

٢س^{٢} – ٣س – ٥ = (٢س – ٥) (س + ١)

العوامل المشتركة هي : (٢س – ٥)

∴ م . م . أ = (٢س – ٥) × س × (س + ١) = س (٢س – ٥) (س +١)

السؤال الثالث :

قامت إحدى البلديات بزاعة أشجار على أحد جانبي إحدى الطرق ووضع إشارات تحذيرية على الجانب الآخر ابتداءً من بداية الطريق، بحيثُ تزرع على الجانب الأيمن من الطريق شجرة كل ($ك^{٣} + ٨$) مترا ، وعلى الجانب الأيسر منه نضع إشارة تحذيرية كل (٥ك + ١٠) مترا.

أ) على أيّ بعد منْ بداية الطريق تُزرع شجرة مقابل إشارة تحذيرية للمرة الأولى؟

ب) على أيّ بعد منْ بداية الطريق تُزرع شجرة مقابل إشارة تحذيرية للمرة الرابعة؟

الحل :

أ) لمعرفة على أي بعد تُزرع شجرة مقابل إشارة تحذيرية للمرة الأولى جد م . م . أ

$ك^{٣} + ٨ = (ك + ٢)(ك^{٢} - ٢ك + ٤)$

$٥ك + ١٠ = ٥(ك + ٢)$

العوامل المشتركة هي : ك + ٢

∴ م . م . أ = $٥(ك + ٢)(ك^{٢} - ٢ك + ٤)$ مترا.

ب) تُزرع شجرة مقابل إشارة تحذيرية للمرة الرابعة على بعد يساوي

$٤ \times ٥(ك + ٢)(ك^{٢} - ٢ك + ٤) = ٢٠(ك + ٢)(ك^{٢} - ٢ك + ٤)$ مترا.