

\* التكامل غير المحدود :-  
(فكرة الاستقراء)

(٥.٨.١)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك فإن حد  $(2)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(٥.٨.١٠)

إذا كانت حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن  $\frac{d}{dx} \frac{1}{1 - x^2} =$

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{1 - x^2} = \frac{0 \cdot (1 - x^2) - 1 \cdot (-2x)}{(1 - x^2)^2} = \frac{2x}{(1 - x^2)^2}$$

(٥.٨.١٠)

إذا كانت حد  $a$  =  $\frac{1}{1 - x^2}$ ، دك  $\neq 0$ ، فإن

$$= \frac{d}{dx} \frac{1}{1 - x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{1 - x^2} = \frac{1 - (-2x)}{(1 - x^2)^2} = \frac{1 + 2x}{(1 - x^2)^2}$$

د) صفر

(٥.٨.١١)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(٥.٨.١١)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(٥.٨.١٢)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(٥.٨.١٣)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(٥.٨.١٦)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

وكان حد  $(1)$  =  $6$ ، حد قيمة التايين  $P$ .

(٥.٨.١٧)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(٥.٨.١٨)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(٥.٨.١٨)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(٥.٨.١٩)

إذا كان حد  $a$  =  $(1 - x^2)^3$ ، دك، فإن حد  $(1)$  =

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2)^3 = 3(1 - x^2)^2 \cdot (-2x) = -6x(1 - x^2)^2$$

(١٩٠٠٠٠٠٠)

⊖ إذا علمنا أن  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

إذا كان  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٩٠٠٠٠٠٠٠)

ⓐ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

دعنا  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(١)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

ⓑ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(١٨٠٠٠٠٠٠)

(١)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٢)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

إذا كان  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٣)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٤)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

لذا  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٥)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٦)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(١٠٠٠٠٠٠٠)

(٧)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٨)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

ⓐ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

\* أسئلة تقعد في حلها على المحاضرات

(١)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٢)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(١٠٠٠٠٠٠٠)

(٣)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٤)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

ⓐ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

ⓑ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(١٠٠٠٠٠٠٠)

ⓐ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

ⓑ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(١)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٢)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٣)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٤)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٥)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٦)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٧)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٨)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(١٠٠٠٠٠٠٠)

ⓐ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

ⓑ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(١٠٠٠٠٠٠٠)

(١)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٢)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

ⓐ  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٣)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

(٤)  $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan(x) + C$  ،

$$= \int ds \cdot (1 + \sqrt{1 - s^2}) \quad (٤)$$

$$P \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

$$Q \quad \int ds \cdot \sqrt{1 - s^2}$$

(٥٥ ج.١٢)

$$\int ds \cdot \left( \sqrt{1 + s^2} + \frac{1}{\sqrt{1 + s^2}} \right)$$

(٥٦ ج.١٣)

$$= \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

$$P \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

$$Q \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

(٥٧ ج.١٥)

$$\int ds \cdot \frac{\sqrt{1 + s^2} - s}{\sqrt{1 + s^2}}$$

(٥٨ ج.١٧)

$$\int ds \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 + s^2}} - \frac{s}{\sqrt{1 + s^2}} \right)$$

(٥٩ ج.١٨)

$$= \int ds \cdot (\sqrt{1 + s^2} - s)$$

دائرة

(٦٠ ج.١٩)

$$= \int ds \cdot \frac{s}{\sqrt{1 + s^2}} \quad (١)$$

$$P \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

$$Q \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

$$P \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

$$Q \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

$$P \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

$$Q \quad \int ds \cdot \sqrt{1 + s^2}$$

دائرة

$$\int ds \cdot (1 - s^2) \quad (٢)$$

$$\int ds \cdot (1 + \sqrt{1 + s^2} + \sqrt{1 - s^2}) \quad (٣)$$

\* التكامل المحدود

(١٠٨ ع. ١٠٠)

إذا كان  $\int_1^2 (x^2 + 1) dx = 1$  ،  $\int_2^3 (x^2 + 1) dx = 7$  فأوجد

$\int_1^3 (x^2 + 1) dx = ?$

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ٤ (٤) ١٦

(١٠٩ ع. ١٠١)

إذا كان  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$  ، فجد قيمة  $\int_1^2 (x^2 + 3x + 1) dx$

(١٠٥ ع. ١٠٢)

(١١٠ ع. ١٠٣)

جد  $\int_1^2 (x^2 + 3x + 1) dx$

(١١٢ ع. ١٠٤)

إذا كانت ان  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$  ، فجد  $\int_1^2 (x^2 + 3x + 1) dx$

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ٤ (٤) ١٦

(١١٣ ع. ١٠٥)

① إذا كان  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$  ،  $\int_2^3 (x^2 + 3x) dx = 14$  فجد

$\int_1^3 (x^2 + 3x) dx = ?$

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ٤ (٤) ١٦

②  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = ?$

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ٤ (٤) ١٦

(١١٣ ع. ١٠٦)

إذا كان  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$  ، فجد قيمة  $\int_1^2 (x^2 + 3x + 1) dx$

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ٤ (٤) ١٦

(١١٤ ع. ١٠٧)

جد  $\int_1^2 (x^2 + 3x + 1) dx$

(١١٥ ع. ١٠٨)

① إذا كان  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$  ، فجد  $\int_1^2 (x^2 + 3x + 1) dx$

② إذا كان  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$  ، فجد  $\int_1^2 (x^2 + 3x + 1) dx$

النتيجة ؟

$\frac{5}{2}$

٢

$\frac{1}{9}$

(١١٨ ع. ١٠٩)

$\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ٤ (٤) ١٦

(١١٨ ع. ١١٠) قديم

إذا كان  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$  ، فجد  $\int_1^2 (x^2 + 3x + 1) dx$

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ٤ (٤) ١٦

(١١٨ ع. ١١١)

إذا كان  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx = 7$  ،  $\int_2^3 (x^2 + 3x) dx = 14$  ، فجد قيمة

$\int_1^3 (x^2 + 3x) dx = ?$

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ٤ (٤) ١٦

\* خصائص التكامل المحدود

(٨.٠.٨)  $(a < b)$

① إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

② إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

③ إذا كان  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

④ إذا كان  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

(٨.٠.٨)

إذا كان  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑤ إذا كان  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

(٩.٠.٩)  $(a < b)$

إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑥ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

(٩.٠.٩)

⑦ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑧ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑤ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑥ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

(١٠.٠.١)  $(a < b)$

⑦ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑧ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑨ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑩ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑪ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

(١١.٠.١)  $(a < b)$

⑫ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑬ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

(١١.٠.١)  $(a < b)$

⑭ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

⑮ إذا كانت  $f$  فان  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

(١١ < ١١)

① اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 0$  ،  $\int_0^2 (x-1) dx = 9$

فان  $\int_1^2 (x-1) dx = 9$

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

② اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 7$  فاجد

$\int_0^1 (x^2 + 2x - 3) dx$

٤٤

(١٢ < ١٢)

③ اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 1$  فاجد

$\int_0^1 (x^2 + x) dx$

(A) 16 (B) 19 (C) 14 (D) 9

④ اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 7$  و  $\int_0^1 (x-1) dx = 3$  فاجد

$\int_0^1 (x+1) dx$

٤٦

(١٣ < ١٣)

⑤ اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 1$  فاجد

$\int_0^1 (x-1) dx$

(A) 1 (B) 0 (C) 2 (D) 0

⑥ اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 9$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 8$  فاجد

$\int_0^1 (x-1) dx$

٤٦

(١٣ < ١٣)

اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 7$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 2$

فاجد  $\int_0^1 (x-1) dx + \int_0^1 (x-1) dx$

٤٠

(١٣ < ١٣)

اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 7$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 1$

فاجد  $\int_0^1 (x+1) dx$

٤٠

(١٤ < ١٤)

اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 1$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 14$

فاجد  $\int_0^1 (x-1) dx$

٦٠

(١٤ < ١٤)

اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 7$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 1$

فاجد  $\int_0^1 (x+1) dx$

٦١

(١٥ < ١٥)

اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 1 + 5$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 2 - 5$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 3 - 5$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 4 - 5$

فاجد  $\int_0^1 (x-1) dx$

٤٧

(١٥ < ١٥) اذا كان  $\int_0^1 (x-1) dx = 8$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 1$

فاجد  $\int_0^1 (x-1) dx$  ،  $\int_0^1 (x-1) dx = 9$

$\int_0^1 (x-1) dx$

٤٩



\* التکامل بالتعويض

(٥٤ ع.١٢)

$$دس. \frac{7 - \epsilon - 3}{9 + \epsilon 7 - 2\epsilon} \int$$

(٥٥ ع.١٣)

$$دس. \sqrt{3 + \epsilon} \int$$

(٥٦ ع.١٤)

$$دس. (1 - \epsilon^2) \int$$

(٥٧ ع.١٤)

$$دس. \frac{1 - \epsilon^2}{1 + \epsilon^2 \epsilon} \int$$

(٥٨ ع.١٥)

$$دس. \epsilon^2 (1 - \epsilon^2) \int$$

(٥٩ ع.١٥)

اذن ١٥٥ (٨) = ١٤ ، ١٥ (١-) = ٥ - ، ٥ - = ٥ -

$$دس. (\epsilon^3 - 1) \epsilon^2 \int$$

(٦٠ ع.١٦)

$$دس. \frac{8 - \epsilon 7}{9 + \epsilon 8 - 2\epsilon} \int$$

(٦١ ع.٨)

$$دس. (u + \epsilon^2) \int$$

$$\int \frac{1}{3} \epsilon (u + \epsilon^2) du$$

(٦٢ ع.٩)

$$دس. (u + \epsilon) \int$$

$$\int \frac{1}{2} \epsilon (u + \epsilon) du$$

(٦٣ ع.٩)

$$دس. \epsilon^2 \int$$

$$\int \frac{1}{2} \epsilon^2 du$$

(٦٤ ع.١١)

$$دس. \frac{1 + \epsilon \epsilon}{1 + \epsilon + \epsilon} \int$$

$$\int \frac{1}{2} \epsilon (1 + \epsilon + \epsilon) du$$

(٦٥ ع.١١)

$$دس. \frac{1 + \epsilon^2 \epsilon}{(u + \epsilon + \epsilon^2)} \int$$

(٦٦ ع.١١)

$$دس. (\epsilon \epsilon - 7) \sqrt{\epsilon \epsilon - 7} \int$$

(٦٧ ع.١٤)

$$دس. \frac{2 + \epsilon \epsilon}{(\epsilon^2 + \epsilon - 1) \epsilon} \int$$

1/9

19

(١٩٠٠ ع.١٦)

$$\text{دس. } \sqrt{u^2 - 2u - 3} (1 - u) \int$$

(١٦٠٠ ع.١٦)

$$\text{دس. } \frac{u + 7}{(u^2 + u - 2)^2} \int$$

(١٧٠٠ ع.١٧)

$$\text{دس. } \frac{u + 8}{(1 - u + u^2)^2} \int$$

(١٧٠٠ ع.١٧)

$$\text{دس. } \int_1^5 \frac{u^2 - 2u + 3}{(u^2 - 1)^2} \int$$

$$\text{ص١٦} = (١٦) \text{ ع. } ١٤, \text{ ص١١} = (١١) \text{ ع. } ٦ -$$

٢٠

(١٨٠٠ ع.١٨)

$$\text{دس. } \int \frac{u}{(u^2 + 4)^2} \int$$

(١٨٠٠ ع.١٨) قديم

$$\text{دس. } \int (u^2 - 3)(u - 6) \int$$

(١٨٠٠ ع.١٨) جديد

$$\text{دس. } \int \frac{u^2 - 2}{(u^2 + 2)^2} \int$$