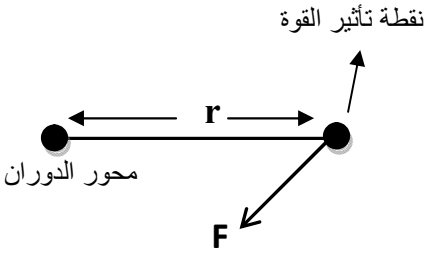
العزم والإتزان السكوني

سؤال : وضح المقصود بالعزم ؟

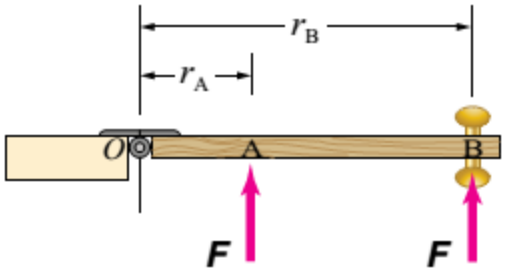
جواب : مقياساً لمقدرة القوة على إحداث دوران لجسم ما . وهو كمية متجهة ورمزه (τ) .



وريـاضياً $\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r}$ ⟹ $\tau = F\, r \sin\theta$

حيث F : القوة بالنيوتن . ، r : متجه موقع نقطة تأثير القوة .
θ : الزاوية المحصورة بين متجه F و متجه r .

* يقاس عزم القوة بـ وحدة القوة (F) × وحدة الإزاحة (m) = (N . m)

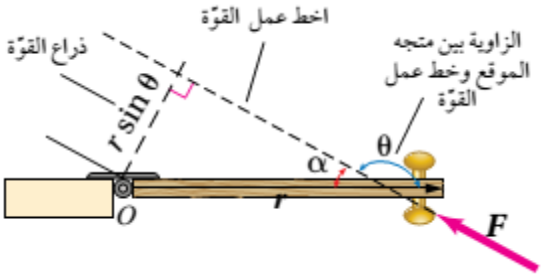


* نلاحظ من الشكل الذي يمثل منظراً علوياً لباب أنه عند التأثير على النقطة (B) بقوة يكون مقدار العزم أكبر من التأثير على النقطة (A) . لأن بعد النقطة (B) عن نقطة محور الدوران (O) أكبر .

سؤال : ما العوامل التي يعتمد عليها عزم القوة :

جواب : 1) مقدار القوة (F) . (طردي)
2) طول ذراع القوة ($r \sin\theta$) أو البعد العمودي بين خط عمل القوة ونقطة محور الدوران . (طردي)

* اصطلح على اعتماد العزم موجباً إذا دار الجسم باتجاه عكس عقارب الساعة وسالباً إذا دار الجسم باتجاه عقارب الساعة .



* من الشكل نتعرف على المصطلحات :

1) خط عمل القوة : هو امتداد متجه القوة .
2) ذراع القوة : البعد العمودي بين خط عمل القوة ونقطة محور الدوران .

* لو أثرت أكثر من قوة على جسم قابل للدوران حول محور ثابت فإننا نحسب عزم كل قوة حول محور الدوران على حدة ثم نجد العزم المحصل ($\sum\tau$) المؤثر في الجسم بالجمع الجبري مع مراعاة الإشارة :

$$\sum\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 r_1 \sin_1 + F_2 r_2 \sin\theta_2$$

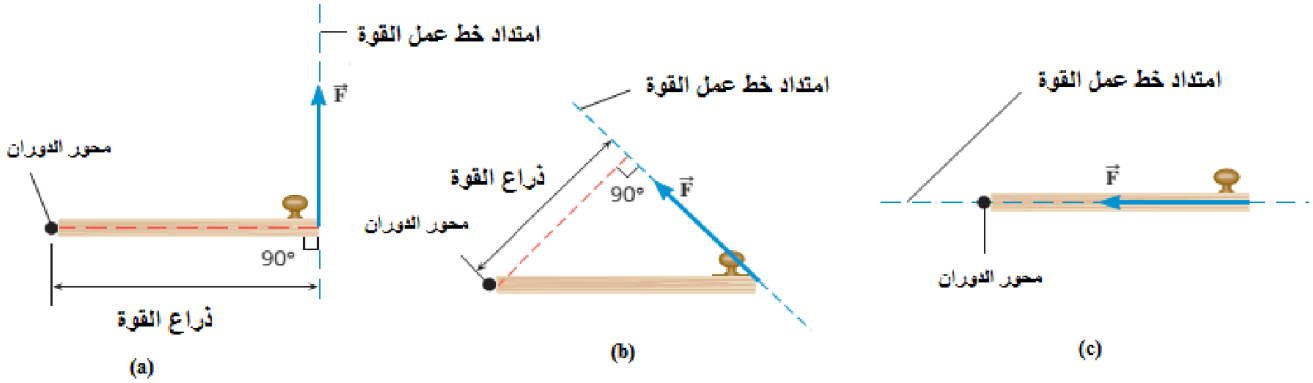
سؤال : ماذا يحصل لجسم قابل للدوران عندما يتأثر بقوة تكسبه عزماً ؟

جواب : 1) يتحرك حركة دورانية وانتقالية إذا كان محوره غير ثابت ، مثل حركة كرة القدم .
2) يتحرك حركة دورانية فقط إذا كان محور دورانه ثابت ، مثل حركة الباب .

سؤال (علل) : أثرت قوة قدرها (F) على نقطة تبعد عن نقطة محور الدوران مسافة (r) وكان عزم القوة صفراً ؟

جواب : لأن القوة موازية لمتجه موقع نقطة التأثير (r) .

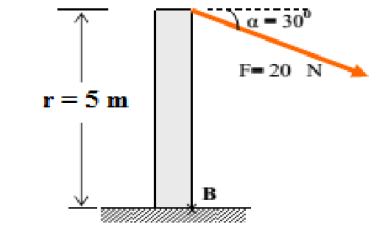
مثال (1) : في الشكل يتم تطبيق قوة مقدارها (55 N) على الباب . ومع ذلك ، فإن ذراع القوة مختلفة في الأجزاء الثلاثة من الرسم : (a) 0.8 m ، (b) 0.6 m ، و (c) 0 m ، أوجد العزم في كل حالة .



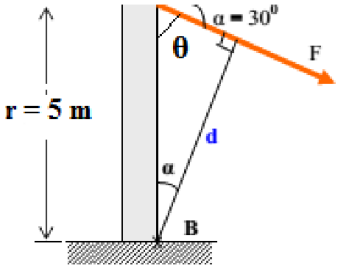
الحل :

(a) $\tau = + F\, r \sin\theta = 55 \times 0.8 = + 44$ N.m
(b) $\tau = + F\, r \sin\theta = 55 \times 0.6 = + 33$ N.m
(c) $\tau = + F\, r \sin\theta = 55 \times 0 = 0$ N.m

مثال (2) : من الشكل المجاور احسب مقدار عزم القوة حول النقطة (B) .



الحل :

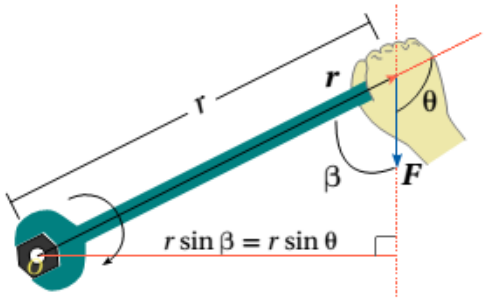


$\tau = F \times d$

$\tau = - F\, r \sin\theta = 20 \times 5 \times \sin 60^\circ$

$= - 100 \times 0.87 = - 87$ N.m

مثال (3) : يستخدم زيد مفتاح شد طوله (25 cm) لشد صامولة في دراجة حيث أثر بقوة مقدارها (1.6×10^2 N) في طرف مفتاح الشد في الاتجاه المبين في الشكل ، فإذا علمت أن مقدار الزاوية (β) يساوي (75°) احسب مقدار العزم المؤثر في المفتاح وأحدد اتجاهه



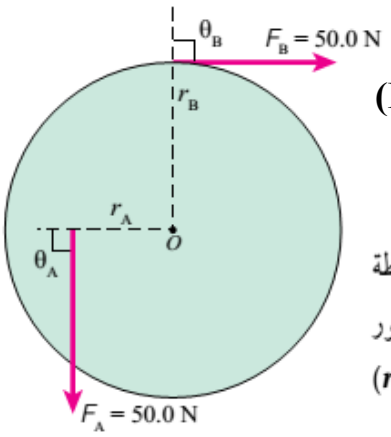
الحل :

$\tau = - F\, r \sin\theta$

$= - 1.6 \times 10^2 \times 0.25 \sin(105^\circ)$

$= - 38.6$ N.m

مثال (4) : بكرة مصمتة قطرها (r_B) ، يمر في مركزها (O) محور دوران عمودي على مستوى الصفحة ، كما هو موضح في الشكل . إذا علمت أن القوة (F_A) تؤثر في البكرة على بعد ($r_A = 30$ cm) من محور الدوران ، وتؤثر القوة (F_B) عند حافة البكرة حيث ($r_B = 50$ cm) ، بالإعتماد على المعلومات على الشكل احسب مقدار العزم المحصل المؤثر في البكرة ، وأحدد اتجاهه .



الحل :

تعملُ القوّة (F_A) على تدوير البكرة بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة حول محور دورانها الذي يمر بالنقطة (O)؛ لذا يكون عزمها موجبًا، أمّا القوّة (F_B) فتعمل على تدويرها باتجاه حركة عقارب الساعة حول محور الدوران نفسه؛ لذا يكون عزمها سالبًا. يصنع (r_A) زاويةً مقدارُها (90°) مع خطّ عمل القوّة (F_A)، ويصنع (r_B) زاويةً مقدارُها (90°) مع خطّ عمل القوّة (F_B).

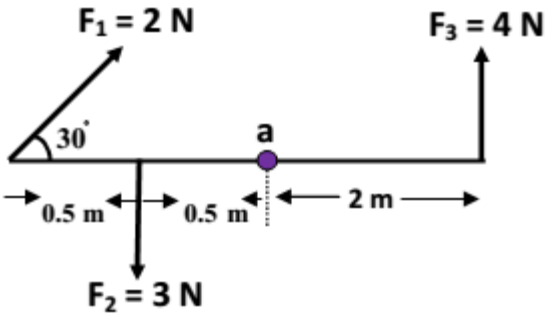
أجد العزم المُحصّل حول محور دوران البكرة كما يأتي:

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_A r_A \sin\theta_A - F_B r_B \sin\theta_B$$

$$= 50 \times 0.3 \sin(90^\circ) - 50 \times 0.5 \sin(90^\circ)$$

$$= 15 - 25 = -10 \text{ N.m}$$ باتجاه عقارب الساعة

مثال (5) : من الشكل احسب محصلة عزم القوة حول النقطة (a) .



الحل :

$$\sum\tau = -F_1 r_1 \sin(150^\circ) + F_2 r_2 \sin(90^\circ) + F_3 r_3 \sin(90^\circ)$$

$$= -2 \times 1 \times 0.5 + 3 \times 0.5 \times 1 + 4 \times 2 \times 1$$

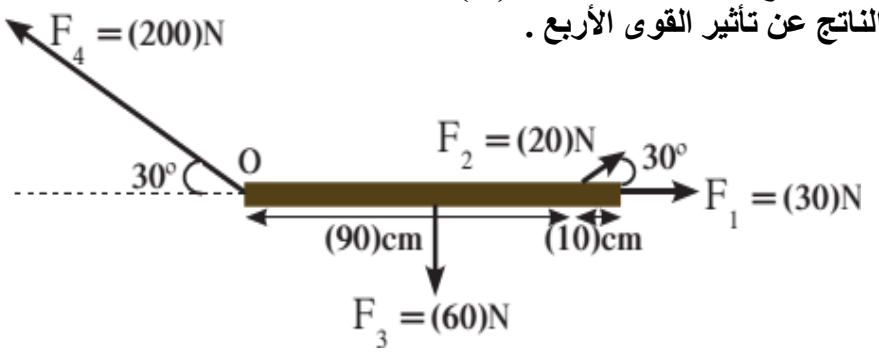
$$= 8.5 \text{ N.m}$$ باتجاه عكس عقارب الساعة

مثال (6) : يدفع عامل عربة كما في الشكل ، عن طريق التأثير في مقبضي ذراعيها بقوتين مجموعهما ($F = 1.8 \times 10^2$ N) رأسياً إلى أعلى لرفعهما إلى أعلى بزاوية (25°) بالنسبة لمحور ($+x$) . إذا علمت أن بعد كل من مقبضي العربة عن محور الدوران يساوي (1.5 m) ، احسب مقدار عزم القوة (F) المؤثر في العربة حول محور الدوران ، وأحدد اتجاهه .

الحل :

$\tau \approx 245$ N.m

مثال (7) : يبين الشكل ساق متجانسة طولها (100 cm) ووزنها (60 N) تؤثر فيها ثلاثة قوى :
أ) احسب مقدار عزم القوة لكل من القوى الأربع حول محور الدوران (O) ، وأحدد اتجاهه .
ب) احسب محصلة العزوم على الساق الناتج عن تأثير القوى الأربع .
جـ) أحدد اتجاه دوران الساق .



الحل :

(أ) باستخدام المعادلة الرياضية $\tau = F \times d \times \sin\theta$ ، وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نجد:

عزم القوّة $\vec{F}_1$ حول O يساوي:

$$\tau_1 = F_1 \times d_1 \times \sin 0 = (0)N.m$$

عزم القوّة $\vec{F}_2$ حول O يساوي:

$$\tau_2 = F_2 \times d_2 \times \sin 30 = 20 \times 0.9 \times \sin 30 = (+9)N.m$$

واتّجاهها موجب لأنّ القوّة تعمل على تدوير الجسم عكس عقارب الساعة .

عزم القوّة $\vec{F}_3$ حول O يساوي:

$$\tau_3 = -F_3 \times d_3 \times \sin 90 = 60 \times 0.5 \times 1 = (-30)N.m$$

واتّجاهها سالب لأنّ القوّة تعمل على تدوير الجسم مع اتّجاه عقارب الساعة .

عزم القوّة $\vec{F}_4$ حول O يساوي:

$$\tau_4 = F_4 \times d_4 \times \sin\theta = (0)N.m$$

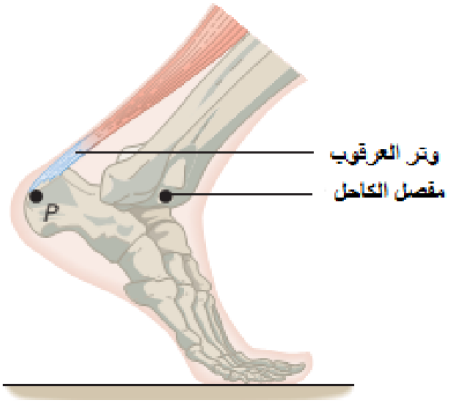
لأنّ المسافة d_4 بين نقطة تأثير القوّة والمحور تساوي صفرًا .

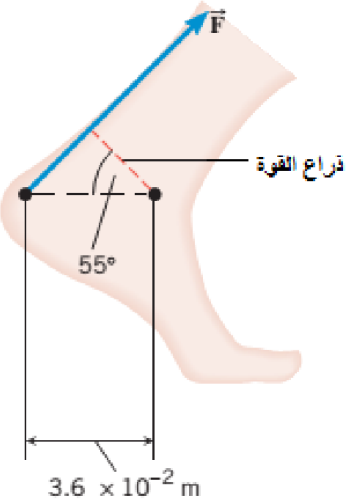
(ب) تساوي محصّلة العزوم:

$$\sum\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \vec{\tau}_4 = 0 + 9 - 30 + 0 = (-21)N.m$$

اتّجاه محصّلة العزوم سالب كما تظهر النتيجة . لذا سيدور الساق حول محور الدوران باتّجاه عقارب الساعة .

مثال (8) : يوضح الشكل مفصل الكاحل ووتر العرقوب المتصل بالكعب عند النقطة (P) ، يمارس الوتر قوة مقدارها (720 N) ، كما في الشكل
جد مقدار واتجاه عزم هذه القوة حول مفصل الكاحل .





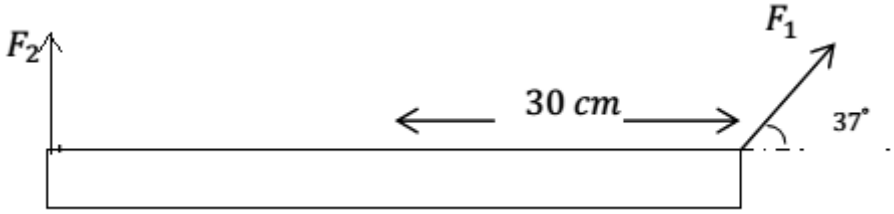
الحل :

$$\tau = - F\ r \sin\theta$$

$$= - 720 \times 3.6 \times 10^{-2} \sin(35^{\circ})$$

$$= - 15\ \text{N.m}$$

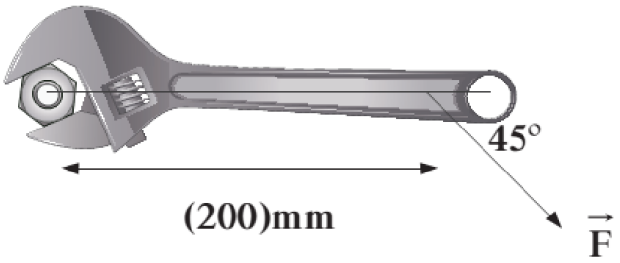
مثال (9) : مسطرة (60 cm) كما بالشكل ، تتعرض لقوتين متساويتين ($F_1 = F_2$) مقداراً . إذا علمت أن مقدار العزم المحصل المؤثر في منتصف المسطرة يساوي (- 4.8 N.m) جد مقدار كل من القوتين .



الحل :

$F_1 = F_2 = 40$ N

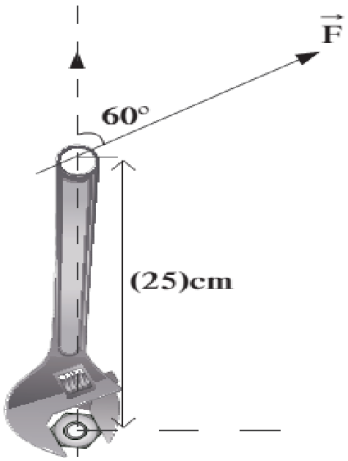
مثال (10) : احسب مقدار عزم القوة التي تبذلها يدك عندما تربط صامولة بمفك ربط ، علماً أن طول مفتاح الربط يساوي (200 mm) ومقدار القوة يساوي (100 N) والزاوية بين القوة وذراعها تساوي (45°) كما في الشكل .



الحل :

$\tau = -14.14$ N.m

مثال (11) : تحتاج صامولة في محرّك السيّارة إلى عزم مقداره (40)N .m لتشدّ جيّدًا . تستخدم مفكّ ربط طوله (25)cm وتشدّه بقوّة كما هو موضّح في الشكل (83) . أحسب مقدار القوّة التي يجب أن تبذلها كي تثبت الصامولة .



الحل :

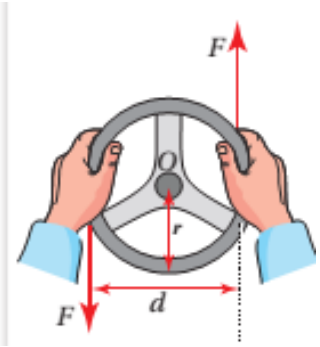
$F = -184.75$ N

T.Saed Assaf

الإزدواج

سؤال : وضح المقصود بالإزدواج .

جواب : هو العزم الناتج عن تأثير قوتين متساويتين في المقدار متعاكستين بالإتجاه وخطا عملهما غير متطابقين .



سؤال : أعط أمثلة على عزم الإزدواج .

جواب : تحريك مقود السيارة ، دواسة الدراجة الهوائية ، مفتاح عجلات السيارة ، المحرك الكهربائي ، الغلفانومتر .

* ورياضياً عندما تكون القوتان تعامدان المتجه (r) يعطي الإزدواج بالعلاقة :

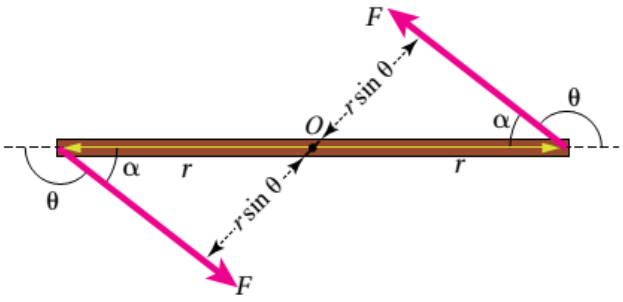
الإزدواج = إحدى القوتين المتساويتين × البعد العمودي بينهما

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2$$
$$= Fr + Fr$$
$$= F\,(2r)$$

$$\boxed{\tau_{couple} = Fd}$$

وعندما تكون القوتان لا تعامدان المتجه (r) يعطي الإزدواج بالعلاقة :

$$\tau_{couple} = 2F\,r\sin\theta = F\,(2r\sin\theta) = F\,d$$



سؤال : هل عزم الإزدواج كمية قياسية أم متجهة ؟

جواب : كمية متجهة لأنه ناتج من ضرب متجه القوة في متجه المسافة .

سؤال : ما هي شروط عزم الإزدواج ؟

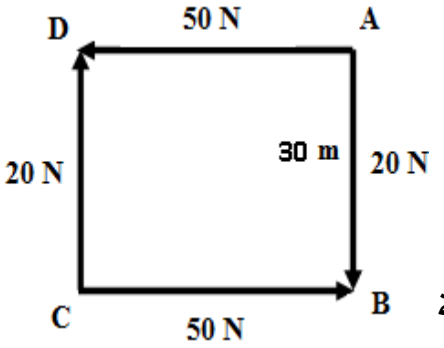
جواب : 1) القوتان متساويتان مقداراً .
2) القوتان متعاكستان اتجاهاً .
3) خطا عملهما غير متطابقين . (الخطان متوازيان)

سؤال : هل يؤثر موقع نقطة محور الدوران في عزم الإزدواج ؟

جواب : لا ، لا يؤثر لأن الإزدواج يعتمد على المسافة العمودية بين القوتين .

T.Saed Assaf

مثال (1) : A ، B ، C ، D مربع طول ضلعه (30 m) ، إذا أثرت قوتان مقدار كل منهما (20 N) في AB و DC وقوتان قيمة كل منهما (50 N) في DA ، CB ، جد الإزدواج المحصل .



الحل :

القوتان (20 ، 20) نيوتن تعملان ازدواجاً عزمه ($\tau_{couple1}$) مع عقارب الساعة.

$$\tau_{couple1} = - F\, d = - 20 \times 30 = - 600 \text{ N.m}$$

القوتان (50 ، 50) نيوتن تعملان ازدواج عزمه ($\tau_{couple2}$) بعكس عقارب الساعة

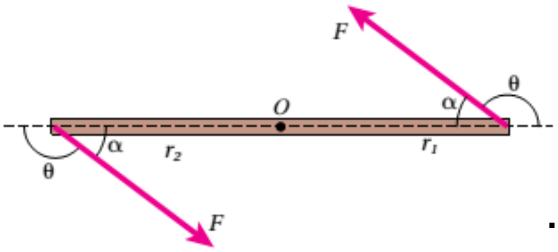
$$\tau_{couple2} = F\, d = 50 \times 30 = 1500 \text{ N.m}$$

$$\sum \tau_{couple} = \tau_{couple1} + \tau_{couple2} = - 600 + 1500$$

$$= 900 \text{ N.m}$$

الإشارة موجبة أي اتجاه الازدواج عكس عقارب الساعة

مثال (2) : مسطرة مترية قابلة للدوران حول محور ثابت يمر في منتصفها عند النقطة (o) عمودي على مستوى الصفحة كما في الشكل . أثر فيها قوتان شكلتا ازدواجاً ، فإذا علمت أن مقدار كل من القوتين (80 N) ، ومقدار الزاوية (θ) يساوي (143°) ، احسب مقدار عزم الإزدواج المؤثر في المسطرة ، وأحدد اتجاهه .



الحل :

$$[\sin 143^\circ = \sin 37^\circ = 0.6]$$

$$\tau_{couple} = 2\, F\, r \sin\alpha$$

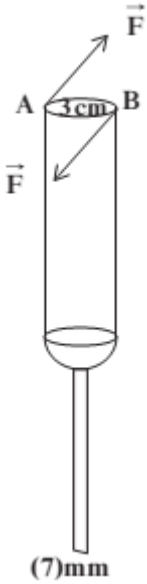
$$= 2 \times 80 \times 0.5 \times \sin(143^\circ)$$

$$= 48 \text{ N.m}$$ (باتجاه عكس اتجاه حركة عقارب الساعة)

مثال (3) : مفك براغي قطر مقبضه (3 cm) وعرض رأسه الذي يدخل شق البرغي (7 mm) استخدم لتثبيت البرغي في لوح خشبي وذلك بالتأثير في مقبضه بواسطة اليد بقوتين متساويتين في المقدار ($F_1 = F_2 = 49$ N) ، ومتعاكستين بالإتجاه كما في الشكل :

أ) احسب عزم الإزدواج المؤثر في مقبض المفك .

ب) احسب مقدار القوة التي تؤدي إلى دوران البرغي المراد تثبيته .



الحل :

أ) $$\tau_{couple} = - F\, d = - 49 \times 0.03 = - 1.47 \text{ N.m}$$

ب) عزم الإزدواج المؤثر في البرغي هو نفسه الذي يؤثر في المقبض

$$F = \frac{\tau_{couple}}{d} = \frac{1.47}{7 \times 10^{-3}} = 210 \text{ N}$$

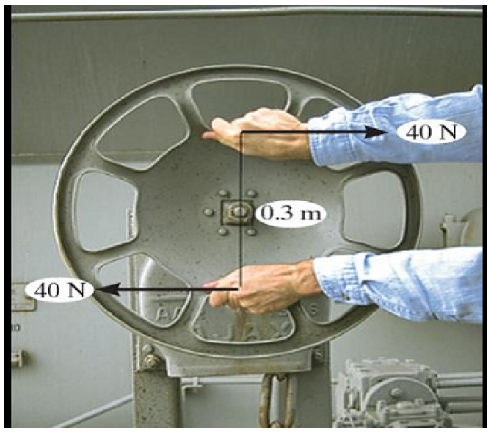
مثال (4) : مسطرة مترية بقوتين متساويتين مقداراً ومتعاكستين اتجاهاً من طرفيها ، مقدار كل منهما (60 N) ، بحيث تدور حول محورها الموجود بالمنتصف ، إذا علمت أن المسطرة تتأثر بعزم ازدواج مقداره (- 42 N.m) أجب عما يلي :

أ) جد مقدار الزاوية (θ) . ب) حدد اتجاه عزم الإزدواج الذي يوثر بالمسطرة .

الحل :

باتجاه عقارب الساعة ، $\theta = (45^{\circ})$

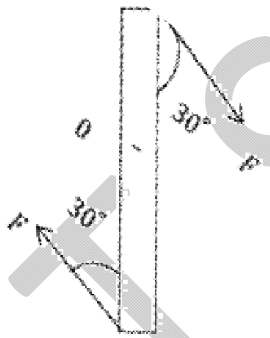
مثال (5) : من الشكل المجاور جد مقدار عزم الإزدواج ، وحدد اتجاهه .



الحل :

باتجاه عقارب الساعة ، $\tau_{couples} = 12$ N.m

مثال (6) : مسطرة مترية قابلة للدوران حول محور عمودي يمر من منتصفها ، تؤثر فيها قوتان متساويتان كما في الشكل مقدار كل منهما (36 N) ، احسب عزم الإزدواج المؤثر فيها وحدد اتجاهه .



الحل :

$$\tau_{couple} = - Fr \sin(\theta) = - 36 \times 1 \times \sin(30)$$

$$= - 36 \times 0.5 = - 18 \text{ N.m}$$

باتجاه عقارب الساعة

T.Saed Assaf

الإتزان

سؤال : وضح المقصود بالإتزان ؟

جواب : القوة المحصلة المؤثرة بالأجسام صفراً ($\sum F = 0$) .

سؤال : أذكر أنواع الإتزان . مع التفسير .

جواب : 1) الإتزان السكوني : أن يكون الجسم ساكن .

2) الإتزان الإنتقالي (الحركي) : أن يكون متحرك بخط مستقيم وبسرعة ثابتة .

سؤال : ما شروط الإتزان السكوني ؟

جواب : 1) أن تكون القوة المحصلة المؤثرة في الجسم يساوي صفراً ($\sum F = 0$) .

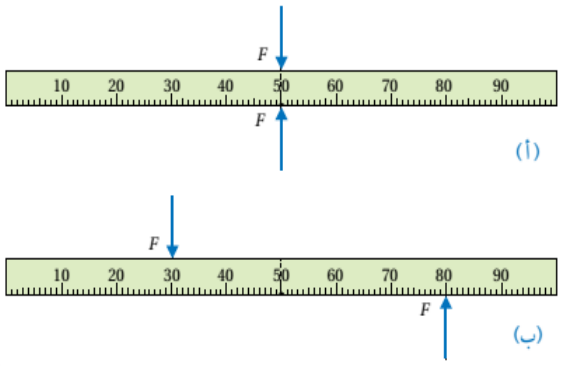
2) أن يكون العزم المحصل المؤثر في الجسم يساوي صفراً ($\sum \tau = 0$) .

سؤال : ما شرط الإتزان الانتقالي ؟

جواب : أن تكون القوة المحصلة المؤثرة في الجسم يساوي صفراً ($\sum F = 0$) .

سؤال : من الشكل المجاور الذي يمثل مسطرة مترية توثر فيها قوتان متساويتان مقداراً متعاكستان اتجاهاً ، بين أي الفرعين أ ، ب سيكون متزناً سكونياً ، مع التفسير .

جواب :

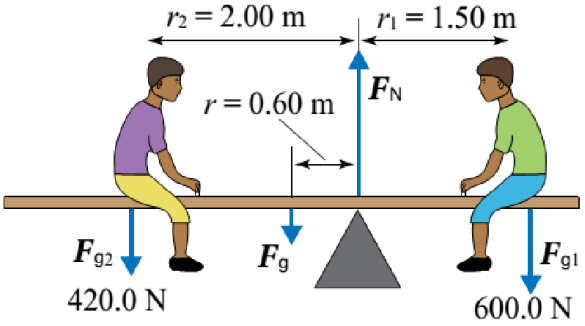


T.Saed Assaf

مثال (1) (الكتاب) : يجلس فادي (F_{g1}) وصقر (F_{g2}) على جانبي لعبة اتزان تتكون من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه (F_g) يؤثر في منتصفه ، يرتكز على نقطة تبعد (0.60 m) يمين منتصف اللوح الخشبي كما في الشكل . إذا كان النظام المكون من اللعبة والطفلين في حالة اتزان سكوني واللوح الخشبي في وضع أفقي ومستعيناً بالبيانات المثبتة في الشكل احسب ما يأتي :

أ) وزن اللوح الخشبي (F_g) .

ب) القوة العمودية (F_N) التي تؤثر بها نقطة الإرتكاز في اللوح الخشبي .



المعطيات: $F_{g1} = 600.0\ \text{N}, F_{g2} = 420.0\ \text{N}, r = 0.60\ \text{m}, r_1 = 1.50\ \text{m}, r_2 = 2.00\ \text{m}.$

المطلوب: $F_g = ?,\ F_N = ?$

الحلّ:

أ. أُلاحظُ أنّ اللّوح الخشبيّ يتأثّرُ بأربع قوًى، هي: وزني الطفلين (F_{g1}) و(F_{g2})، ووزن اللّوح (F_g) يؤثّر في منتصفه، والقوّة العمودية (F_N) التي تؤثّر بها نقطة الارتكاز في اللوح. وبما أن النظام مُتّزن، ومقدارَي القوّة العمودية، ووزن اللوح غيرُ معلومين؛ فإنّني أُطبّق الشرط الثاني للاتّزان حولَ محورٍ يمرُّ في إحدى نقطتي تأثير هاتين القوّتين؛ إذ أنّ عزم قوّةٍ حولَ محورٍ يمرُّ في نقطةٍ تأثيرُها يساوي صفرًا (لأنّ طول ذراع القوّة في هذه الحالة يساوي صفرًا). أُطبّق الشرط الثاني للاتّزان حول محورٍ يمرُّ في نقطة ارتكاز اللوح الخشبيّ (النقطة O)، مع ملاحظة أنّ عزم القوّة العموديّة يساوي صفرًا $(\tau_{F_N(O)} = 0)$، واللوح متّزنٌ أُفقيًّا؛ لذا فإنّ $(\theta = 90^\circ)$.

$$\sum \tau = 0$$

$$F_{g2} r_2 + F_g r - F_{g1} r_1 = 0$$

$$F_{g1} r_1 = F_{g2} r_2 + F_g r$$

$$600.0 \times 1.50 = 420.0 \times 2.00 + F_g \times 0.60$$

$$F_g = \frac{900 - 840}{0.60} = 100\ \text{N}$$

ب. النظام -وبالتالي اللوح الخشبي- في حالة اتّزان سكونيّ، لذا؛ فإنّ القوّة المُحصّلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا حسب الشرط الأول من شرطي الاتّزان. وأُطبّق القانون الثاني لنيوتن في اتّجاه محور y؛ لأنّه لا توجد قُوًى تؤثّر في اتّجاه محور x.

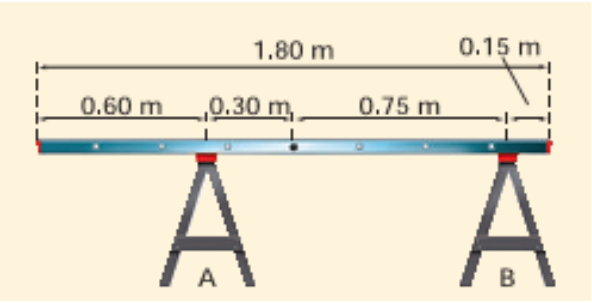
$$\sum F_y = ma_y = 0$$

$$F_N - (F_g + F_{g1} + F_{g2}) = 0$$

$$F_N = F_g + F_{g1} + F_{g2}$$

$$= 100 + 600.0 + 420.0$$

$$= 1120\ \text{N}$$



مثال (2) : سلم خشبي كتلته (5.8 kg) وطوله (1.8 m) يستقر أفقياً على حاملين داعمين ، يبعد الحامل الأول (A) مسافة (0.6 m) عن طرف السلم ، ويبعد الحامل الثاني (B) مسافة (0.15 m) عن الطرف الآخر له . ما مقدار القوة التي يؤثر بها كل من الحاملين في السلم .

الحل : تذكر أن ($F_g = m\,g$)

محصلة القوى المؤثرة في السلم تساوي صفراً $\sum F = 0$

$$0 = F_A + F_B - F_g$$

$$F_A = F_g - F_B = mg - F_B = 5.8 \times 10 - F_B$$

$$F_A = 58 - F_B$$

محصلة القوى المؤثرة في السلم تساوي صفراً

$$\sum \tau = 0$$

$$0 = \tau_g + \tau_B$$

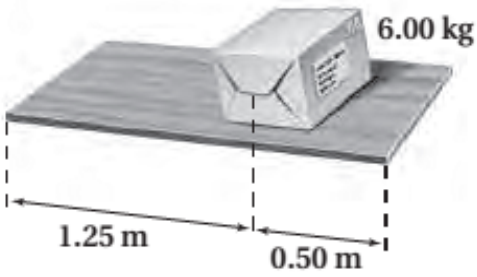
$$0 = - r_g F_g + r_B F_B$$

$$r_B F_B = r_g F_g$$

$$F_B = \frac{0.3 \times 5.8 \times 10}{1.05} = 16.6 \text{ N}$$

$$F_A = 58 - F_B = 58 - 16.6 = 41.4 \text{ N}$$

مثال (3) : يرفع شخصان لوحاً خشبياً من طرفيه إلى أعلى فإذا كانت كتلة اللوح (4.25 kg) وطوله (1.75 m) ، ويوضع على بعد (0.5 m) من طرفه الأيمن صندوق كتلته (6 kg) ، ما القوتان اللتان يؤثر بهما الشخصان في اللوح .



الحل :

في حالة الإتزان يكون ($\sum \tau = 0$) وسنختار ($F_{يسار}$) لتكون محور الدوران

$$\tau_{الصندوق} + \tau_{اللوح} + \tau_{يمين} + \tau_{يسار} = 0$$

$$(F\,r)_{الصندوق} + (F\,r)_{اللوح} + (F\,r)_{يمين} + (F\,r)_{يسار} = 0$$

$$(m\,g\,r)_{الصندوق} + (m\,g\,r)_{اللوح} + (F\,r)_{يمين} + (F\,r)_{يسار} = 0$$

$$F_{يسار}\,(0) + F_{يمين}\,(1.75) + (4.25)\,(-10)\,(0.875) + (6)(-10)(1.25) = 0$$

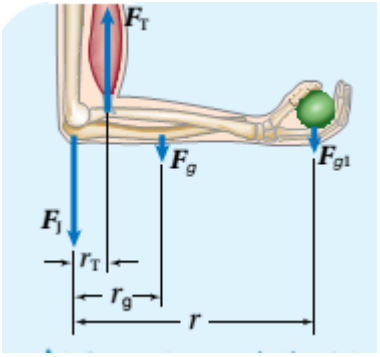
$$F_{يمين}\,(1.75) - 37.1875 - 75 = 0 \Rightarrow F_{يمين} \approx 64 \text{ N}$$

عند الإتزان يكون ($\sum F = 0$)

$$F_{يسار} + F_{يمين} + F_{لوح} + F_{صندوق} = 0$$

$$F_{يسار} = - F_{يمين} - F_{لوح} - F_{صندوق} = - 64 - (4.25 \times -10) - (6 \times -10) = 38.5 \text{ N}$$

T.Saed Assaf



مثال (4) : ترفع جمان ثقلاً وزنه (40.0 N) ، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في نادٍ رياضي ، إذا علمت أن نقطة التقاء العضلة ثنائية الرأس بالساعد تبعد (r_T = 5.0 cm) عن المرفق ، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه (30.0 N) ويؤثر على بعد (r_g = 15.0 cm) عن المرفق ، وبعد نقطة تأثير القوة باليد (r = 35.0 cm) عن المرفق ، والساعد متزن أفقياً في الوضع الموضح بالشكل فاحسب مقدار ما يأتي :

أ) قوة الشد في العضلة (F_T) المؤثرة في الساعد بافتراضها رأسياً لأعلى .

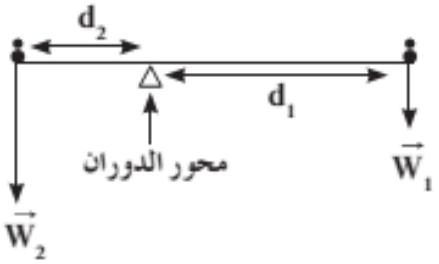
ب) القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد (F_1) .

الحل :

F_T = 370 N , F_1 = 300 N

مثال (5) : يجلس طفلان وزن أحدهما (300 N) ووزن الآخر (450 N) على طرفي أرجوحة طولها (3 m) مهملة الكتلة كما في الشكل . حدد موقع محور الدوران بالنسبة إلى أحدهما والذي يجعل النظام في حالة اتزان .

الحل :



$\Sigma \tau = 0$

$0 = \tau_1 + \tau_2$

$0 = -300\ d_1 + 450\ d_2$

وبما أن طول الأرجوحة (3 m) يكون ($d_1 = 3 - d_2$)

$0 = -300\ (3 - d_2) + 450\ d_2$

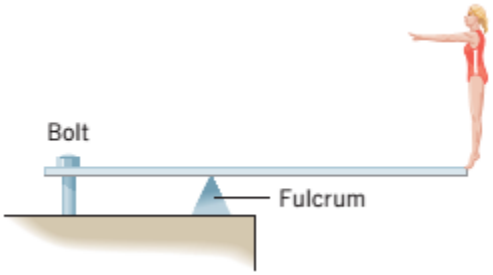
$0 = -900 + 300\ d_2 + 450\ d_2$

$750\ d_2 = 900$

$d_2 = 1.2$ m

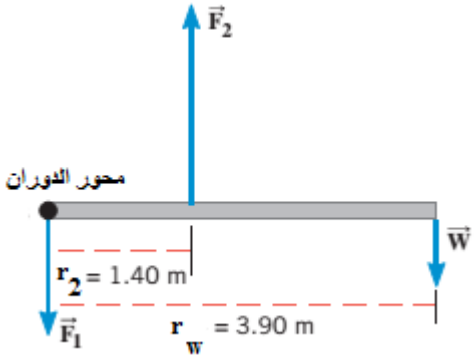
$d_1 = 3 - 1.2 = 1.8$ m

T. Saed Assaf



مثال (6) : المرأة التي يبلغ وزنها (530 N) ، تقف عند الطرف الأيمن من لوح الغوص بطول (3.9 m) ، وزن اللوح مهمل ويتم تثبيته في الطرف الأيسر ، بينما يتم دعمه على بعد (1.4 m) بواسطة نقطة ارتكاز كما يوضح الشكل ، أوجد مقدار القوى .

الحل :



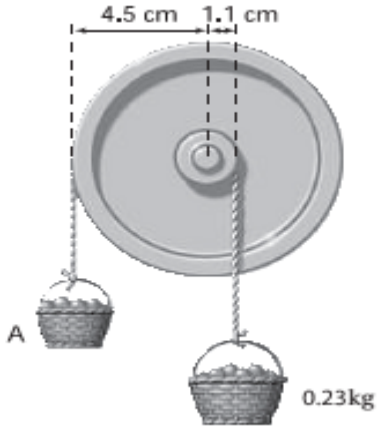
$F_1 = 946.4$ N , $F_2 = 1476.4$ N

مثال (7) : إذا كان نصف قطر إطار دراجة هوائية (7.7 cm) وأثرت السلسلة بقوة عمودية مقدارها (35 N) في الإطار في اتجاه حركة عقارب الساعة ، فما مقدار العزم اللازم لمنع الإطار من الدوران .

الحل :

$$\tau = - F\, r = - 35 \times 7.7 \times 10^{-2} = - 2.7 \text{ N.m}$$

يجب أن يكون العزم المؤثر لمنع الدوران يساوي (+ 2.7 N.m)



B

مثال (8) : علقت سلتا فواكه بحبلين يمران على بكرتين قطراهما مختلفتان ، فاتزنتا كما في الشكل ، فما مقدار كتلة السلة (A) .

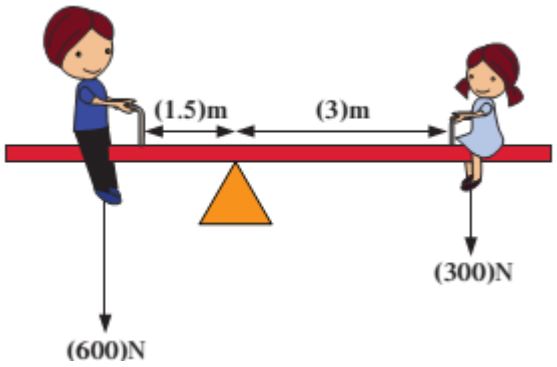
الحل :

$$\sum \tau = 0$$
$$0 = \tau_A + \tau_B$$
$$0 = m_A \times r_A - m_B \times r_B$$
$$m_A = \frac{0.23 \times 1.1}{4.5} = 0.056 \text{ kg}$$

Saed Assaf

مثال (9) : 1) احسب مقدار عزم القوة لكل من وزني الولد والفتاة الجالسين على اللوح المتأرجح الموضح في الشكل بإهمال وزن اللوح .

2) احسب المسافة التي يجب أن تفصل بين الفتاة الجالسة يميناً عن محور ارتكاز اللوح المتأرجح عندما يساوي وزن الفتاة (400 N) والنظام في حالة اتزان .

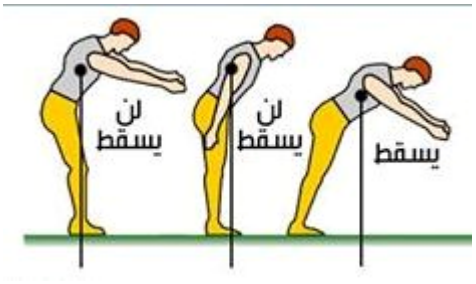


الحل :

$T_{ولد} = 900\ N.m$, $T_{بنت} = -900\ N.m$, $r = 2.25\ m$

T.Saed Assaf

مركز الكتلة



سؤال : وضح المقصود بـ مركز الكتلة (CM) .

جواب : النقطة التي يمكن افتراض كتلة الجسم كاملة مركزة فيها .

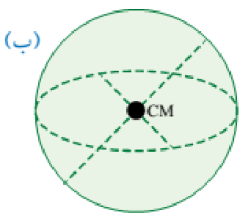
سؤال : أين يقع مركز كتلة الجسم ؟

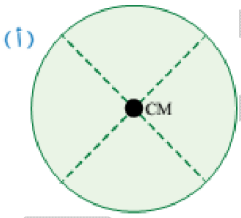
جواب : يمكن أن يقع داخل الجسم أو خارجه اعتماداً على شكل الجسم ، حيث :

أ) الجسم المتماثل منتظم توزيع الكتلة (المتجانس) : يقع على مركزه الهندسي . مثلاً يقع مركز كتلة قضيب فلزي منتظم داخله ، وفي منتصف المسافة بين نهايتيه . وكذلك مركز كتلة مسطرة ، اسطوانة أو كرة .

ملاحظات : 1) محصلة العزوم حول مركز الكتلة صفراً ويكون الجسم عند تعليقه من مركز كتلته متزناً .

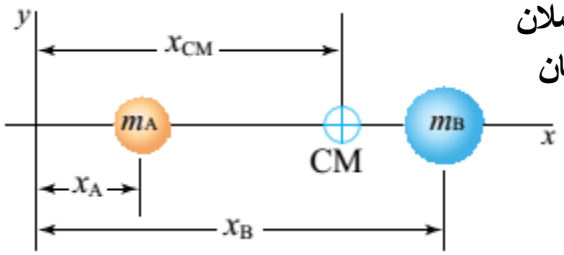
2) الشكل (أ) نلاحظ أن مركز كتلة حلقة دائرية يقع في مركزها بالرغم من عدم وجود مادة الحلقة عند تلك النقطة .
الشكل (ب) مركز كتلة كرة مجوفة يقع عند مركزها بالرغم من عدم وجود مادة الكرة عند تلك النقطة .





ب) النظام المكون من جسمين متساويين متصلين معاً بقضيب فلزي منتظم ، يقع مركز كتلة النظام عند منتصف المسافة بين الثقلين مثل عملية رفع الأثقال .

جـ) النظام المكون من جسمين مختلفين في الكتلة ، يقع مركز كتلة النظام على الخط الواصل بينهما وأقرب للجسم الأكبر كتلة .

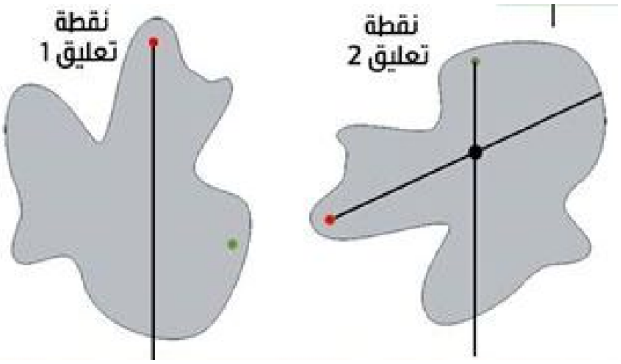


لحساب موقع مركز كتلة نظام مكون من جسمين كتلتيهما (m_A ، m_B) ، يتصلان معاً بقضيب خفيف يمكن اهمال كتلته نختار بالبداية نظام محاور يقع فيه الجسمان على محور (x) عند موقعين (x_A ، x_B) ونحدد الإحداثي (x) لموقع مركز الكتلة من العلاقة :

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

سؤال : كيف نحدد مركز كتلة جسم غير منتظم ؟

جواب : يكون مركز كتلة جسم غير منتظم قريب على المنطقة ذات الكتلة الأكبر ونحدد مركز الكتلة كالتالي :



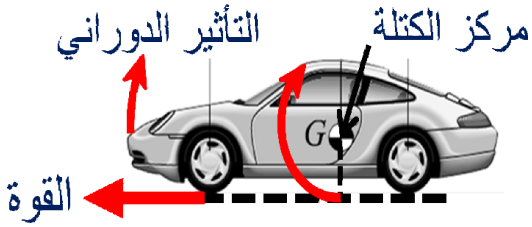
نعلق الجسم تعليقاً حراً من نقطة مختارة عليه حتى يثبت ونرسم خطاً رأسياً من نقطة التعليق لنهاية الجسم ، ونكرر الخطوات السابقة من نقطة أخرى مختارة على الجسم وتكون نقطة تقاطع الخطين هي مركز كتلة الجسم .

سؤال (علل) : توضع قطع رصاص على أطراف اطارات السيارة ؟

جواب : ليصبح مركز كتلة الإطار في مركزه الهندسي لمنع اهتزاز الإطار .

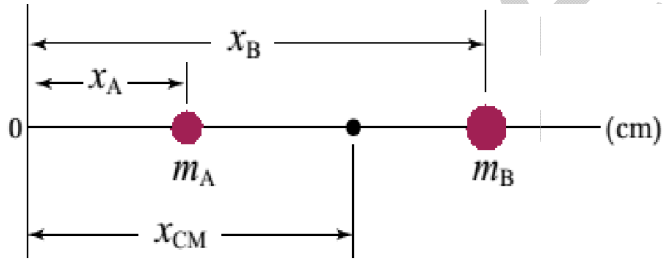
سؤال (علل) : عند انطلاق سيارة بشكل مفاجيء ترتفع مقدمتها إلى الأمام ؟

جواب : بسبب التأثير الدوراني للقوة عندما لا يمر خط عملها بمركز كتلة الجسم حيث أن السيارة تُعد جسمًا جاسئاً ، مركز كتلته ثابت .



مثال (1) : نظام يتكون من كرتين ($m_A = 1.0\ kg$ ، $m_B = 3.0\ kg$) كما في الشكل . إذا علمت أن ($x_A = 5.0\ cm$) و ($x_B = 15.0\ cm$) ، أحدد موقع مركز كتلة النظام .

الحل :



$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

$$= \frac{1.0 \times 5.0 \times 10^{-2} + 3.0 \times 15.0 \times 10^{-2}}{1.0 + 3.0}$$

$$= 1.25 \times 10^{-1} m = 12.5\ cm$$

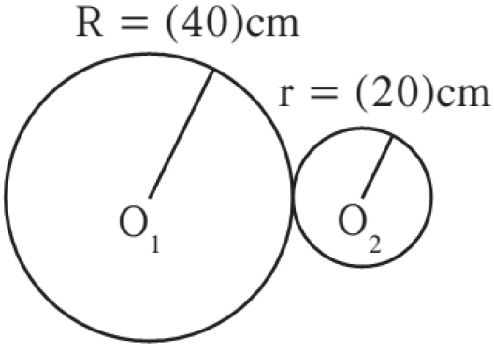
مثال (2) : ($m_1 = 2\ kg$, $m_2 = 8\ kg$) كتلتان تقعان على محور (x) تبعدان عن بعضهما (6 cm) احسب موقع مركز كتلة الجسمين .

الحل :

$x_{C.M} = 4.8\ cm$

مثال (3) : قرص من الحديد كتلته (500 g) ونصف قطره ($R = 40\ cm$) ، تم وصله بقرص من النحاس كتلته (200 g) ونصف قطره ($r = 20\ cm$) احسب موضع مركز كتلة القرصين .

الحل :

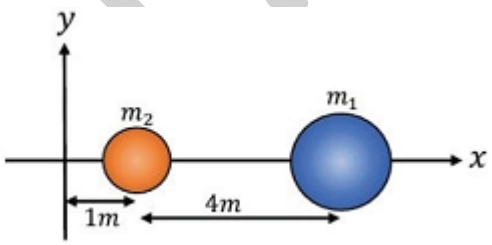


$x_{C.M} = 17.14\ cm$

مثال (4) : إذا علمت أن ($m_1 = 3m_2$) فإن موقع مركز الكتلة (CM) عن نقطة الأصل بوحدة المتر يساوي :

أ) 3.25 ب) 3.5

جـ) 4 د) 3



T.Saed Assaf

مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** ما العزم؟ وما شرطا اتّزان جسم؟

2. **أُفسّر:** إذا أردتُ أن أفتح بابًا دوّارًا؛ أُحدّد موقع نقطة تأثير القوّة، بحيث أدفع الباب بأقلّ مقدارٍ من القوّة. أُحدّد بأيّ اتّجاهٍ أؤثّر بهذه القوّة في الباب.

3. **أُوضّحُ** المقصود بمركز كتلة جسم.

4. **أُفسّرُ:** أثّرت قوًى عدّة في جسم؛ بحيث تمرُّ خطوط عملها في مركز كتلته، وكانت القوّة المحصلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا. هل يكون الجسم مُتّزنًا أم لا؟ أُفسّر إجابتي.

5. **حلّ المشكلات:** يُعالج الاهتزاز في إطار عجل سيارة بوضع قطع رصاص على الجزء الفلزّي من الإطار (الجنط). كيف يعمل ذلك على التخلّص من اهتزاز الإطار؟

6. **أُقارنُ** بين الاتّزان السكونيّ والاتّزان الحركي من حيث: القوّة المُحصّلة المؤثّرة، السرعة الخطّية، التسارُع الخطّي.

7. **أُحلّل وأستنتج:** رأت ذكرى أخاها يحاول فكَّ إطار سيارته المثقوب باستخدام مفتاح شدٍّ لفكّ الصواميل التي تُثبّت الإطار، لكنه لم يستطع فكّها. أذكر طريقتين -على الأقل- يُمكن أن تقترحهما ذكرى على أخيها لمساعدته على فكّ الصواميل. أُفسّر إجابتي.

8. **أُقارنُ:** يوضّح الشكل أدناهُ منظرًا عُلويًّا لقوّةٍ مقدارُها (F) تؤثّر في الباب نفسه عند مواقع مختلفة. أُرتّب العزم الناتج عن هذه القوة حول محور الدوران (O) تصاعُديًّا.

9. **التفكير الناقد:** عندَ انطلاق سيارةٍ بشكل مفاجئ ترتفع مقدمتها إلى أعلى. أُفسّر ذلك.

مراجعة الدرس

1. **العزم** مقياس لمقدرة القوة على إحداث دوران، وهو كمية متجهة، رمزه $(\boldsymbol{\tau})$، ويُعرف رياضيًّا على أنه يساوي ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوة $(\boldsymbol{F})$ ومتجه موقع نقطة تأثير القوة $(\boldsymbol{r})$ الذي يبدأ من نقطة على محور الدوران وينتهي عند نقطة تأثير القوة. و**شرطا اتزان جسم** أن تكون القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا $(\sum \boldsymbol{F} = 0)$، وأن يكون العزم المحصّل المؤثر فيه يساوي صفرًا $(\sum \boldsymbol{\tau} = 0)$.

2. يكون موقع نقطة تأثير القوة أبعد ما يُمكن عن محور الدوران، ويكون اتجاه القوة عموديًّا على مستوى الباب.

3. يُعرّف مركز الكتلة Centre of mass (CM) لجسم أنّه؛ النقطة التي يُمكن افتراض كتلة الجسم كاملةً مُركّزةً فيها.

4. بما أن القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا فقد تحقق الشرط الأول للاتزان. وحيث أن خطوط عمل القوى تمر في نقطة واحدة فإن العزم المحصّل لها يساوي صفرًا (الشرط الثاني للاتزان)، لذا يكون الجسم متزنًا.

5. عند حدوث عدم تماثل في توزيع كتلة الاطار (حدوث تآكل في بعض أجزاء العجل مثلا)، لا ينطبق مركز كتلة الإطار مع مركزه الهندسي الذي يمر فيه محور الدوران، ما يسبب اهتزاز عجل السيارة خصوصا عند السرعات العالية.

ولضمان توزيع منتظم لكتلة الإطار بحيث ينطبق مركز كتلته مع مركزه الهندسي يتم إضافة قطع من الرصاص لاستعادة توزيع منتظم لكتلة العجل حول محور الدوران. هذا بدوره يؤدي إلى توقف الاطار عن الاهتزاز عند السرعات المرتفعة.

6.

	القوة المحصّلة المؤثرة	السرعة الخطية	التسارع الخطي
الاتزان السكوني	تساوي صفرًا	تساوي صفرًا	يساوي صفرًا
الاتزان الحركي (الانتقالي)	تساوي صفرًا	ثابتة مقدارًا واتجاهًا	يساوي صفرًا

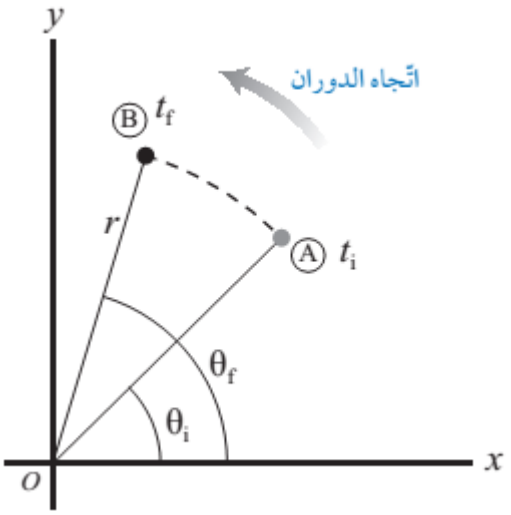
7. وَصْل ماسورة في طرف مفتاح الشد لزيادة طول ذراع القوة، فيزداد العزم المحصّل المؤثر.
جعل القوة التي يؤثر بها أخيها في مفتاح الشد عمودية على المفتاح، فيزداد العزم المحصّل المؤثر.
زيادة مقدار القوة المؤثرة في مفتاح الشد، عن طريق الاستفادة من وزنه بالوقوف على طرف المفتاح بحذر.

8. عزم (ب) > عزم (ج) > عزم (أ).

9. تؤثر قوة الاحتكاك السكوني بين إطارات السيارة وسطح الطريق بقوة إلى الأمام لتحريك السيارة، ويكون مركز كتلة السيارة عند نقطة في مستوى فوق مستوى سطح الطريق، لذا يوجد عزم محصّل يعمل على تدوير السيارة بحيث ترتفع مقدمتها.

الدرس الثاني / ديناميكا الحركة الدورانية

الإزاحة الزاوية ($\Delta\theta$) :



* عند دوران جسم بزاوية معينة فإن جميع جسيماته تدور بنفس الزاوية .
* الموقع الزاوي : هو الزاوية (θ) التي يصنعها الخط الواصل بين الجسيم ونقطة الأصل مع الخط المرجعي (محور x +) .
* الإزاحة الزاوية : هي التغير في الموقع الزاوي وتساوي الزاوية التي يمسحها نصف قطر المسار الدائري الذي يدور مع الجسم .
* في الشكل المجاور تكون الإزاحة الزاوية هي :

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \quad (rad)$$

* حيث θ_f هي الموقع الزاوي للجسم (B) عند الزمن (t_f) ، θ_i هي الموقع الزاوي للجسيم (A) عند الزمن (t_i) لأن الدوران عكس عقارب الساعة .
* تعتبر الإزاحة الزاوية موجبة عند الدوران بعكس اتجاه عقارب الساعة وسالبة عند الدوران باتجاه عقارب الساعة .
* عندما تكون ($\Delta\theta$) موجبة يكون الدوران عكس عقارب الساعة وعندما تكون ($\Delta\theta$) سالبة يكون الدوران باتجاه عقارب الساعة .

السرعة الزاوية :

سؤال : وضح المقصود بـ السرعة الزاوية المتوسطة ($\overline{\omega}$) . وما وحدة قياسها ؟

جواب : نسبة الإزاحة الزاوية ($\Delta\theta$) لذلك الجسم إلى الفترة الزمنية (Δt) التي حدثت خلالها هذه الإزاحة . ووحدة قياسها (rad/s) .

وتعطى رياضياً بالعلاقة

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

سؤال : وضح المقصود بـ السرعة الزاوية اللحظية (ω).

جواب : هي السرعة الزاوية لجسم عند لحظة زمنية معينة .

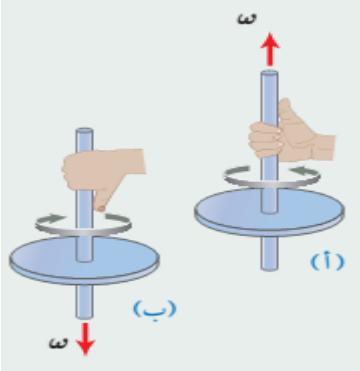
ملاحظات : 1) عندما تكون السرعة الزاوية ثابتة فإن :

السرعة الزاوية المتوسطة = السرعة الزاوية اللحظية

$$\omega = \overline{\omega}$$

2) تعتبر الإزاحة الزاوية موجبة عند الدوران بعكس اتجاه عقارب الساعة وكذلك تكون سرعة الزاوية وسالبة عند الدوران باتجاه عقارب الساعة وكذلك تكون سرعة الزاوية .

T.Saed Assaf



سؤال : كيف يتم تحديد اتجاه السرعة الزاوية ؟

جواب : نستخدم قاعدة قبضة اليد اليمنى كما في الشكل المجاور وذلك عن طريق لف أصابع اليد اليمنى حول محور دورانه بحيث تشير إلى اتجاه دوران الجسم فيشير اتجاه الإبهام إلى اتجاه السرعة الزاوية .

التسارع الزاوي :

سؤال : وضح المقصود بـ التسارع الزاوي المتوسط ($\overline{\alpha}$) ؟ وما وحدة قياسه ؟

جواب : مقدار تغير السرعة الزاوية لجسم من (ω_i) إلى (ω_f) خلال فترة زمنية (Δt) . ووحدة قياسه (rad/s^2) .

وتعطى رياضياً بالعلاقة

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

سؤال : وضح المقصود بـ التسارع الزاوي اللحظي (α) ؟

جواب : هو التسارع الزاوي عند لحظة زمنية معينة .

ملاحظات : 1) عند دوران الجسم بـ تسارع زاوي ثابت فإن :

التسارع الزاوي المتوسط = التسارع الزاوي اللحظي

$$\alpha = \overline{\alpha}$$

2) عندما يذكر مصطلح التسارع الزاوي يقصد به دائماً التسارع الزاوي اللحظي (α) .

3) إذا كانت إشارة السرعة الزاوية وإشارة التسارع الزاوي متماثلتين فإن الجسم يدور بتسارع وإذا كانت إشارة السرعة الزاوية وإشارة التسارع الزاوي مختلفتين فإن الجسم يدور بتباطؤ .

4) عندما يدور جسم حول محور ثابت فإن كل جسيم فيه يدور بالزاوية نفسها خلال فترة زمنية معينة ، ولذلك يكون لأجزاء الجسم جميعها السرعة الزاوية نفسها والتسارع الزاوي نفسه .

5) الموقع الزاوي (θ) والسرعة الزاوية (ω) والتسارع الزاوي (α) تميز الحركة الدورانية للجسم بأكمله بالإضافة إلى الجسيمات المفردة فيه .

سؤال : جسم يدور عند لحظة زمنية معينة بسرعة زاوية سالبة وتسارع زاوي موجب :

أ) ما اتجاه دوران الجسم ؟ أفسر إجابتي . ب) هل يتسارع الجسم أم يتباطأ ؟ أفسر إجابتي .

جواب :

أ) يدور مع اتجاه عقارب الساعة لأن سرعته الزاوية سالبة .

ب) يتباطأ (تتناقص سرعته) لأن إشارة السرعة الزاوية والتسارع الزاوي مختلفتين .

سؤال : ما الكميات الفيزيائية اللازمة لوصف الحركة الدورانية لجسم ؟

جواب : الإزاحة الزاوية ، السرعة الزاوية ، التسارع الزاوي .

سؤال : يدور إطار دراجة بسرعة زاوية ثابتة حول محور ثابت . كيف يتغير مقدار السرعة الزاوية لأجزاء الإطار بالإنتقال من داخله إلى حافته الخارجية ؟

جواب : السرعة الزاوية ثابتة لجميع أجزاء الإطار لأنها جميعها تحقق نفس الإزاحة الزاوية خلال نفس الفترة الزمنية .

T.Saed Assaf

سؤال : تدور إطارات سيارة بسرعة زاوية ثابتة تساوي (5.0 rad/s) . أجب عما يلي :

أ) هل التسارع الزاوي للإطارات موجب أم سالب أم صفراً ؟ أفسر إجابتي .

ب) هل تدور أجزاء الإطار جميعها بمقدار السرعة الزاوية نفسه أم لا ؟ أفسر إجابتي .

جواب :

أ) التسارع الزاوي صفراً لأن السرعة الزاوية ثابتة وتغيرها صفراً .

ب) تدور أجزاء الإطار جميعها بنفس السرعة الزاوية لأن جميع الأجزاء تحقق نفس الإزاحة الزاوية خلال الفترة الزمنية نفسها .

مثال (1) : يتسارع الجزء الدوار في جهاز فصل مكونات الدم من السكون إلى (3.00×10^3 rad/s) خلال (30.0 s) بتسارع زاوي ثابت . احسب مقدار ما يأتي :

أ) التسارع الزاوي المتوسط . ب) السرعة الزاوية بعد مرور (20.0 s) من بدء دورانه .

الحل :

أ)
$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{3 \times 10^3 - 0}{30}$$

ب)
$$\overline{\alpha} = \alpha = 1 \times 10^2 \ \text{rad/s}^2$$

$$\omega_f = \omega_i + \overline{\alpha}\, t = 0 + 1 \times 10^2 \times 20$$
$$= 2 \times 10^3 \ \text{rad/s}$$

مثال (2) : قرص صلب في حاسوب حديث يتسارع من السكون إلى (750 rad/s) . فإذا صمم على أن يبدأ الدوران من السكون ويصل السرعة الفعالة خلال (1.5 s) . فما التسارع الزاوي للقرص .

الحل :

$$\alpha = 5 \times 10^2 \ \text{rad/s}^2$$

مثال (3) : يدور إطار سيارة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة ، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها (2.0 rad/s) مدة زمنية قدرها (20 s) ، ثم يتسارع بعد ذلك بتسارع زاوي ثابت مقداره ($3.5\ \text{rad/s}^2$) مدة زمنية (10 s) . احسب :

أ) الإزاحة الزاوية للإطار عند نهاية الفترة الزمنية لحركته بسرعة زاوية ثابتة .

ب) السرعة الزاوية للإطار عند نهاية الفترة الزمنية لحركته بتسارع زاوي ثابت .

الحل :

أ) الجسم يتحرك بسرعة زاوية ثابتة :

$$\Delta\theta = \omega\, \Delta t = 2 \times 20 = 40 \ \text{rad}$$

ب) الجسم يتحرك بتسارع زاوي ثابت :

$$\omega_f = \omega_i + \alpha\, t = 2 + 3.5 \times 10$$
$$= 37 \ \text{rad/s}$$

مثال (4) : بدأ جسم الدوران بسرعة زاوية ($4\ rad/s$) ، وبتسارع زاوي ثابت مقداره ($2\ rad/s^2$) ، احسب السرعة الزاوية بعد مرور ($3\ s$) .

الحل :

$$\omega_f = \omega_i + \alpha\ t = 4 + 2 \times 3 = 10\ rad/s$$

مثال (5) : يدور حجر طاحونة من السكون بإزاحة زاوية ($\Delta\theta = 30\ rad$) خلال ($2\ s$) بتسارع زاوي ثابت . احسب السرعة الزاوية المتوسطة للحجر .

الحل :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{30}{2} = 15\ rad/s$$

مثال (6) : ذهبت عرين وفرح إلى مدينة الألعاب في عيد الفطر ، وركبتا الحصان الدوار ، حيث جلست عرين على حصان قرب الحافة الخارجية للصفيحة الدائرية المتحركة للعبة ، بينما جلست فرح على حصان في منتصف المسافة بين عرين ومحور الدوران الثابت . عند دوران اللعبة بسرعة زاوية ثابتة ، أي الفتاتين : عرين أم فرح مقدار سرعتها الزاوية أكبر ؟

الحل :

تتحرك عرين وفرح بنفس السرعة الزاوية ، كأنهما جزء من الصفيحة ، حيث أنهما حققتا نفس الإزاحة الزاوية في نفس الفترة الزمنية .

مثال (7) : مثقب كهربائي يدور جزؤه الدوار بتسارع زاوي ثابت ، ويصبح مقدار سرعته الزاوية ($2.6 \times 10^3\ rad/s$) بعد ($4.0\ s$) من بدء دورانه . أحسب مقدار التسارع الزاوي للجزء الدوار من المثقب .

الحل :

$$\alpha = 6.5 \times 10^2\ rad/s$$

مثال (8) : تدور الأرض حول نفسها مرة كل (24) ساعة ما مقدار سرعتها الزاوية .

الحل :

نلاحظ أن الزاوية الممسوحة خلال 24 ساعة هي ($360°$) أي (2π) .

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = \frac{2 \times 3.14}{86400}$$

$$\approx 7.3 \times 10^{-5}\ rad/s$$

T.Saed Assaf

عزم القصور الذاتي والقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية

سؤال : وضح المقصود بـ عزم القصور الذاتي ؟

جواب : مقياساً لممانعة الجسم لتغيير حالته الدورانية .

سؤال : قارن بين الحركة الإنتقالية والحركة الدورانية من حيث : ممانعة الجسم ، تسارع الجسم ، صيغة قانون نيوتن الثاني .

الحركة الإنتقالية	الحركة الدورانية
تعد الكتلة (m) قصوره الذاتي أي مقياساً لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الإنتقالية	عزم القصور الذاتي الدوراني (I) هو مقياساً لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية
يتناسب تسارع الجسم الخطي طردياً مع القوة المحصلة $a \propto \sum F$	يتناسب تسارع الجسم الزاوي طردياً مع العزم المحصل $\alpha \propto \sum \tau$
$\sum F = m\,a$	$\sum \tau = I\,\alpha$

* يمكن أن نحسب عزم القصور الذاتي (I) لجسيم نقطي ، كتلته (m) ويبعد مسافة عمودية (r) عن محور الدوران من العلاقة :

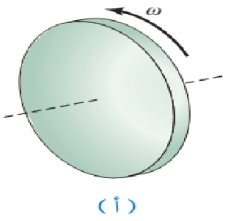
$$I = m\,r^2$$

سؤال : ما وحدة قياس عزم القصور الذاتي حسب النظام الدولي للوحدات ؟

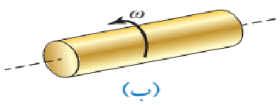
جواب : يقاس بـ $kg \cdot m^2$

سؤال : على ماذا يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم ؟

جواب : 1) كيفية توزيع كتلته حول محور دورانه .
2) موقع محور الدوران .



* **نلاحظ** من الشكل المجاور أن عزم القصور الذاتي للإسطوانة (أ) أكبر من عزم القصور الذاتي للإسطوانة (ب) رغم أن لهما الكتلة نفسها لأن قطر الأسطوانة (أ) أكبر من قطر الإسطوانة (ب) ، فتحريك الإسطوانة ذات القطر الأكبر حركة دورانية ، أو إيقافها ، أو تغيير حالتها الحركية أصعب منه للإسطوانة الأخرى .



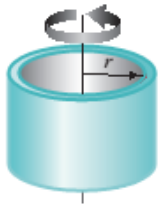
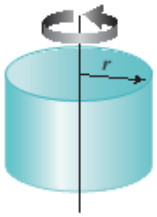
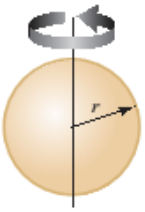
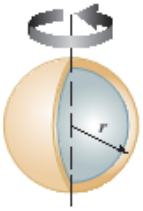
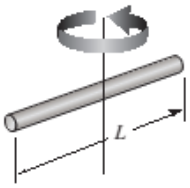
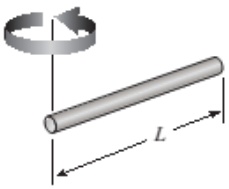
نتيجة : كلما توزعت كتلة الجسم بعيداً عن محور دورانه فإن عزم القصور الذاتي له يكون أكبر .

سؤال : ما الفرق بين كتلة الجسم وعزم القصور الذاتي له ؟

جواب : كتلة الجسم هي مقياس لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركة الإنتقالية وعزم القصور الذاتي هي مقياس لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركة الدورانية . والفرق بينهما أن الكتلة ثابتة أما عزم القصور الذاتي يتغير بتغير محور الدوران .

Saed Assaf

الجدول 1: عزم القصور الذاتي لأجسام مختلفة كتلةُ كلٍّ منها (m).*

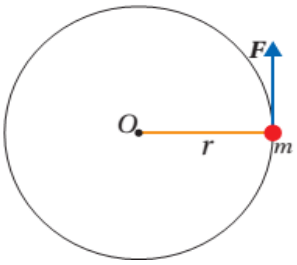
الجسم	موضع محور الدوران	الشكل	عزم القصور الذاتي
حلقةٌ رقيقةٌ أو أسطوانةٌ مجوّفة.	يمرّ بالمركز عموديًّا على مستواها.		$I = mr^2$
أُسطوانةٌ مُصمَتة منتظمةٌ أو قرصٌ دائري.	يمرُّ بالمركز عموديًّا على مستواها.		$I = \frac{1}{2}mr^2$
كرةٌ مُصمَتة منتظمة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{5}mr^2$
كرةٌ مجوّفة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{3}mr^2$
قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بمنتصفه.		$I = \frac{1}{12}mL^2$
قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بطرفه.		$I = \frac{1}{3}mL^2$

* الجدول ليس للحفظ.

مثال (1) : كرة كتلتها (3.0 kg) مثبتة في نهاية قضيب فلزي خفيف طوله (0.80 m) ، وتتحرك حركة دورانية في مستوى أفقي حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة يمر في النهاية الأخرى للقضيب بتأثير قوة مماسية (F) ثابتة في المقدار ، كما في الشكل . إذا بدأت الكرة حركتها من السكون بتسارع زاوي ثابت ، بحيث أصبح مقدار سرعتها الزاوية (8π rad/s) خلال (5.0 s) فأحسب مقدار ما يأتي بإهمال كتلة القضيب الفلزي :

أ) التسارع الزاوي للكرة . ب) العزم المحصل في الكرة .

جـ) القوة المماسية (F) المؤثرة في الكرة .



الحلّ:

أ . الكرة تدور بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة؛ فتكون سرعتها الزاويّة موجبة، وأستخدم المعادلة الآتية لحساب مقدار التسارُع الزاويّ.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$= \frac{8\pi - 0.0}{5.0} = 5.0 \text{ rad/s}^2$$

ب. بدايةً يلزمُ حسابُ عزم القصور الذاتيّ للكرة حول محور دورانها كما يأتي:

$$I = m r^2 = 3.0 \times (0.80)^2 = 1.9 \text{ kg.m}^2$$

ثمّ أحسبُ مقدار العزم المُحصّل المؤثّر في الكرة.

$$\sum\tau = I\alpha = 1.9 \times 5.0 = 9.5 \text{ N.m}$$

جـ. أستخدم علاقة العزم لحساب مقدار القوّة المماسيّة المؤثّرة.

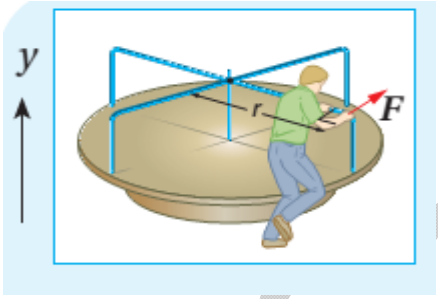
$$\sum F = F = \frac{\sum\tau}{r}$$

$$= \frac{9.5}{0.80} = 11.9 \text{ N} \approx 12 \text{ N}$$

مثال (2) : لعبة القرص الدوار الموضحة في الشكل تتكون من قرص مصمت قابل للدوران حول محور ثابت يمر في مركزه باتجاه محور (y) . أثر شخص بقوة مماسية (F) ثابتة في المقدار عند حافة القرص مقدارها (250 N) . إذا علمت أن كتلة القرص الدوار (50.0 kg) ونصف قطره (2.0 m) وبإهمال قوى الإحتكاك وافتراض قرص اللعبة منتظم توزيع الكتلة ، وبدأت اللعبة الدوران من السكون بتسارع زاوي ثابت بعكس اتجاه عقارب الساعة ، فأحسب مقدار ما يأتي :

أ) العزم المحصل المؤثر في اللعبة . ب) التسارع الزاوي للعبة .

جـ) السرعة الزاوية للعبة بعد (2.0 s) من بدء دورانها .



د) التسارع الزاوي للعبة عندما يجلس طفل كتلته (20.0 kg) على بعد (1.5 m) من محور الدوران ، بافتراض الطفل جسيم نقطي .

الحل : أ) $\sum T = F\, r \sin\theta = 250 \times 2 \times 1 = 500 \text{ N.m}$

ب) نجد عزم القصور الذاتي للقرص $I = \frac{1}{2} mr^2 = 0.5 \times 50 \times (2)^2 = 100 \text{ kg.m}^2$

$$\alpha = \frac{\sum T}{I} = \frac{500}{100} = 5 \text{ rad/s}^2$$

جـ) $\omega_f = \omega_i + \alpha\, t = 0 + 5 \times 2 = 10 \text{ rad/s}$

د) نجد أولاً عزم القصور للطفل والقرص معاً

$$I = mr^2 + 100 = 20 \times (1.5)^2 + 100 = 145 \text{ kg.m}^2$$

$$\alpha = \frac{\sum T}{I} = \frac{500}{145} = 3.4 \text{ rad/s}^2$$

مثال (3) : اسطوانة صلبة كتلتها (1 kg) نصف قطر قاعدتها (0.2 m) ، بدأت بالدوران من السكون حول محورها الهندسي الطويل المار من مركزي وجهيها عندما أثرت فيها قوة مماسية مقدارها (10 N) ، أحسب سرعتها الزاوية بعد مرور (5 s) من بدء الدوران .

الحل :

$$\tau = I\,\alpha$$

$$r \times F = \frac{1}{2} m r^2 \times \alpha$$

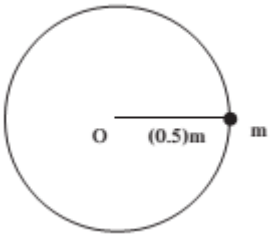
$$0.2 \times 10 = 0.5 \times 1 \times (0.2)^2 \times \alpha$$

$$4 = 0.04\,\alpha \longrightarrow \alpha = 100\ rad/s^2$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha\, t = 0 + 100 \times 5 = 500\ rad/s$$

مثال (4) : تدور كتلة نقطية (m = 2 kg) حول محور ثابت يبعد عنها (50 cm) بتأثير محصلة عزوم قوى خارجية ثابت (τ) كما في الشكل ، بدأت الكرة حركتها من السكون واكتسبت سرعة زاوية (ω = 12.566 rad/s) خلال (3.14 s) ، احسب :

أ) التسارع الزاوي . ب) محصلة عزوم القوى الخارجية .



الحل :

أ) $\omega_f = \omega_i + \alpha\, t \Longrightarrow \alpha = \frac{\omega_f}{t} = \frac{12.566}{3.14} = 4\ rad/s^2$

ب) $I = m r^2 = 2 \times (0.5)^2 = 0.5\ kg.m^2$

$$\tau = I\,\alpha = 0.5 \times 4 = 2\ N.m$$

مثال (5) : يدور برغي حول محور ثابت يمر بمركز كتلته بسرعة زاوية (120π rad/s) وفي لحظة يؤثر عليه عزم إزدواج ثابت بعكس اتجاه الدوران يؤدي إلى إيقافه عن الدوران بعد دقيقة واحدة ، فإذا علمت أن القصور الذاتي الدوراني له يساوي ($I = 0.2\ kg.m^2$) احسب عزم الدوران الذي أدى إلى توقفه .

الحل :

أ) $\omega_f = \omega_i + \alpha\, t \Longrightarrow \alpha = \frac{-\omega_i}{t} = \frac{-120\pi}{60} = -2\pi\ rad/s^2$

$$\tau = I\,\alpha = 0.2 \times -2\pi = -1.256\ N.m$$

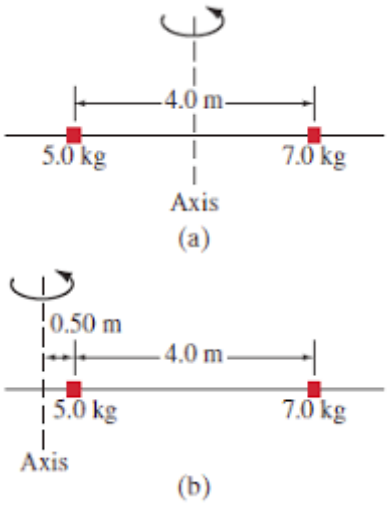
T.Saed Assaf

مثال (6) : وضع جسمان كتلتاهما (5 kg) ، (7 kg) على بعد (4 m) على ساق معدني خفيف (مهمل الوزن) كما في الشكل

احسب عزم القصور الدوراني للنظام في الحالتين :

1) عندما يدور حول محور منتصف المسافة بينهما .

2) عندما يدور على بعد (0.5 m) إلى يسار الجسم الذي كتلته (5 kg) .



الحل :

$$1)\ I = \sum m r^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$= 5 \times (2)^2 + 7 \times (2)^2$$
$$= 20 + 28 = 48\ kg.m^2$$

$$2)\ I = \sum m r^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$= 5 \times (0.5)^2 + 7 \times (4.5)^2$$
$$= 1.3 + 142 = 143\ kg.m^2$$

مثال (7) : قرص نصف قطره (0.6 m) وكتلته (80 kg) يدور بسرعة زاوية (376.8 rad/s) ، ما مقدار العزم المؤثر في القرص لإيقافه عن الدوران خلال (20 s) .

الحل :

الاشارة السالبة تعني أن اتجاه العزم يعاكس اتجاه دوران القرص , T = - 271.3 N.m

مثال (8) : قرص دائري نصف قطرها (10 cm) وعزم قصورها الذاتي ($0.02\ kg.m^2$) ، أثرت في محيطها قوة مماسية مقدارها (15 N) ، فبدأت الحركة من السكون ، احسب التسارع الزاوي .

الحل :

$\alpha = 75\ rad/s^2$

مثال (9) : تدحرجت كرة مصمتة منتظمة كتلتها (0.2 kg) ونصف قطرها (0.1 m) على سطح أفقي احسب عزم قصورها الذاتي حول محورها الهندسي المار من مركزها .

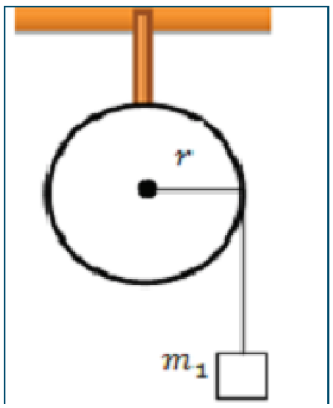
الحل :

$I = 8 \times 10^{-4}\ kg.m^2$

مثال (10) : يعلق جسم كتلته (m_1 =0.5 kg) بنهاية خيط يمر حول بكرة قابلة للدوران كتلتها (m_2= 2 kg) ونصف قطرها (30 cm) ، مثبتة بحيث يمكنها الدوران حول محور أفقي يمر من مركزها ، كما في الشكل ، بإهمال الإحتكاك احسب :

1) عزم القوة المؤثر على البكرة .

2) إذا كان عزم القصور الذاتي الدوراني للبكرة ($\frac{1}{2} m_2 r^2$) جد التسارع الزاوي للنظام .



الحل :

1) $\sum \tau = F\ r \sin\theta = m_1\ g\ r \sin(90)$

$= 0.5 \times 10 \times 0.3 \times 1 = 1.5\ \ N.m$

2) $I = \frac{1}{2} m_2 r^2 = 0.5 \times 2 \times 0.09 = 0.09\ kg.m^2$

$\alpha = \frac{\sum \tau}{I} = \frac{1.5}{0.09} = 16.7\ \ rad/s^2$

مثال (11) : القصور الدوراني لحجر رحى يساوي ($1.6 \times 10^{-3}\ kg.m^2$) وعند التأثير بعزم ثابت تصل سرعته الزاوية إلى (40π rad/s) خلال (15 s) وعلى فرض كان الحجر ساكناً قبل بدء الحركة ، احسب :

1) التسارع الزاوي .

2) عزم الدوران المؤثر .

الحل :

1) $\alpha = 8.38\ rad/s^2$, 2) $\sum \tau = 0.0134\ N.m$

مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** ما الكمّيات الفيزيائيّة اللازمة لوصف الحركة الدورانية لجسم؟ وما عزم القصور الذاتي؟

2. **أُفسّر:** تدور إطارات سيارة بسرعة زاويّة ثابته تساوي (5.0 rad/s). هل التسارع الزاويّ للإطارات موجبٌ أم سالبٌ أم صفر؟ أُفسّر إجابتي.

3. **أُفسّر:** السرعة الزاويّة لجسمٍ عند لحظةٍ زمنيةٍ مُعيّنةٍ تساوي (−3 rad/s)، وتسارعُه الزاويّ عند اللحظة نفسها (2 rad/s²). أُجيب عمّا يأتي:

   أ . هل يدور الجسم باتّجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه؟ أُفسّر إجابتي.

   ب. هل يتزايد مقدار سرعته الزاويّة أم يتناقص أم يبقى ثابت؟ أُفسّر إجابتي.

4. **أُحلّل وأستنتج:** يدور إطار درّاجة بسرعة زاويّة ثابتة حول محورٍ ثابت. كيف يتغيّر مقدار السرعة الزاويّة لأجزاء الإطار بالانتقال من داخله إلى حافّته الخارجية؟

5. علامَ يعتمدُ عزم القصور الذاتي لجسم؟

6. **أحسب:** مثقبٌ كهربائيٌّ يدورُ جزؤه الدوّار من السكون بتسارعٍ زاويٍّ ثابت، ويُصبح مقدار سرعته الزاويّة (2.6×10^3 rad/s) بعد (4.0 s) من بدء دورانه. أحسبُ مقدار التسارُع الزاويّ للجزء الدوّار من المثقب.

7. **أُقارن:** قضيب فلزي خفيف ورفيع طوله (L) مُثبّت في طرفيه كرتين مُتماثلتين مهملتي الأبعاد، كتلة كلٍّ منهما (m)، كما هو موضّحٌ في الشكل. في الحالة الأولى؛ دُوّر النظام المكوّن من القضيب الفلزّي والكرتين حول محورٍ ثابتٍ عموديٍ على مستوى الصفحة يمرُّ بمنتصف القضيب الفلزّي. وفي الحالة الثانية؛ دُوّر النظام حول محورٍ ثابتٍ عموديٍّ على مستوى الصفحة يمرُّ بمركز إحدى الكرتين عند أحد طرفي القضيب الفلزّي. بإهمال كتلة القضيب الفلزّي مُقارنةً بكتلتي الكرتين، في أي الحالتين السابقتين يلزمني عزمٌ محصّلٌ أكبر لبدء تدوير النظام؟ أُفسّر إجابتي.

نظام الكرتين والقضيب الفلزّي.

مراجعة الدرس

1. من الكميات الفيزيائية اللازمة لوصف الحركة الدورانية: العزم، والإزاحة الزاوية، والسرعة الزاوية، والتسارع الزاوي.

2. عزم القصور الذاتي مقياسٌ لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركيّة الدورانيّة، رمزُه (I).

3.

أ. بما أن الإطارات تدور بسرعة زاوية ثابتة فإن تسارعها الزاوي يساوي صفرًا.

ب. بما أن شكل الإطار ثابت فإن جميع أجزائه تدور بمقدار السرعة الزاوية نفسه.

4.

أ. بما أن إشارة السرعة الزاوية سالبة فإن الجسم يدور باتجاه حركة عقارب الساعة.

ب. بما أن إشارتي السرعة الزاوية والتسارع الزاوي مختلفتان فإن الجسم يتباطأ.

4. لجميع أجزاء الإطار السرعة الزاوية نفسها.

5. يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على كيفية توزيع كتلته حول محور دورانه، وعلى موقع محور الدوران.

6.

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{2.6 \times 10^3 - 0}{4.0}$$
$$= 6.5 \times 10^2 \text{ rad/s}^2$$

7. في الحالة الاولى، تبعد كل كرة مسافة $(r_1 = \frac{L}{2})$ عن محور الدوران، وكتلتا الكرتين متساويتان.
أحسب عزم القصور الذاتي كما يأتي:

$$I = m r_1^2 + m r_1^2 = 2m r_1^2 = \frac{mL^2}{2}$$

ألاحظ أن عزم القصور الذاتي يساوي ناتج جمع عزمي القصور الذاتي للكرتين حول محور الدوران نفسه.

في الحالة الثانية، يمر محور الدوران في إحدى الكرتين لذا لا تُساهم هذه الكرة في عزم القصور الذاتي؛ لأن $(r = 0)$، بينما تبعد الكرة الثانية مسافة مقدارها (L). وأحسب عزم القصور الذاتي في هذه الحالة كما يأتي:

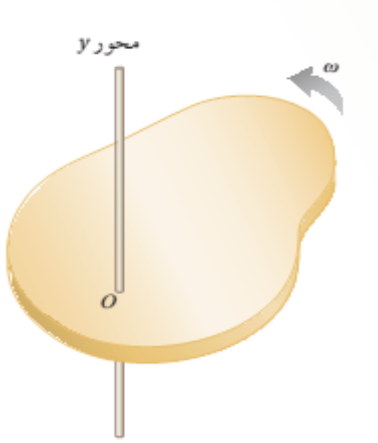
$$I = m r^2 + 0 = m r^2 = m L^2$$

يكون عزم القصور الذاتي أكبر عند تدوير القضيب حول أحد طرفيه، وفي هذه الحالة يلزم عزم محصّل أكبر لبدء تدوير النظام.

T.Saed Assaf

الدرس الثالث / الزخم الزاوي

الطاقة الحركية الدورانية :



تعطى الطاقة الحركية (KE_R) لجسم يدور بالعلاقة :

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

حيث (I) عزم القصور الذاتي ، (ω) السرعة الزاوية

ملاحظات :

1) هناك تناظر بين الطاقة الحركية الخطية ($KE = \frac{1}{2} m v^2$) والطاقة الحركية الدورانية ($KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$)

حيث تقابل الكميتان (I ، ω) في الحركة الدورانية الكميتان (m ، v) في الحركة الخطية على الترتيب .

2) لو تغير محور الدوران كما في الشكل السابق من محور (y) إلى محور (x) لتغير عزم القصور الذاتي وبالتالي تتغير الطاقة الحركية الدورانية .

T.Saed Assaf

مثال (1) : يتحرك جزيء أكسجين (O_2) حركة دورانية حول محور ثابت باتجاه محور (Z) ، عمودي على منتصفه بين ذرتي الأكسجين المكونتين له بسرعة زاوية ثابتة مقدارها (4.6×10^{12} rad/s) ، إذا علمت أن عزم القصور الذاتي لجزيء الأكسجين حول محور دورانه (Z) يساوي (1.95×10^{-16} kg.m^2) عند درجة حرارة الغرفة ، فأحسب مقدار الطاقة الحركية الدورانية للجزيء .

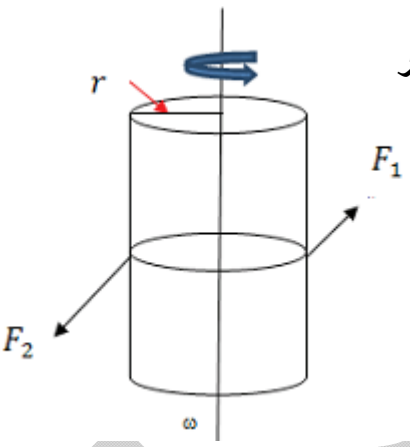
الحل :

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times 1.95 \times 10^{-16} (4.6 \times 10^{12})^2$$
$$= 2.06 \times 10^{-21} \text{ J}$$

مثال (2) : قرص مصمت منتظم متماثل كتلته (2.0 kg) ونصف قطره (0.50 m) يتحرك حركة دورانية بسرعة زاوية ثابتة مقدارها (8.0 rad/s) حول محور ثابت عمودي على مركزه . احسب الطاقة الحركية الدورانية للقرص .

$KE_R = 8$ J

مثال (3) : ما الطاقة الحركية الدورانية للإسطوانة الموضحة بالشكل بعد ثانيتين من بدء حركتها من السكون تحت تأثير القوتين ($F_1 = 5$ N , $F_2 = 7$ N) وكان القصور الدوراني للإسطوانة حول محور الدوران (0.2 kg.m^2) ونصف قطر قاعدتها (0.30 m) .



الحل :

من الشكل نلاحظ أن عزم كل قوة يتجه للأعلى حسب قاعدة اليد اليمنى

$$\tau_{net} = r F_1 \sin 90° + r F_2 \sin 90°$$

$$\tau_{net} = 0.3 \times (5 \times 1 + 7 \times 1) = 3.6 \text{ N.m}$$

$$\tau = I\alpha$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{3.6}{0.2} = 18 \text{ rad/s}^2$$

التسارع الزاوي ثابت

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$$

$$\omega_2 = 0 + 18 \times 2 = 36 \text{ rad/s}$$

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 36^2 = 0.13 \text{ kJ}$$

مثال (4) : قرص كتلته (8 kg) ونصف قطره (0.5 m) أثرت عليه قوة مماسية مقدارها (4 N) فحركته من السكون إذا علمت أن ($I = \frac{1}{2} mr^2$) , أحسب :

1) سرعة القرص الزاوية بعد (20 s) . 2) طاقته الحركية النهائية .

الحل :

$$1)\ I = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} (8)(0.5)^2 = 1\ kg.m^2$$

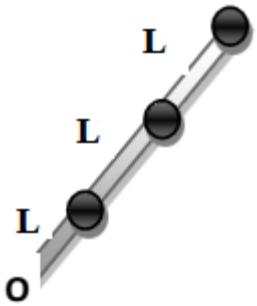
$$\sum \tau = F\ r = 4 \times 0.5 = 2\ N.m$$

$$\alpha = \frac{\sum \tau}{I} = \frac{2}{1} = 2\ rad/s^2$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha\ t = 0 + 2 \times 20 = 40\ rad/s$$

$$2)\ KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (40)^2 = 800\ J$$

مثال (5) : تتوزع ثلاثة كرات متماثلة كتلة كل منها (m) على قضيب مهمل الكتلة طوله (3L) ، يدور بسرعة زاوية (ω) حول محور عمودي عند النقطة (O) احسب الطاقة الحركية الدورانية بدلالة (L , m) .



الحل :

$$KE_R = (7/3)\ m\ L^2\ \omega^2$$

مثال (6) : قضيب فلزي يدور بسرعة زاوية مقدارها (8 rad/s) حول محور عمودي على القضيب ماراً بمنتصفه وبطاقة حركية دورانية (768 J) ، أحسب عزم القصور الذاتي للقضيب .

الحل :

$$I = 24\ kg.m^2$$

T.Saed Assaf

الزخم الزاوي وحفظه :

* يوجد للزخم الخطي (P) نظير في الحركة الدورانية يسمى الزخم الزاوي (L) .

سؤال : ما هي الكميات في الحركة الدورانية التي تناظر الكميات في الحركة الخطية الإنتقالية ؟

جواب :

الحركة الإنتقالية	الحركة الدورانية
القوة (F)	العزم (τ)
السرعة الخطية (v)	السرعة الزاوية (ω)
الكتلة (m)	عزم القصور الذاتي (I)

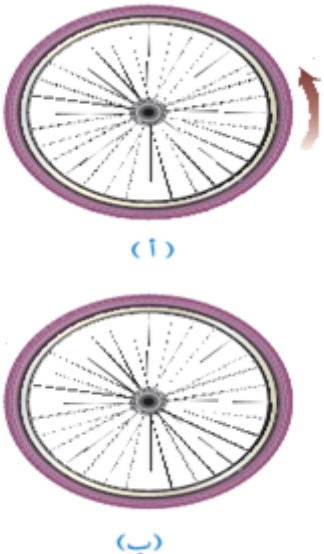
سؤال : وضح المقصود بالزخم الزاوي ؟ وما وحدة قياسه ؟

جواب : ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام (I) في سرعته الزاوية (ω) .

ورياضياً

$$L = I\,\omega$$

وعليه وحدة قياس الزخم الزاوي هي $kg.m^2/s$.

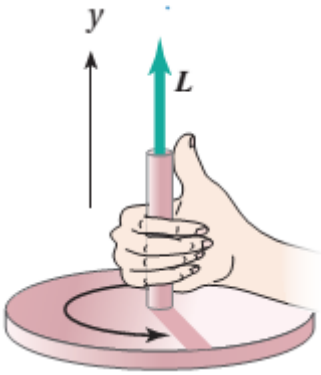


سؤال : كيف يتم تحديد اتجاه الزخم الزاوي ؟

جواب : الزخم الزاوي كمية متجهة ويكون اتجاهه باتجاه السرعة الزاوية باستخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى وذلك بلف أصابه اليد اليمنى حول محور الدوران فيشير الإبهام إلى اتجاه الزخم الزاوي .

فلو دار الجسم عكس اتجاه حركة عقارب الساعة الشكل (أ) كان اتجاه الزخم الزاوي خارج من الصفحة على امتداد محور الدوران وهنا يعد الزخم موجباً .

ولو دار الجسم بإتجاه حركة عقارب الساعة الشكل (ب) كان اتجاه الزخم الزاوي داخلاً إلى الصفحة على امتداد محور الدوران وهنا يعد الزخم الزاوي سالباً .



الزخم الزاوي والعزم :

* في الحركة الخطية إن تغيير القوة المحصلة ($\sum F$) يسبب تغيير في الزخم الخطي (ΔP) حيث أن قانون نيوتن الثاني هو ($\sum F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$) وكذلك يمكن أن نكتب علاقة مماثلة لقانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية بدلالة الزخم الزاوي حيث أن :

$$\sum \tau = \frac{dL}{dt}$$

* أي أن العزم المحصل المؤثر في جسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت يساوي المعدل الزمني للتغير في الزخم الزاوي حول المحور نفسه . وعليه فإن تغيير العزم المحصل يسبب تغيير في الزخم الزاوي .

* وعند تغير الزخم الزاوي (ΔL) خلال فترة زمنية (Δt) يصبح قانون نيوتن الثاني على الصورة :

$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

ملاحظة : إذا كان الجسم أو النظام معزولاً أي العزم المحصل الخارجي المؤثر عليه صفراً فإن الزخم الزاوي يكون ثابتاً وعليه يكون التغير في الزخم الزاوي صفراً . أي يكون الزخم الزاوي محفوظاً حيث أن :

$$L_f = L_i$$

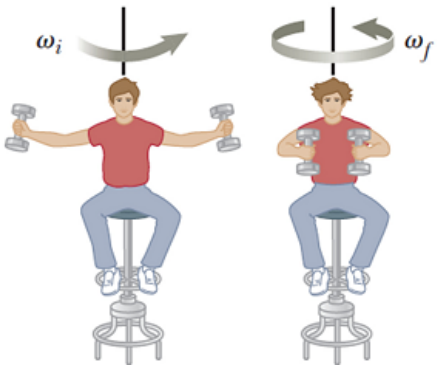
قانون حفظ الزخم الزاوي ⟵ $I_f \omega_f = I_i \omega_i$

سؤال : أذكر نص مبدأ حفظ الزخم الزاوي ؟

جواب : الزخم الزاوي لنظام معزول يظل ثابتاً في المقدار والإتجاه .

سؤال : لماذا تزداد سرعة الشخص في الشكل المجاور عندما يضم يديه ؟

جواب : لأن النظام معزول وعندما يضم يديه إلى جسمه تقترب الكتل من محور الدوران فيقل عزم القصور الذاتي ولأن الزخم الزاوي محفوظ تزداد السرعة الزاوية .



سؤال : ماذا يحدث للزخم الزاوي للاعب جمباز عندما يغير ترتيب جسمه أثناء شقلبته ؟ وماذا يحدث لسرعته الزاوية ؟

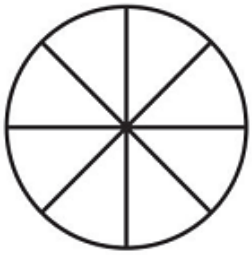
جواب : عندما يتشقلب لاعب الجمباز يقوم بتقليل مقدار القصور الذاتي الدوراني بتقليل البعد بين الكتلة ومحور الدوران فتزداد سرعته الزاوية .

مثال (1) : منشار يستخدم لقطع الأحجار على شكل قرص مستدير يدور بسرعة منتظمة حول محور يمر من مركزه وعمودي على وجهيه ، فإذا كانت سرعته الزاوية (31.4 ra/s) وعزم قصوره ($7\ kg.m^2$) أحسب زخمه الزاوي .

الحل :

$$L = I\,\omega = 7 \times 31.4 = 219.8\ kg.m^2/s$$

مثال (2) : عجلة الدراجة الهوائية الموضحة بالشكل المجاور ، طول قطرها (60 cm) وكتلة محيطها (1 kg) وكتلة كل قطر فيها (0.4 kg) وتدور بسرعة زاوية (2π rad/s) أحسب كلاً من :



1) عزم القصور الذاتي .
2) الزخم الزاوي .
3) طاقة الحركة الدورانية لها حول محور عمودي عليه عند مركزها .

الحل :

$$1)\ I = mr^2 + 4 \times (\frac{1}{12}\ mL^2)$$

$$I = 1 \times (0.3)^2 + \frac{1}{12} \times 0.4 \times (0.6)^2 \times 4 = 0.138\ kg.m^2$$

$$2)\ L = I\,\omega = 0.138 \times 2\pi = 0.867\ \ kg.m^2/s$$

$$3)\ KE_R = \frac{1}{2}\ I\,\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.138 \times (2\pi)^2 = 2.72\ \ J$$

مثال (3) : يقف رجل على منصة تدور بسرعة زاوية (2π rad/s) حاملاً في يديه الممدودتين كتلتين متماثلتين ثم يضم يديه لصدره ليتناقص قصوره الذاتي من ($6\ kg.m^2$) إلى ($2\ kg.m^2$) ، أحسب :

1) سرعته الزاويه بعد ضم يديه لصدره .
2) التغير في طاقته الحركية الدورانية .

الحل :

$$1)\ \sum L_f = \sum L_i$$

$$I_f\,\omega_f = I_i\,\omega_i \Rightarrow \quad 2 \times \omega_f = 6 \times 2\pi$$

$$\omega_f = 6\,\pi\ rad/s$$

$$2)\ \Delta KE_R = KE_{Rf} - KE_{Ri} = \frac{1}{2}\ I_f\,\omega_f^{\,2} - \frac{1}{2}\ I_i\,\omega_i^{\,2}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (6\pi)^2 - \frac{1}{2} \times 6 \times (2\pi)^2 = 236.78\ J$$

مثال (4) : ماذا يحدث للزخم الزاوي لجسم يتحرك حركة دورانية في الحالات التالية :

1) أنقصنا عزم القصور الذاتي للنصف . (يقل للنصف)
2) زدنا السرعة الزاوية (4) أمثال ما كانت عليه . (يزداد (4) أضعاف)
3) زدنا مقدار العزم مثلي ما كان عليه . (يزداد (2) أضعاف)
4) ضاعفنا كتلة الجسم مثلي ما كان عليه . (يزداد مثلي ما كان عليه)

T.Saed Assaf

مثال (5) : كتلتان لهما القصور الذاتي نفسه ($I = 4 \times 10^{-3}\ kg.m^2$) ، تدوران حول محور ثابت ، تدور الأولى بسرعة زاوية تساوي ($\omega_1 = 5\ rad/s$) بالإتجاه الموجب ، بينما تدور الثانية بالإتجاه السالب بسرعة زاوية تساوي ($\omega_2 = 8\ rad/s$) ، أحسب :

1) الزخم الزاوي لكل من الكتلتين .

2) الزخم الزاوي للنظام .

1) $L_1 = 2 \times 10^{-2}\ kg.m^2/s$, $L_2 = -3.2 \times 10^{-2}\ kg.m^2/s$, 2) $L = -1.2 \times 10^{-2}\ kg.m^2/s$

مثال (6) : عند دوران كرة من الغاز في الفضاء مرة كل شهر ، تنكمش بسبب الجاذبية . احسب سرعتها الزاوية عندما تنكمش لتقلل قصورها الذاتي إلى العشر .

الحل :

$$\sum L_f = \sum L_i$$

$$I_f \omega_f = I_i \omega_i \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{10} I_i \times \omega_f = I_i \times \omega_i$$

$$\omega_f = 10\ \omega_i$$

أي تصبح سرعتها الزاوية عشرة أضعاف ما كانت عليه

مثال (7) : يقف ولد كتلته ($m = 45\ kg$) على حافة منضدة دوارة كتلتها ($M = 200\ kg$) ونصف قطرها ($3\ m$) تدور المنضدة بسرعة زاوية مقدارها ($\omega = 4\ rad/s$) احسب السرعة الزاوية للمنضدة الدوارة حين يقف الولد على بعد ($1.5\ m$) من محور المنضدة . (اعتبر $I_{ولد} = mr^2$ ، $I_{منضدة} = 0.5\ MR^2$)

الحل :

$$\sum L_f = \sum L_i$$

$$I_f \omega_f = I_i \omega_i \quad \Longrightarrow \quad \omega_f = \frac{I_i\ \omega_i}{I_f}$$

$$I_i = (\frac{1}{2} M + m)\ r^2 = 145 \times (3)^2 = 1305\ kg.m^2$$

$$I_f = \frac{1}{2} Mr_1^2 + m\ r^2_2 = 0.5 \times 200 \times (3)^2 + 45 \times (1.5)^2 = 101.25\ kg.m^2$$

$$\omega_f = \frac{1305 \times 4}{101.25} = 5.21\ rad/s$$

مثال (8) : ثلاثة أطفال كتلهم (32 kg , 28 kg , 20 kg) يقفون عند حافة لعبة دوارة على شكل قرص دائري منتظم كتلته (M = 100 kg) ونصف قطره (r = 2.0 m) ، ويدور بسرعة زاوية مقدارها (2.0 rad/s) ، حول محور دوران ثابت عمودي على سطح القرص ويمر في مركزه باتجاه محور (y) . تحرك الطفل الذي كتلته (20 kg) ووقف عند مركز القرص . احسب مقدار السرعة الزاوية الجديدة للعبة .

الحل :

المُعطيات:

$$M = 100\ \text{kg},\ r = 2.0\ \text{m},\ m_1 = 20\ \text{kg},\ m_2 = 28\ \text{kg},\ m_3 = 32\ \text{kg},\ \omega_i = 2.0\ \text{rad/s}$$

المطلوب:

$$\omega_f = ?$$

الحلّ:

يمكن التعامل مع النظام على أنّه معزولٌ؛ لذا يكون الزخَم الزاويّ محفوظًا. أُطبّقُ قانون حفظ الزخَم الزاويّ:

$$L_i = L_f$$

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$$

عزم القصور الذاتي الابتدائي (I_i) للنظام يساوي مجموع عزوم القصور الذاتيّة للأطفال الثلاثة والقرص، وأحسبه باستخدام المعادلة الآتية:

$$I_i = \frac{1}{2}Mr^2 + (m_1 + m_2 + m_3)r^2 = \frac{1}{2}(100)(4) + (20 + 28 + 32)(4)$$

$$= 520\ \text{kg.m}^2$$

عزم القصور الذاتيّ النهائيّ (I_f) للنظام يساوي مجموع عزوم القصور الذاتيّة لطفلين فقط والقرص؛ لأن عزم القصور الذاتيّ للطفل الذي كتلته 28 kg يساوي صفرًا؛ لأنّهُ يقف عند مركز القرص الذي يمرُّ فيه محور الدوران، وأحسبهُ باستخدام المعادلة التالية:

$$I_f = \frac{1}{2}Mr^2 + (m_2 + m_3)\,r^2 = \frac{1}{2}(100)(4) + (28 + 32)(4) = 440\ \text{kg.m}^2$$

باستخدام قانون حفظ الزخم الزاوي؛ أجد أن:

$$(520)(2) = 440\,\omega_f$$

ومنها أجدُ أنّ مقدار السرعة الزاويّة النهائي يساوي:

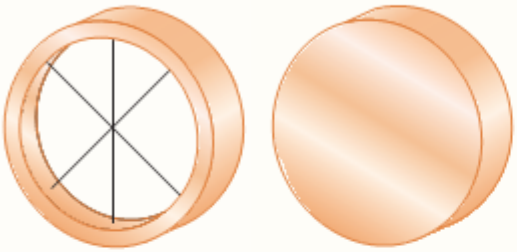
$$\omega_f = \frac{1040}{440}$$

$$= 2.37\ \text{rad/s} \approx 2.4\ \text{rad/s}$$

مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** ما الزخَم الزاويّ؟ وعلامَ ينص قانون حفظ الزخَم الزاويّ؟ علامَ تعتمد الطاقة الحركيّة الدورانيّة لجسمٍ يدور حول محورٍ ثابت؟

2. **أُحلّل وأستنتج:** يبيّنُ الشكل المجاور أُسطوانتين إحداهما مُصمَتةٌ والأُخرى مجوّفة، متماثلتين في الكتلة والأبعاد والسرعة الزاويّة، وتدوران حول محورٍ ثابتٍ يمرُّ في المركز الهندسي لكلٍّ منهما. بالاستعانة بالشكل المجاور؛ أجيب عن السؤالين الآتيين:


(ب) (أ)

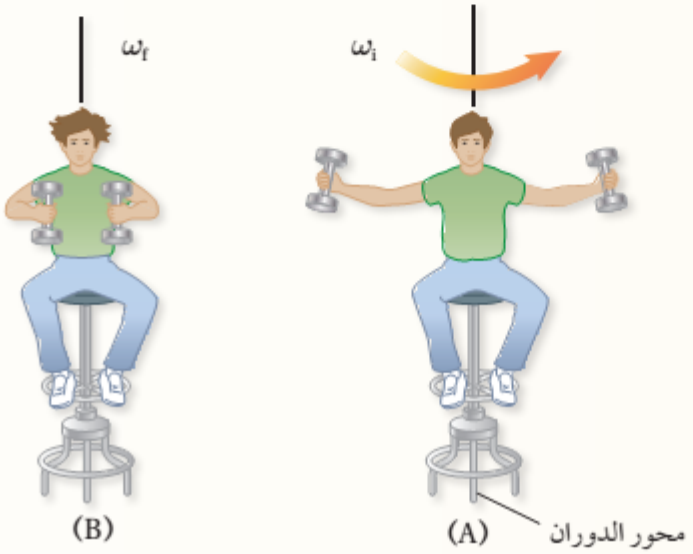
أ . **أُقارنُ** بين مقداري الزخَم الزاويّ للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أُفسّر إجابتي.

ب. **أُقارنُ** بين مقداري الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أُفسّر إجابتي

3. **التفكير الناقد:** يجلس طالبٌ على كرسيٍّ قابلٍ للدوران حول محورٍ رأسي، ويُمسك ثقلًا بكلِّ يدٍ. بدايةً؛ يدور الطالب والكرسيُّ بسرعةٍ زاويّة (ω_i) ويداه ممدودتان، كما هو موضّحٌ في الشكل A. إذا طلب المعلّم من الطالب ضمّ ذراعيه؛ كما في الشكل B؛ فماذا يحدث لكلٍّ من:

أ . عزمُ قصوره الذاتي؟

ب. سرعتهُ الزاويّة النهائية؟



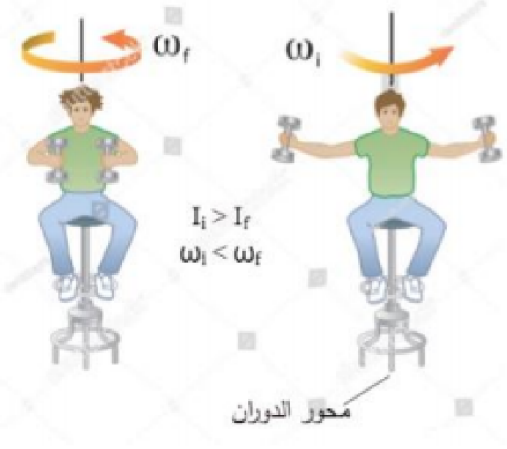
مراجعة الدرس

1. **الزخَم الزاويّ** يُعرف بأنّه يساوي ناتج ضربِ عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاويّة، وهو كمية متجهة، رمزه (L). وينصّ **قانون حفظ الزخم الزاوي** على أن: "الزخَم الزاويّ لنظامٍ معزولٍ يظلُّ ثابتًا في المقدار والاتّجاه"، إذ يكونُ العزم المحصّل المؤثّر في النظام المعزول صفرًا. وتعتمد **الطاقة الحركية الدورانية** لجسم يدور حول محور ثابت على عزم قصوره الذاتي وسرعته الزاوية.

2. أ. مقدار الزخم الزاوي للأُسطوانة المجوّفة أكبر منه للأُسطوانة المصمتة؛ لأن الزخم الزاوي يعتمد على عزم القصور الذاتي والسرعة الزاوية، وهما تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه، وعزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوّفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة.

ب. مقدار الطاقة الحركية الدورانية للأُسطوانة المجوّفة أكبر منه للأُسطوانة المصمتة؛ لأن الطاقة الحركية الدورانية تعتمد على عزم القصور الذاتي ومربع مقدار السرعة الزاوية، وهما تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه، وعزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوّفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة.

3.



أ. يؤدي ضمّ الطالب لذراعيه إلى تقليل مقدار عزم القصور الذاتي له حول محور الدوران الرأسي من المقدار (I_i) إلى المقدار (I_f)، لأنه حرّك جزء من كتلته وحرّك الثقلين قريبًا من محور الدوران.

ب. لا يوجد عزم محصّل مؤثر في النظام الذي يتكون من الطالب والكرسي والثقلين، لذا يكون الزخم الزاوي محفوظًا لهذا النظام حول محور الدوران. أُلاحظ أن عزم القصور الذاتي للطالب في **الشكل (B)** أقل منه في **الشكل (A)**؛ أي أن: $(I_i > I_f)$، لذا يجب أن يكون مقدار سرعته الزاوية النهائية (ω_f) في **الشكل (B)** أكبر مقارنة بمقدار سرعته الزاوية الابتدائية (ω_i)، بحسب قانون حفظ الزخم الزاوي. أي يزداد مقدار سرعته الزاوية، ويتغير من (ω_i) إلى (ω_f). ويمكن للطالب تقليل مقدار سرعته الزاوية عن طريق مد ذراعيه مرة أخرى على استقامتيهما، وتحريك الثقلين إلى الخارج.

تعليلات مهمة

1) سهولة فك البراغي عند استخدام مفك له قاعدة ذات قطر كبير ؟
جواب : لكي يزيد طول الذراع من عزم الإزدواج ونبذل قوة أقل لفك البرغي .

2) لا يتزن (يدور) الجسم القابل للدوران حول محور تحت تأثير قوتين متوازيتين ومتعاكستين في الإتجاه .
جواب : لأن القوتان ليس لهما خط عمل واحد مما يسبب عزم إزدواج يسبب دوران الجسم .

3) عزم القوة كمية متجهه ؟
جواب : لأنه حاصل الضرب الإتجاهي لمتجهي القوة وذراع القوة .

4) يمكن الحصول على قيم متعددة لعزم القوة رغم ثبات مقدار القوة .
جواب : بسبب اختلاف الزاوية بين متجهي القوة وذراع القوة واختلاف طول ذراع القوة .

5) تستخدم مطرقة مخلبية ذات ذراع طويلة لسحب مسمار من قطعة خشب ؟
جواب : لكي يزيد طول الذراع من عزم الإزدواج ونبذل قوة أقل .

6) لا يدور الجسم المعلق حول مركز كتلته ؟
جواب : لأن محصلة العزوم حول مركز كتلته صفراً .

7) يصعب إيقاف عجلة دراجة هوائية تدور بسرعة كبيرة ؟ أو صعوبة إدارة عجلة ساكنة ؟
جواب : وذلك بسبب خاصية القصور الذاتي الدوراني إذ أن الجسم يحاول مقاومة أي تغيير لحالته الدورانية حول محوره .

8) التوازن على دراجة متحركة أسهل من التوازن على دراجة ساكنة ؟
جواب : لكبر عزم القصور الذاتي للعجلة (I) فإنها تملك زخماً زاوياً ($I\omega$) كبيراً أثناء دورانها يمكنها من التغلب على العزوم الخارجية الجانبية الصغيرة المؤثرة فيها (والناتجة عن وزن الدراجة وراكبها) لذا تحافظ الدراجة على الدوران بسرعة زاوية ثابتة الإتجاه تقريباً .

9) يمد الشخص ذراعاه أو يحمل ساقاً أفقية عندما يمشي على حبل أفقي مشدود ؟
جواب : لكي يزداد عزم القصور الذاتي ($I = mr^2$) ، أي يحافظ على حالته الحركية .

10) الألعاب البهلوانية يسير لاعب بهلواني على حبل حاملاً قضيباً يتدلى طرفاه أسفل مركزه كيف يؤدي القضيب إلى زيادة اتزان اللاعب ؟
جواب : تدلي طرفي القضيب يجعل مركز الكتلة يقترب من السلك ، مما يقلل من عزم الدوران على اللاعب ويزيد من ثباته . (كذلك يزيد القضيب من عزم القصور الذاتي للاعب ، ويعمل كل من زيادة عزم القصور الذاتي وتقليل العزم المؤثر على تقليل التسارع الزاوي إذا أصبح اللاعب في حالة عدم اتزان) . كذلك يستطيع اللاعب استخدام القضيب لإزاحة مركز الكتلة من أجل الاتزان .

11) يظهر لاعب الجمباز وكأنه يطير في الهواء عندما يرفع ذراعيه فوق رأسه في أثناء القفز ؟
جواب : يتحرك مركز كتلته قريبا من رأسه .

12) لماذا يكون احتمال انقلاب سيارة لها دواليب أقطارها كبيرة أكبر من احتمال انقلاب سيارة ذات دواليب أقطارها صغيرة ؟
جواب : مركز الكتلة للسيارة ذات الدواليب الكبيرة يقع عند نقطة أعلى مما في السيارات ذات الدواليب الصغيرة ، لذا يمكن أن تنقلب دون أن تميل كثيراً .

13) تتزن عندما تقف على أطراف أصابع قدميك حافياً ، ولا تستطيع الإتزان إذا وقفت مواجهاً للجدار وأصابع قدميك تلامسه ؟
جواب : يجب أن يكون مركز كتلتك فوق نقطة الدعم . لكن مركز كتلتك تقريبا في مركز جسمك . لذلك وأنت على رؤوس أصابعك ، فإن نصف جسمك تقريبا يكون أمام رؤوس أصابعك ، والنصف الآخر خلفها ، إذا كانت رؤوس أصابعك مقابل الحائط ، لا يكون أي جزء من جسمك أمام رؤوس أصابعك .

14) يزداد الزخم الزاوي بزيادة نصف قطر المدار الذي يتحرك به الجسم .
جواب : لأن الزخم الزاوي يتناسب طردياً مع نصف قطر المدار .

15) يزداد عزم القصور الذاتي الدوراني بزيادة كتلة الجسم .
جواب : لأن عزم القصور الذاتي الدوراني يتناسب طردياً مع كتلة الجسم . يقل عزم القصور الذاتي الدوراني بزيادة السرعة الزاوية .

T.Saed Assaf

ورقة عمل (1)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة :

1) ثبت علاء صامولة في دراجته الهوائية بمفتاح شد طوله (0.2 m) ، إذا أثر بقوة مقدارها (140 N) في نهاية المفتاح في اتجاه عمودي عليه ، فإن مقدار العزم المؤثر بوحدة (N.m) :

أ) 28 ب) 5.6 جـ) 14 د) 2.8

2) عزم القوة يعتمد على :

أ) القوة المؤثرة ب) ذراع القوة جـ) الزاوية بين متجه القوة ومتجة (r) د) جميع ما ذكر

3) إحدى الصفات التالية لا تنطبق على عزم القوة :

أ) كمية متجهه ب) كمية قياسية جـ) كمية سالبة د) كمية موجبة

4) جسم قابل للدوران حول محور و أثرت عليه قوة مقدارها N(10) على بعد (0.5) m من محور الدوران باتجاه موازى لمحور الدوران فإن عزم القوة بوحدة N.m يساوى :

أ) صفر ب) 5 جـ) 10.5 د) 20

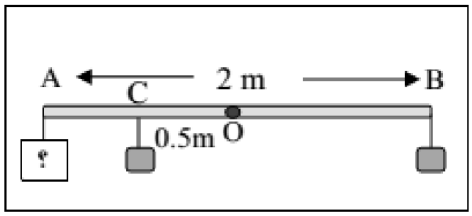
5) أثرت قوة مقدارها (8 N) على جسم قابل للدوران باتجاه يصنع زاوية (30^o) وعلى بعد (1 m) من محور الدوران فيكون عزم الدوران بوحدة (N .m) يساوى :

أ) 16 ب) 8 جـ) 4 د) 240

6) قضيب معدني متجانس طوله (8 m) ووزنه (40 N) يستند بإحدى نقاطه على رأس مدبب علق فى إحدى نهايته ثقل قدره (40 N) فإذا اتزن القضيب أفقيا فإن بعد نقطة الإسناد عن الثقل المعلق بوحدة المتر :

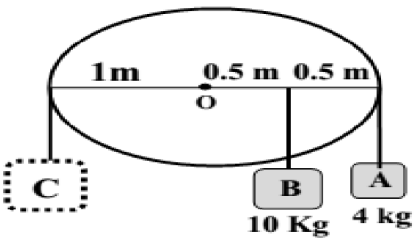
أ) صفر ب) 2 جـ) 4 د) 6

7) ساق متجانسة ومنتظمة المقطع ومهملة الوزن (A B) طولها (2 m) وتستند على محور عند النقطة (O) بمنتصف الساق كما هو موضح بالشكل ، علق ثقل $(2kg)$ عند النقطة (B) و$(2kg)$ أخرى عند النقطة (C) بمنتصف المسافة (OA) فلكي تتزن الساق أفقياً يجب أن يعلق عند النقطة (A) كتلة مقدارها (kg) تساوي :



أ) 0.5 ب) 1
جـ) 1.5 د) 2

8) حتى لا يدور القرص الموضح في الشكل المجاور فيجب أن نعلق عند النقطة(C) كتلة مقدارها بوحدة (kg) :



أ) 7 ب) 12
جـ) 9 د) 14

9) إذا دار قرص حول محوره بزخم زاوي منتظم فإن إحدى الكميات الآتية لا تساوي صفراً :

أ) التسارع الزاوي للقرص ب) السرعة الزاوية للقرص
جـ) محصلة العزوم الخارجية المؤثرة على القرص د) لا شيء مما ذكر

10) يقف تلميذ عند حافة منصة دائرية تدور بمستوى أفقي حول محور عمودي ماراً بمركزها فإذا اقترب التلميذ ببطيء نحو مركز المنصة (بدون تأثير عزم خارجي) فإن مقدار الزخم الزاوي للتلميذ :

أ) يزداد ب) يبقى ثابتاً جـ) يقل د) يساوي الزخم الزاوي للمنصة

11) قطار يدور على سكة دائرية بمستوى أفقي بسرعة ثابتة فإن الذي لا يتغير بالنسبة للعجلات :
أ) زخمها الزاوي ب) عزم قصورها الذاتي جـ) طاقتها الحركية الدورانية د) جميع ما ذكر

12) جسم يتحرك حركة دورانية بسرعة زاوية (ω) وطاقته الحركية (KE_R) فإذا تضاعفت سرعته الزاوية مثلي ما كانت عليه فإن طاقته الحركية تصبح :
أ) أربعة أمثال ما كانت عليه ب) ثلاثة أمثال ما كانت عليه جـ) مثلي ما كان عليه د) يبقى كما هو

13) جسم يتحرك حركة دورانية بسرعة زاوية (ω) وطاقته الحركية (KE_R) فإذا تضاعفت طاقته الحركية أربعة أمثال ما كانت عليه فإن سرعته الزاوية تصبح :
أ) تقل للربع ب) تقل للنصف جـ) تزداد مثلي ما كانت عليه د) تزداد أربعة أمثال ما كانت عليه

14) كرتان مصمتتان مختلفتان في الكتلة ($m_1 = 2m_2$) وكان ($r_1 = 2r_2$) ، فإن نسبة عزم القصور الذاتي حول محور مار بالمركز لكل منهما ($I_1 : I_2$) تساوي :
أ) 1 : 8 ب) 8 : 1 جـ) 1 : 4 د) 4 : 1

15) جسم يتحرك حركة دورانية طاقته الحركية (KE_R) فإذا أصبح نصف قطره مثلي ما كان عليه وسرعته الزاوية ثلاثة أمثال ما كانت عليه فإن طاقته الحركية الدورانية تصبح :
أ) $6KE_R$ ب) $9KE_R$ جـ) $4KE_R$ د) $36\ KE_R$

16) جسم كتلته (m) عزم قصوره الذاتي (I) تحرك في مسار دائري نصف قطر مساره (r) إذا أصبح نصف قطره مثلي ما كان عليه فإن زخمه الزاوي :
أ) يزداد مثلين ب) يقل للنصف جـ) يبقى ثابت د) يزداد ثلاثة أمثال

17) كتلتان نقطيتان ($m_1 = 500\ kg$) و ($m_2 = 100\ kg$) تبعدان عن بعضهما ($30\ cm$) ، فإن موضع مركز الكتلة يقع :
أ) بين الكتلتين وأقرب إلى (m_1) داخل القطعة بينهما .
ب) عند منتصف المسافة بين الكتلتين
جـ) بين الكتلتين وأقرب إلى (m_2) داخل القطعة بينهما .
د) على الخط الحامل للكتلتين لجهة (m_1) وخارج القطعة بينهما .

18) كرة مصمتة نصف قطرها ($10\ cm$) وكتلتها ($1\ kg$) والقصور الدوراني لها ($I = 2/5\ mr^2$) فإن سرعتها الزاوية بوحدة (rad/s) عندما يبلغ زخمها الزاوي ($L = 5 \times 10^{-2}\ kg.m^2\ .\ rad/s$) حول محور مار من مركزها تساوي :
أ) 25 ب) 12.5 جـ) 2 د) 0.002

19) يدور إطار سيارة عزم قصوره الذاتي (I) بسرعة زاوية (ω_1) ، عندما يوصل بمحور دورانه إطار آخر ساكن عزم قصوره الذاتي (3I) ، فإن العلاقة التي تصف السرعة الزاوية للنظام (ω_2) هي :
أ) $\omega_1 = \omega_2$ ب) $\omega_1 = 2\ \omega_2$ جـ) $\omega_1 = 3\ \omega_2$ د) $\omega_1 = 4\ \omega_2$

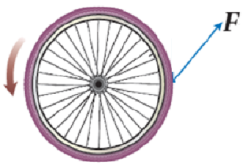
20) أربع كتل متماثلة قيمة الواحدة منها ($5\ kg$) موضوعة على رؤوس مربع طول ضلعه ($0.5\ m$) بالنسبة لمحور عمودي عليه في مركزه فإن عزم القصور الذاتي بوحدة ($kg.m^2$) يساوي :
أ) 0.125 ب) 1.25 جـ) 2.5 د) 5

21) جسمان (A , B) فإذا كان ($I_B = 2\ I_A$) وكان ($KE_{RB} = 8\ KE_{RA}$) فإن الزخم الزاوي (L_B) يساوي :
أ) $2\ L_A$ ب) $4\ L_A$ جـ) $8\ L_A$ د) $16\ L_A$

ورقة عمل (2)

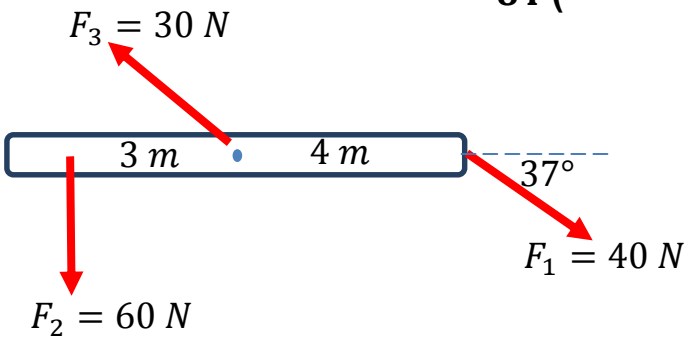
1) اعتمادًا على الشكل المجاور، إذا كانت الزاوية بين القوة F ومحور y تساوي $(53°)$ ، وعزم القوة المؤثر على العجل يساوي $(3.6\ N.m)$ ، وإذا كان نصف قطر العجلة يساوي $(0.2\ m)$ ، فإن القوة المؤثرة على العجل تساوي :

أ) $40\ N$ ب) $30\ N$ جـ) $20\ N$ د) $10\ N$



2) في الشكل المجاور، إن العزم المحصل المؤثر على الجسم يساوي :

أ) 276 ب) -84 جـ) -276 د) 84



$\sin 37 = \cos 53 = 0.6$
$\cos 37 = \sin 53 = 0.8$
$\sin 30 = \cos 60 = 0.5$
$\cos 30 = \sin 60 = 0.86$

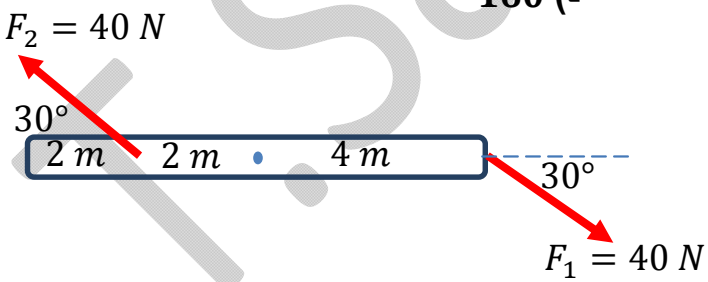
3) قضيب منتظم كتلته $(24\ kg)$ وطوله $(5\ m)$ ، مثبت من منتصفه باستخدام محور دوران ، تؤثر فيه مجموعة من القوى بحيث كان العزم المحصل المؤثر عليها يساوي $(200\ N.m)$ باتجاه $(+z)$. إذا بدأ الجسم الدوران بسرعة زاوية مقدارها $(30\ rad/s)$ باتجاه عقارب الساعة ، فإن سرعته الزاوية بعد مرور $(20\ s)$ ستكون :

أ) 110 ب) -50 جـ) 50 د) -110

$$I_{\text{منتصف قضيب}} = \frac{1}{12} Ml^2$$

4) اعتمادًا على المعلومات المبينة في الشكل ، إن عزم الازدواج يساوي :

أ) -160 ب) -120 جـ) 120 د) 160



5) عند تحديد مركز الكتلة لجسم ، وجد أنه لا يقع في المنتصف ، بل أقرب للطرف الأيمن ، إن الجملة الصحيحة التي تصف الجسم هي :

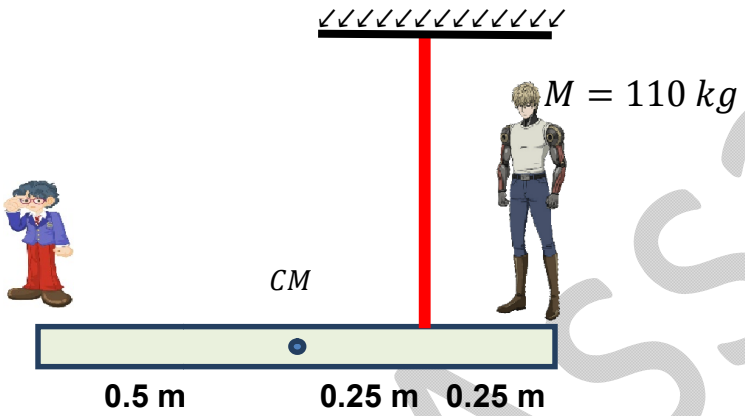
أ) الطرف الأيمن أثقل ، والعزم متساوي على الطرفين
ب) الطرف الأيمن أثقل ، والعزم الأيسر أكبر
جـ) الطرف الأيمن أثقل، والعزم الأيمن أكبر
د) الطرف الأيسر أثقل ، والعزم الأيمن أكبر

6) جسمان ، كتلة الأول $(4\ kg)$ ويقع عند $(x = -2\ m)$ ، والثاني كتلته $(4\ kg)$ ويقع عند $(x = 1\ m)$ ، إن موقع مركز الكتلة هو :

أ) 0.5 ب) 1.5 جـ) -1.5 د) -0.5

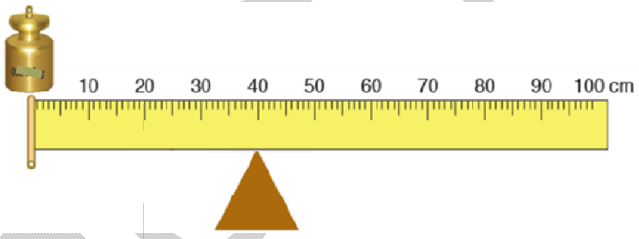
7) اعتمادًا على الشكل المجاور والذي يمثل لوح متزن كتلته $(50\ kg)$ ، إن كتلة الطفل الصغير والشد في الخيط تساويان :

أ) $40\ kg - 180\ N$ ب) $40\ kg - 180\ N$ جـ) $20\ kg - 180\ N$ د) $20\ kg - 1800\ N$



8) في الشكل المجاور ، إذا كانت كتلة المسطرة المنتظمة المتزنة M ، فإن كتلة الجسم الموضوع فوقها يساوي :

أ) $\frac{M}{2}$ ب) $2M$ جـ) $4M$ د) $\frac{M}{4}$



9) بدأ جسم الحركة من السكون من الموقع الزاوي $(\theta = 30\ rad)$ وبعد $(10\ s)$ أصبح موقعها الزاوي النهائي هو $(\theta = 70\ rad)$ وأصبحت سرعتها الزاوية $(12\ rad/s)$. إن متوسط السرعة الزاوية ومتوسط التسارع الزاوي $(\bar{\omega}، \bar{\alpha})$ يساوي :

أ) $(1.2، 10)$ ب) $(6، 4)$ جـ) $(1.2، 4)$ د) $(12، 40)$

10) كرتان مجوفتان ؛ كتلة الأولى (M) ونصف قطرها (R) ، وكتلة الثانية $(\frac{2M}{3})$ ونصف قطره $(2R)$ ، إن نسبة عزم القصور الذاتي للكرة الأولى إلى الثانية $(I_1 : I_2)$ يساوي :

$$I_{\text{كرة مجوفة}} = \frac{2}{3}MR^2$$

أ) $(1:4)$ ب) $(3:8)$ جـ) $(3:4)$ د) $(3:2)$

11) كرة مصمتة كتلتها $(10\ kg)$ ونصف قطرها $(3\ m)$ ، يؤثر عليها قوة مماسية مقدارها $(24\ N)$ ، إن مقدار تسارعها الزاوي يساوي :

$$I_{\text{كرة مصمتة}} = \frac{2}{5}MR^2$$

أ) 2 ب) 6 جـ) 3 د) 1

12) في السؤال السابق ، إذا بدأت الكرة الدوران بعكس عقارب الساعة ، فإن طاقتها الحركية الدورانية بعد مرور $(1\ s)$ تساوي :

أ) 24 ب) 36 جـ) 72 د) 144

13) اعتمادًا على البيانات المذكورة في سؤال (11) ، إن المعدل الزمني للتغير في الزخم الزاوي للكرة خلال $(10\ s)$ يساوي :

أ) 2.4 ب) 7.2 جـ) 24 د) 72

14) اعتمادًا على البيانات المذكورة في سؤال (11) ، إذا بدأت الكرة الحركة من السكون ، إن الزخم الزاوي النهائي للكرة بعد مرور $(20\ s)$ يساوي :

أ) 1440 ب) 144 جـ) 720 د) 72

15) لعبة القرص الدوار كتلتها ومكوناتها $(200\ kg)$ ونصف قطرها $(4\ m)$ ، يجلس عليها طفلان ، كتلة الأول $(40\ kg)$ ويجلس عند حافة القرص، وكتلة الطفل الثاني $(60\ kg)$ ، ويجلس في المنصف بين الحافة ومركز القرص ويدور القرص بسرعة الزاوية مقدارها $(2\ rad/s)$ إن الزخم الزاوي للنظام يساوي :

أ) 2480 ب) 4960 جـ) 1360 د) 8160

$I_{\text{قرص مصمت}} = \frac{1}{2}MR^2$

16) في السؤال السابق ، إن الطاقة الحركية الدورانية للنظام تساوي :

أ) 1360 ب) 8160 جـ) 2480 د) 4960

17) في سؤال (15) ؛ إذا تحرك الطفل الأول نحو مركز القرص ، فإن الزخم الزاوي للنظام سيصبح :

أ) 2920 ب) 1840 جـ) 4960 د) 2680

18) اعتمادًا على السؤال (17) ، ستكون السرعة الزاوية النهائية للنظام هي :

أ) 2 ب) $\frac{62}{23}$ جـ) $\frac{23}{62}$ د) 4

19) يدور سامح على الجليد مستخدما زلاجات ملساء تمامًا بسرعة زاوية مقدارها $(12\ rad/s)$ ، فإذا ضم ذراعيه وساقيه بحيث قل عزم القصور الذاتي له إلى النصف ، فإن الزخم الزاوي النهائي له سوف :

أ) يبقى ثابت ب) يقل إلى النصف جـ) يتضاعف ضعفين د) يتضاعف 4 أضعاف

20) ناتج ضرب القوة المؤثرة على جسم في ذراع القوة يساوي :

أ) عزم القوة ب) عزم القصور الذاتي جـ) الزخم الخطي د) الزخم الزاوي

T.Saed Assaf

إجابة ورقة عمل (1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
أ	د	ب	أ	جـ	ب	ب	جـ	ب	ب
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
د	أ	جـ	أ	د	جـ	أ	ب	د	جـ
21									
ب									

إجابة ورقة عمل (2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ب	د	جـ	ب	أ	د	د	د	جـ	ب
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
أ	جـ	د	أ	ب	د	جـ	ب	أ	أ

T.Saed Assaf

اسئلة الكتاب

1. أضعُ دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة لكلّ جملة ممّا يأتي:

1. جسمان متماثلان A و B على سطح الأرض؛ الجسمُ A عند خط الاستواء، والجسم B عند قطبها الشمالي. أيّ ممّا يأتي يُعبِّر بشكلٍ صحيح عن العلاقة بين سرعتي الجسمين الزاويّة؟

أ. $\omega_A = \omega_B \neq 0$ ب. $\omega_A > \omega_B$ جـ. $\omega_A < \omega_B$ د. $\omega_A = \omega_B = 0$

2. وحدة قياس الزخَم الزاويّ حسب النظام الدولي للوحدات هي:

أ. N.m/s ب. kg.m/s جـ. N/s د. $kg.m^2/s$

3. وحدة قياس عزم القصور الذاتي حسب النظام الدولي للوحدات هي:

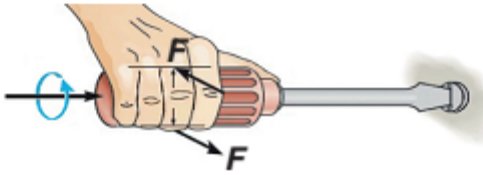
أ. N.m/s ب. $kg.m^2$ جـ. $kg.m^2/s$ د. kg.m/s

4. عند دوران أُسطوانةٍ مُصمَتةٍ متماثلةٍ حول محورٍ ثابتٍ مدّةً زمنيّةً معيّنةً فإنّ مقدار الإزاحة الزاويّة:

أ. يكون متساويًا لأجزائها جميعها. ب. لا يعتمد على زمن دوران الجسم؛ فهو يساوي $(2\pi\ rad)$ دائمًا.

جـ. يكون أكبرَ للجُسيمات القريبة من محور الدوران. د. يكون أكبرَ للجُسيمات البعيدة من محور الدوران.

5. تستخدم سلمى كما يُبيّن الشكل مِفكّ براغي لفكّ برغيٍّ ولم تتمكّن من ذلك. يجب على سلمى استخدام مفكّ براغي يكون مقبضه:



أ. أطولَ من مقبض المفكّ المستخدم. ب. أقصرَ من مقبض المفكّ المستخدم.

جـ. أكثرَ سُمكًا من سُمك المقبض المستخدم. د. أقلَّ سُمكًا من سُمك المقبض المستخدم.

6. يستخدمُ خالدٌ كما يُبيّن الشكل مفتاح شدٍّ لفكّ صامولة إطار سيارة ولم يتمكّن من ذلك. يجب على خالد استخدام مفتاح شدٍّ يكون مقبضه:

أ. أطولَ من مقبض مفتاح الشدّ المستخدم. ب. أقصرَ من مقبض مفتاح الشدّ المستخدم.

جـ. أكثرَ سُمكًا من سُمك مفتاح الشدّ المستخدم. د. أقل سُمكًا من سُمك مفتاح الشدّ المستخدم.

7. كُسر مَضرب بيسبولٍ منتظم الكثافة في موقع مركز كتلته إلى جزأين؛ كما هو موضّحٌ في الشكل. إنّ الجزء ذا الكتلة الأصغر هو:

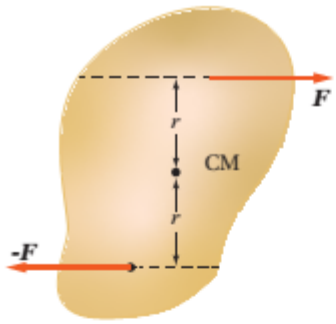
أ. الجزء الموجود على اليمين.

ب. الجزء الموجود على اليسار.

جـ. كلا الجزأين له الكتلة نفسُها.

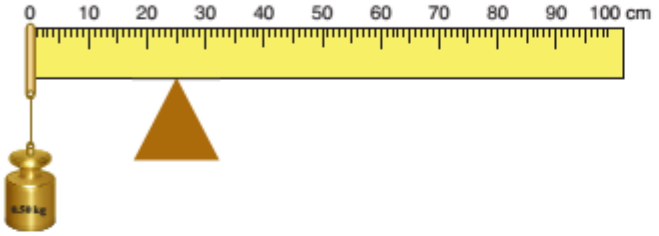
د. لا يمكن تحديده.

8. الشكل المجاور يبيّن قوّتين متساويتين مقدارًا ومتعاكستين اتجاهًا تؤثّران على بُعدٍ متساوٍ من مركز كتلة جسمٍ موجودٍ على سطحٍ أملس. أيُّ الجمل الآتية تصفُ بشكلٍ صحيح حالة الجسم الحركيّة عند اللحظة المُبيّنة؟



أ. الجسم في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ؛ حيث القوّة المحصّلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا.
ب. الجسم ليس في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ، ويبدأ الدوران بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة.
جـ. الجسم في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ، حيث العزم المحصّل المؤثّر فيه يساوي صفرًا.
د. الجسم ليس في حالة اتّزان سكونيٍّ، ويبدأ الدوران باتّجاه حركة عقارب الساعة.

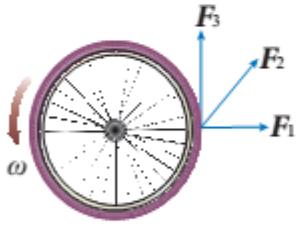
9. مسطرةٌ مترية مُنتظمةٌ متماثلةٌ ترتكزُ على نقطةٍ عند التدريج (25 cm). عُلّق ثقلٌ كتلتُه (0.50 kg) عند التدريج (0 cm) للمسطرة، فاتّزنت أُفقيًّا، كما هو موضّحٌ في الشكل المجاور. إنّ مقدار كتلة المسطرة المترية يساوي:



أ. 0.25 kg ب. 0.50 kg جـ. 0.10 kg د. 0.20 kg

10. جُسيمان نقطيّان البُعد بينهما (r). إذا علمتُ أنّ ($m_1 = 4m_2$)؛ فإنّ موقع مركز الكتلة يكون:
أ. في منتصف المسافة بين الجُسيمين. ب. بين الجُسيمين، وأقرب إلى (m_1).
جـ. بين الجُسيمين، وأقرب إلى (m_2). د. خارج الخطّ الواصل بين الجُسيمين، وأقرب إلى (m_1).

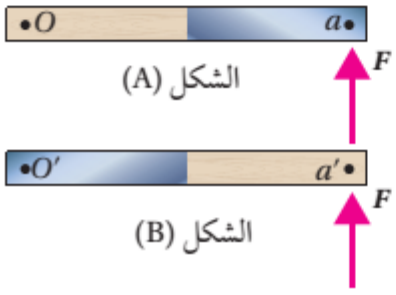
11. تؤثّر ثلاث قوًى لها المقدار نفسُه في إطار قابلٍ للدوران حول محورٍ ثابتٍ عموديٍّ على مستوى الصفحة مارًّا في مركزه. أيُّ هذه القوى يكون عزمها هو الأكبر؟



أ. F_1 ب. F_2
جـ. F_3 د. جميعُها لها مقدار العزم نفسه.

12. كرةٌ مُصمَتةٌ وكرةٌ مجوّفة، لهما الكتلة نفسُها ونصفُ القطر نفسه، تدوران بمقدار السرعة الزاويّة نفسه. أيُّ الكرتين مقدارُ زخَمها الزاويّ أكبر؟
أ. الكرة المُصمَتة. ب. الكرة المجوّفة. جـ. لهما مقدار الزخَم الزاويّ نفسه. د. لا يُمكن معرفة ذلك.

أقرأ الفقرة الآتية، ثم أُجيب عن السؤالين (13 و 14).
يوضّح الشكل المجاور مسطرةً مترية نصفُها خشبٌ ونصفُها الآخر فولاذ. بدايةً؛ المسطرةُ قابلةٌ للدوران حول محورٍ عموديٍّ عليها عند نهايتها الخشبيّة (النقطة O)، أنظرُ الشكل (A)، وأثرتُ فيها بقوة (F) عند نهايتها الفولاذية (النقطة a). بعد ذلك؛ جعلتُ المسطرة قابلةً للدوران حول محورٍ عموديٍّ عليها عند نهايتها الفولاذيّة (النقطة O')، أنظر الشكل (B)، وأثرتُ فيها بالقوة (F) نفسها عند نهايتها الخشبية (النقطة a').



13. أيُّ العلاقات الآتية صحيحةٌ لعزميّ القصور الذاتي للمسطرتين حول محوري دورانهما؟

أ. $I_A > I_B$ ب. $I_A < I_B$ جـ. $I_A = I_B$ د. $I_A = I_B = 0$

14. أيُّ العلاقات الآتية صحيحةٌ حول مقداري التسارُع الزاويّ للمسطرتين حول محوري دورانهما؟

أ. $\alpha_A > \alpha_B$ ب. $\alpha_A < \alpha_B$ جـ. $\alpha_A = \alpha_B$ د. $\alpha_A = -\alpha_B$

15. عندما تؤثّر قوّةٌ في جسمٍ؛ فإن عزمها يكون صفرًا عندما:

أ. يتعامد مُتّجه القوّة مع مُتّجه موقع نقطة تأثيرها.

ب. يتزايد مقدار السرعة الزاويّة للجسم.

جـ. يمرُّ خطُّ عمل القوّة بمحور الدوران.

د. يتناقص مقدار السرعة الزاويّة للجسم.

16. يجلس طفلان على طرفي لعبةٍ (see – saw) مُتّزنةٍ أُفقيًّا. عند تحرُّك أحد الطفلين مُقتربًا من نقطة الارتكاز؛ فإنّ الطرفَ الذي يجلس عليه:

أ. يرتفع لأعلى. ب. ينخفض لأسفل.

جـ. يبقى في وضعه الأُفقي ولا يتغير. د. قد يرتفع أو ينخفض حسب وزن الطفل.

2. **أُفسّرُ** ما يأتي:

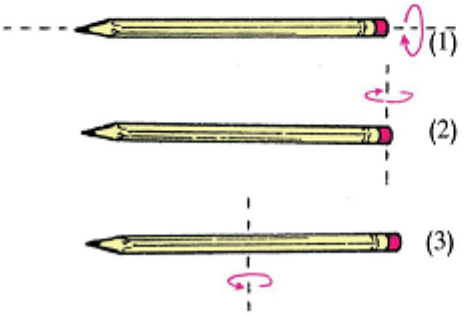
أ. عند حساب العزم المحصّل المؤثّر في جسمٍ؛ فإنّني أهملُ القوى التي يمرُّ خطُّ عملها في محور الدوران.

ب. يعتمد عزم القصور الذاتيّ لجسمٍ على موقع محور دورانه.

3. **أُقارن** بين كتلة جسمٍ وعزم القصور الذاتي له.

4. **التفكير الناقد:** ذهبت عرين وفرح إلى مدينة الألعاب في عيد الفطر، وركبتا لعبة الحصان الدوّار؛ حيث جلست عرين على حصانٍ قرب الحافّة الخارجية للصفيحة الدائرية المُتحرّكة للّعبة؛ بينما جلست فرح على حصانٍ في منتصف المسافة بين عرين ومحور الدوران الثابت. عند دوران اللعبة بسرعةٍ زاويّة ثابتة؛ أيُّ الفتاتين: عرين أم فرح مقدار سرعتها الزاويّة أكبر؟

5. **أحلل وأستنتج:** يُبيّن الشكل ثلاث حالات لقلم يدور حول المحاور الموضّحة في الشكل. أُرتّب الحالات الثلاث من حيث مقدار العزم اللازم لتدوير القلم من الأسهل إلى الأصعب.



6. قطعة بوليسترين على شكل خارطة المملكة الأردنيّة الهاشميّة. كيف أُحدّد مركز كُتلتِها عمليًّا؟

7. أُحلّل وأستنتج: يقفز غطّاس عن لوح غطسٍ مُتّجهًا نحو سطح الماء في البركة. ولاحظت أنّه بعد مغادرته لوح الغطس بدأ بالدوران، وضمَّ قدميه وذراعيه نحو جسمه. أُجيب عمّا يأتي:

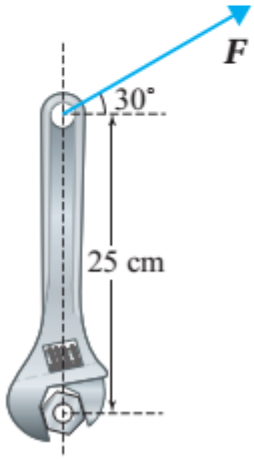
أ . لماذا ضمّ الغطّاس قدميه وذراعيه نحو جسمه في أثناء أدائه لحركات الدوران؟

ب. ما الذي يحدث لزخَمه الزاويّ بعد ضمّ قدميه وذراعيه؟

جـ. ما الذي يحدث لمقدار سرعته الزاويّة بعد ضمّ قدميه وذراعيه؟

د . ما الذي يحدثُ لمقدار طاقته الحركيّة الدورانية بعد ضمّ قدميه وذراعيه؟

8. أستخدم الأرقام: تدور عربةُ دولابٍ هوائيٍّ في مدينة الألعاب بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة ، فتمسح إزاحةً زاويّةً مقدارُها (1.5 rad) خلال (3.0 s). أحسبُ مقدار السرعة الزاويّة المتوسّطة للعربة.

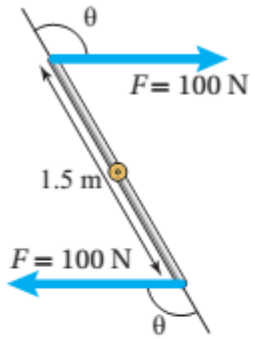


قوّةٌ تؤثّر في مفتاح شدّ.

9. أستخدم الأرقام: تستخدم فاتن مفتاح شدٍّ لشدِّ صامولةٍ؛ كما هو موضح في الشكل المجاور. أستعينُ بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عمّا يأتي، علمًا بأنّ مقدار العزم اللازم لفكّ الصامولة يساوي (50.0 N.m).

أ. أحسبُ مقدار القوّة اللازم التأثير بها في طرف مفتاح الشدّ في الاتّجاه الموضّح في الشكل.

ب. أُحدّد اتّجاه دوران مفتاح الشدّ.



تؤثّر قوّتان متساويتان مقدارًا ومتعاكستان اتّجاهًا في قضيبٍ فلزيّ.

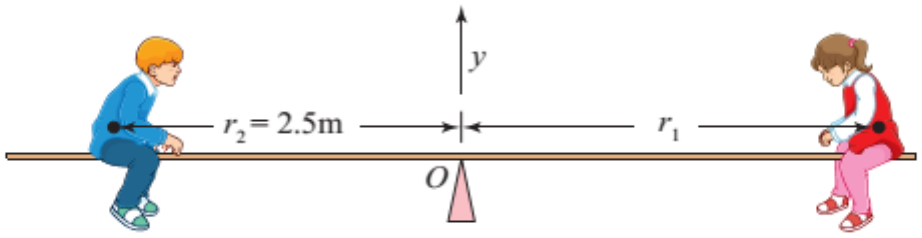
10. قوّتان متوازيتان متساويتان مقدارًا ومتعاكستان اتّجاهًا، مقدار كُلٍّ منهما (100 N)، تؤثّران عند طرفي قضيبٍ فلزيّ طوله (1.5 m) قابلٍ للدّوران حول محورٍ ثابتٍ عند منتصفه عموديٍّ على مستوى الصفحة، كما هو موضّحٌ في الشكل. إذا كان العزم الكليُّ المؤثّر في القضيب (130 N.m) باتّجاه حركة عقارب الساعة؛ أحسبُ مقدار الزاوية (θ) التي يصنعُها خطُّ عملِ كلِّ قوّةٍ مع مُتّجه موقعِ نقطةِ تأثيرِها.

11. أستخدمُ الأرقام: تقفُ هناءُ على طرفِ القرص الدوّار للعبة الحصان الدوّار. إذا علمتُ أنّ كتلة قرص اللعبة بمحتوياته (2×10^2 kg) ونصف قطره (4 m)، وسرعته الزاويّة (2 rad/s)، وكتلة هناء (50 kg)، وبافتراض أنّ كتلة القرص موزّعةٌ بشكلٍ منتظم، والنظام المكوّن من اللعبة وهناء معزول، أحسب مقدار ما يأتي:

أ . الزخَم الزاويّ الابتدائي للنظام.

ب. السرعة الزاويّة للّعبة عندما تقف هناء على بُعد (2 m) من محور دوران اللعبة.

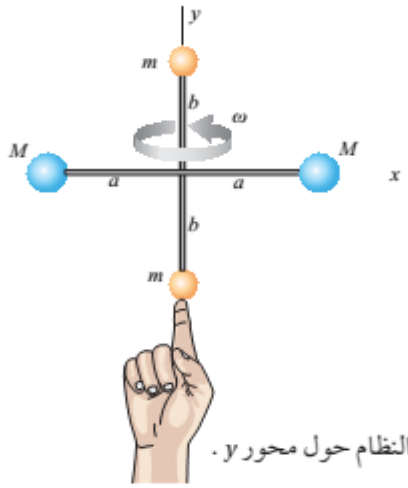
12. أُحلّل وأستنتج: لعبة اتّزانٍ (see – saw) تتكوّن من لوحٍ خشبيٍّ مُنتظمٍ مُتماثلٍ وزنهُ (150 N)؛ يرتكزُ من منتصفه عند النقطة (O). تجلس نهى (F_{g1}) على أحد طرفي اللوح الخشبي على بُعد (r_1) من نقطة الارتكاز؛ بينما يجلس شقيقها ماهر (F_{g2}) على الجهة المقابلة على بُعد (2.5 m) من نقطة الارتكاز. إذا علمتُ أنّ وزن نهى (250 N)، ووزن ماهر (300 N)، والنظام في حالة اتّزان سكونيّ، واللوح الخشبيّ في وضعٍ أُفقيّ كما هو موضح في الشكل؛ **أحسبُ** مقدار ما يأتي:



طفلان يجلسان على لعبة see – saw مُتّزنةٍ أُفقيًّا.

أ. القوّة (F_N) التي تؤثّر بها نقطة الارتكاز في اللّوح الخشبيّ، وأُحدّد اتجاهها.

ب. بُعد نهى عن نقطة الارتكاز كي يكون النظام في حالة اتّزان سكونيّ.



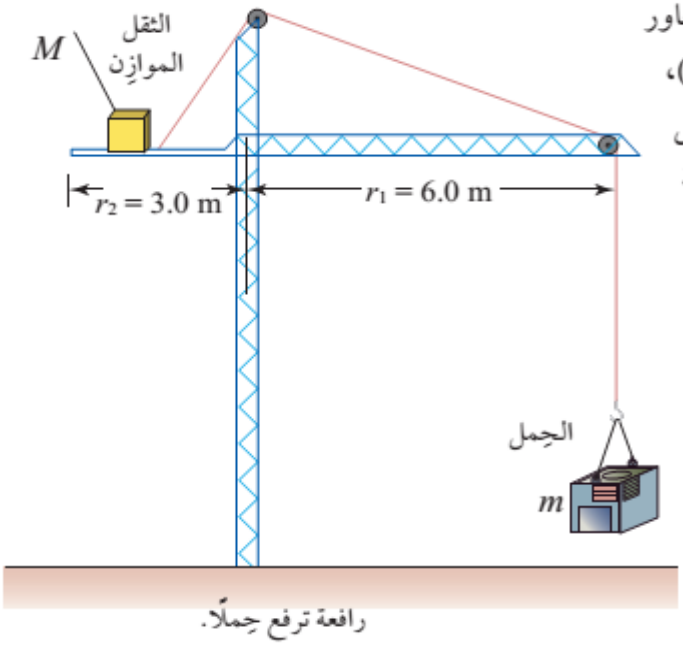
يدور النظام حول محور y.

13. أُحلّل وأستنتج: يدور نظامٌ يتكوّن من أربع كراتٍ صغيرةٍ مثبّتةٍ في نهايات قضيبين مُهمَلي الكتلة كما هو موضّحٌ في الشكل المجاور بسرعةٍ زاويّةٍ مقدارُها (2 rad/s). إذا علمتُ أنّ ($a = b = 20$ cm)، و ($m = 50$ g)، و($M = 100$ g)، وأنصافَ أقطارِ الكرات مهملةٌ مقارنةً بطولي القضيبين؛ بحيث يُمكن عدُّها جُسيماتٍ نقطيّة؛ أحسب مقدار ما يأتي:

أ. عزم القصور الذاتي للنظام.

ب. الطاقة الحركية الدورانية للنظام.

14. تُستخدم بعضُ أنواع الروافع لرفع الأثقال الكبيرة (الأحمال) إلى أعالي الأبراج والبنايات العالية. ويجب أن يكون العزم المُحصّل المؤثّر في هذه الرافعة صفرًا؛ كي لا يوجد عزم مُحصّلٌ يعملُ على إمالتها وسقوطها؛ لذا يوجد ثقلٌ موازِنٌ M على الرافعة لتحقيق اتّزانها، حيث يُحرّك عادةً هذا الثقل تلقائيًّا (بشكل أوتوماتيكي) عبر أجهزة استشعارٍ ومحرّكاتٍ لموازنة الحِمل بدقّة. يبيّن الشكل المجاور رافعةً في موقع بناءٍ ترفع حِملًا مقداره (3.0×10^3 kg)، ومقدار الثقل الموازِن (1.0×10^4 kg). أستعينُ بالشكل والبيانات المثبّتة فيه للإجابة عمّا يأتي وبإهمال كُتلة الرافعة؛ علمًا بأنّ الرافعة متّزنة أُفقيًّا.



رافعة ترفع حِملًا.

أ. أُحدّد موقع الثقل الموازِن عندما يكون الحِمل مرفوعًا عن الأرض وفي حالة اتّزانٍ سكونيّ.

ب. أُحدّد مقدارَ أكبر كتلة يُمكن أن تحملها الرافعة عندما يكون موقع الثقل الموازِن عند طرفها.

إجابات اسئلة الكتاب

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
أ	د	ب	أ	ج	أ	ب	د	ب	ب	ج	ب	أ	ب	ج	أ

2.

أ. لأن العزم الناتج عن كل من القوى المؤثرة في محور دوران جسم، والقوى التي يمر خط عملها في محور الدوران يساوي صفرًا؛ لأن طول ذراع القوة يساوي صفرًا.

ب. كلّما كانت كتلة الجسم (أو الجزء الأكبر من كتلته) أقرب إلى محور دورانه كان عزم قصوره الذاتي أقل.

3. **الكتلة**: تقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الانتقالية، وهي ثابتة لا تتغير.

عزم القصور الذاتي: يقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية، وهو يتغير بتغير محور الدوران.

4. مقدارا السرعة الزاوية لهما متساويان؛ إذ تقطع الفتاتان الزاوية نفسها خلال الفترة الزمنية نفسها.

6. أثقب ثقبين صغيرين متباعدين عند حافة قطعة البوليسترين، ثم أُعلّقها بخيط من أحدهما رأسيًا في الهواء، وعند توقّف قطعة البوليسترين عن التأرجح أرسم خطًّا عليها على امتداد طول الخيط. ثم أُعلّق قطعة البوليسترين من الثقب الثاني وأُكرّر ما عملته سابقًا. يقع مركز الكتلة في منتصف المسافة بين سطحي قطعة البوليسترين تحت نقطة تقاطع هذين الخطين.

7.

أ. لتقليل مقدار عزم قصوره الذاتي حيث يقل البعد بين كتلته ومحور دورانه، ممّا يُمكّنه من الدوران بسرعة زاوية أكبر.

ب. تؤثر قوة الجاذبية في مركز كتلته لذا لا ينشأ عنها عزم يؤثر في الغطّاس، ويكون العزم المحصّل المؤثر في الغطّاس صفرًا فيبقى زخمه الزاوي محفوظًا أي لا يتغير زخمه الزاوي؛ فنقصان عزم القصور الذاتي يقابله زيادة في السرعة الزاوية.

ج. العزم المحصّل المؤثر في الغطّاس صفرًا فيبقى رخمه الزاوي محفوظًا؛ أي لا يتغير زخمه الزاوي، ويؤدي نقصان عزم القصور الذاتي له إلى زيادة مقدار سرعته الزاوية.

د. بعد ضم قدميه وذراعيه يقل عزم قصوره الذاتي بينما يزداد مقدار سرعته الزاوية بالنسبة نفسها؛ فإذا قلّ مقدار عزم القصور الذاتي بمقدار النصف يتضاعف مقدار سرعته الزاوية مرّتان، وبما أن الطاقة الحركية الدورانية تتناسب طرديًّا مع مربّع مقدار السرعة الزاوية فإن مقدار طاقته الحركية الزاوية يزداد.

8. العربة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فتكون الإزاحة الزاوية والسرعة الزاوية موجبتين.

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= \frac{1.5}{3.0} = 0.5 \text{ rad/s}$$

9.

أ.

$$F = \frac{\tau}{r \sin\theta}$$
$$= \frac{50.0}{0.25 \sin 60^\circ} = 230.9\ \text{N} \approx 231\ \text{N}$$

ب. سوف يدور مفتاح الشد باتجاه حركة عقارب الساعة، لذا يكون عزم القوة سالبًا.

10. القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه وخطّا عملهما غير متطابقين، لذا فإنهما تشكّلان ازدواجًا يعمل على تدوير القضيب باتجاه حركة عقارب الساعة. وأحسب مقدار الزاوية (θ) كما يأتي:

$$\tau_{\text{couple}} = 2F\, r \sin\theta$$
$$\sin\theta = \frac{\tau_{\text{couple}}}{2F\, r} = \frac{130}{2 \times 100 \times 0.75} = 0.866$$
$$\theta = \sin^{-1}(0.866) = 120^\circ \text{or } 60^\circ$$

حيث $\sin 60^\circ = \sin 120^\circ = 0.866$، ولأن الزاوية منفرجة فيكون مقدارها (120°).

11.

أ.

$$L_i = I_i\, \omega_i = \left(\frac{1}{2} M r^2 + m r^2\right) \omega_i$$
$$= \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \times (4)^2 + 50 \times (4)^2\right) \times 2$$
$$= 4.8 \times 10^3\ \text{kg.m}^2/\text{s}$$

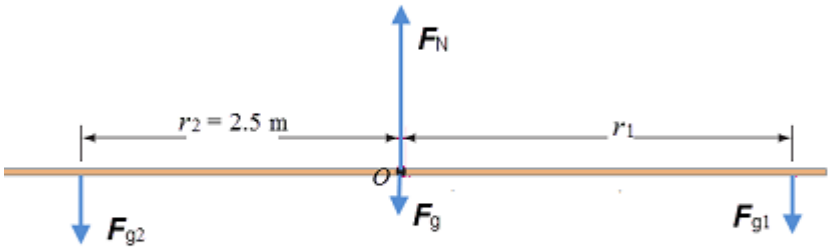
ب. النظام معزول، فيكون العزم المحصّل المؤثر فيه صفرًا، ويكون الزخم الزاوي محفوظًا، لذا فإن:

$$L_f = L_i$$
$$I_f\, \omega_f = 4.8 \times 10^3$$
$$\omega_f = \frac{4.8 \times 10^3}{I_f} = \frac{4.8 \times 10^3}{\left(\frac{1}{2} M r^2 + m \left(\frac{r}{2}\right)^2\right)}$$
$$= \frac{4.8 \times 10^3}{\left(\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \times (4)^2 + 50 \times (2)^2\right)} = \frac{4.8 \times 10^3}{(1600 + 200)} = 2.67\ \text{rad/s}$$

12. أستخدم العلاقة الآتية لإيجاد الإحداثي (x_{CM}):

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C}{m_A + m_B + m_C} = \frac{2 \times 1 + 3 \times 5 + 1 \times 7}{2 + 3 + 1} = 4 \text{ m}$$

13.



أ. يتأثر اللوح الخشبي بأربع قوى، هي: وزن نهى (F_{g1})، ووزن ماهر (F_{g2})، ووزن اللوح (F_g) يؤثر في مركز كتلة اللوح وهو مركز الهندسي لأنه منتظم ومتماثل، والقوة العمودية (F_N) التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح، كما هو موضح في مخطط الجسم الحر. وبما أنّ النظام متزن، ومقدار القوة العمودية غير معلوم فإنني أُطبّق الشرط الأول للاتزان، حيث القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا. وأُطبّق القانون الثاني لنيوتن في اتجاه محور y؛ لأنه لا توجد قوى تؤثر في اتجاه محور x.

$$\sum F_y = ma_y = 0$$
$$F_N - (F_g + F_{g1} + F_{g2}) = 0$$
$$F_N = F_g + F_{g1} + F_{g2}$$
$$= 150 + 250 + 300$$
$$= 700 \text{ N}$$

ب. لإيجاد الموقع الذي يجب أن تجلس فيه نهى بحيث يكون النظام متزن أُطبّق الشرط الثاني للاتزان. إذا أخذت محورًا عموديًّا على الصفحة عبر نقطة الارتكاز (O) (مركز كتلة اللوح) كمحور دوران لمعادلة العزم، فإن العزم الناتج عن كلّ من القوة العمودية (F_N) وقوة الجاذبية (F_g) يساوي صفرًا. وأُلاحظ أن اللوح متزن أُفقيًّا لذا فإنّ $(\theta = 90)$.

$$\sum \tau = 0$$
$$F_{g1} r_1 = F_{g2} r_2$$
$$250 \times r_1 = 300 \times 2.5$$
$$r_1 = \frac{750}{250}$$
$$= 3 \text{ m}$$

يجب أن تجلس نهى على بُعد (3 m) يمين نقطة ارتكاز اللوح الخشبي كي يكون النظام متزنًا.

.14

أ. ألاحظ أن عزم القصور الذاتي للكرتين (m) يساوي صفرًا؛ لأنهما تقعان على محور الدوران (y).

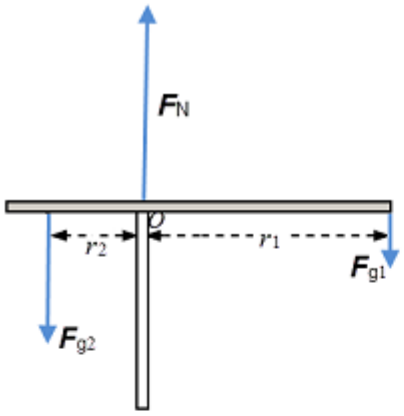
وأحسب عزم القصور الذاتي في هذه الحالة كما يأتي:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= M\,a^2 + M\,a^2 = 2\,M\,a^2 \\ &= 2 \times 100 \times 10^{-3} \times (20 \times 10^{-2})^2 \\ &= 8 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg.m^2} \end{aligned}$$

ب. أحسب الطاقة الحركية الدورانية للنظام كما يأتي:

$$\begin{aligned} KE_{\mathrm{R}} &= \frac{1}{2}\,\mathrm{I}\omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-3} \times (2)^2 = 1.6 \times 10^{-2}\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

.15



أ. يتأثر ذراع الرافعة بثلاث قوى (كتلة الرافعة مهملة)، هي: وزن الحِمل (F_{g1})، ووزن الثقل الموازِن (F_{g2})، والقوة العمودية (F_{N}) المؤثرة في الرافعة عند نقطة الارتكاز (O)، كما هو موضح في الشكل. لإيجاد موقع الثقل الموازِن بحيث يكون النظام متزن أُطبّق الشرط الثاني للاتزان. إذا أخذت محورًا عموديًّا على الصفحة عبر نقطة الارتكاز (O) كمحور دوران لمعادلة العزم، فإن العزم الناتج عن القوة العمودية (F_{N}) المؤثرة في اللوح يساوي صفرًا. وأُلاحظ أن ذراع الرافعة متزن أُفقيًّا لذا فإن $(\theta = 90^\circ)$.

$$\sum \tau = 0$$

$$F_{g1}\,r_1 = F_{g2}\,r_2$$

$$3.0 \times 10^4 \times 6.0 = 1.0 \times 10^5 \times r_2$$

$$r_2 = \frac{18 \times 10^4}{1 \times 10^5}$$

$$= 1.8\ \mathrm{m}$$

يجب أن يكون موقع الثقل الموازِن على بُعد (1.8 m) يسار نقطة الارتكاز (O) كي يكون النظام متزنًا.

ب. موقع الثقل الموازِن عند أبعد نقطة عن نقطة الارتكاز $(r_2 = 3.0\ \text{m})$، ومقدار الثقل (m) هو المجهول. أُطبّق الشرط الثاني للاتزان حول المحور (O).

$$\sum \tau = 0$$

$$F_{g1}\, r_1 = F_{g2}\, r_2$$

$$F_{g1} \times 6.0 = 1.0 \times 10^5 \times 3.0$$

$$F_{g1} = \frac{3.0 \times 10^5}{6.0}$$

$$= 5.0 \times 10^4\ \text{N}$$

$$m_2 = \frac{F_{g1}}{g} = \frac{5.0 \times 10^4}{10} = 5.0 \times 10^3\ \text{kg}$$

T.Saed Ass