



الرياضيات

الصف الثامن - دليل المعلم

الفصل الدراسي الأول

8

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيساً)

نور محمد حسان

محمد فؤاد عمارة

هبه ماهر التميمي

إبراهيم أحمد عمارة

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الدليل عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

📌 @nccdjor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo

قررت وزارة التربية والتعليم استخدام هذا الدليل في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها، بناء على قرار المجلس الأعلى للمركز الوطني لتطوير المناهج في جلسته رقم (2023/4)، تاريخ 2023/7/11 م، وقرار مجلس التربية والتعليم رقم (2023/246) تاريخ 2023/8/9 بدءاً من العام الدراسي 2024 / 2023 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2023.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 416 - 3

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2023/2/809)

373.19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

دليل المعلم: الصف الثامن: الفصل الدراسي الأول/ المركز الوطني لتطوير المناهج. - عمان: المركز، 2023
(246) ص.

ر.إ.: 2023/2/809

الواصفات: / الرياضيات / الأدلة / المعلمون / أساليب التدريس / التعليم الاعدادي /

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

المصمم الجرافيكي: رakan محمد السعدي

المحكم التربوي: د. خالد محمد أبو اللوم

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.

British Library Cataloguing -in- Publication Data

A catalogue record for this publication is available from the Library.

1444 هـ / 2023 م

منهاجي
متعة التعليم الهادف



الطبعة الأولى (التجريبية)

المقدمة

يسرُّ المركز الوطني لتطوير المناهج أن يُقدِّم للمُعَلِّمين والمُعَلِّمات هذه الطبعة من دليل المُعَلِّم للصف الثامن، آملاً أن تكون لهم مُرشدًا وداعماً في تدريس الطلبة وتقويمهم، بما يُحقِّق الأهداف المنشودة من تدريس كتب الرياضيات المُطوَّرة.

يحتوي دليل المُعَلِّم على جميع المصادر التي تُلزم المُعَلِّم / المُعَلِّمة، بدءاً بالنسخ المُصغَّر من كتابي الطالب والتمارين، وانتهاءً بإجابات ما ورد فيهما من تدريبات ومسائل؛ ما يُعني عن حمل هذين الكتابين إلى الغرفة الصفية. وكذلك يحتوي الدليل على جميع أوراق المصادر المشار إليها في الدروس، ويُمكن للمُعَلِّم / المُعَلِّمة تصوير نسخ منها للطلبة؛ ما يُوفِّر عليهما جُهد إعداد هذه الأوراق. استُهلَّ الدليل بالصفحات التي تحمل عنوان «أهلاً بك في مناهج الرياضيات المُطوَّرة»، وتعرض العناصر الرئيسة في كلِّ من كتابي الطالب والتمارين ودليل المُعَلِّم، وتبيِّن النهج المُعتمد في كلِّ منها بطريقة مُبسَّطة؛ لذا يجدر بالمُعَلِّم / المُعَلِّمة قراءة هذه الصفحات بتروٍّ وتدبُّرٍ قبل البدء باستعمال الدليل.

روعي في إعداد الدليل تقديم خطة واضحة لسير الدرس، بدءاً بمرحلة التمهيد، ومروراً بمراحل الاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، وانتهاءً بمرحلة الختام، إلى جانب إرشادات تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على التخطيط الزمني للمهام في كل مرحلة، وتوظيف مختلف أدوات التدريس والتقويم التي يتضمَّنها المنهاج المُطوَّر، فضلاً عن الأخطاء المفاهيمية الشائعة والإرشادات للمُعَلِّمين / للمُعَلِّمات حول كيفية معالجتها.

يُقدِّم الدليل أيضاً مقترحات لتنويع التعليم تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على التعامل مع الطلبة كافةً، على اختلاف مستوياتهم الدراسية وأنماط تعلُّمهم؛ انسجاماً مع الاتجاهات الحديثة في تعلُّم الرياضيات وتعليمها. ولأنَّ الموضوعات الرياضية بعضها مبني على بعض؛ فقد قدِّم الدليل نتائج التعلُّم السابق ونتائج التعلُّم اللاحق في بداية كل وحدة، فضلاً عن أدوات تشخيص ومعالجة مناسبة، تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على معالجة الضعف لدى الطلبة، وتهيئتهم للتعلُّم الحالي. يضاف إلى ذلك أنَّ تعرُّف المُعَلِّم / المُعَلِّمة جميع الموضوعات الرياضية التي سوف يدرسها الطلبة في صفوف لاحقة (التعلُّم اللاحق) يُوفِّر له/ لها تصوُّراً كافياً عنها، ويجعل تخطيط الدروس أكثر دقَّةً.

ونحن إذ نُقدِّم هذا الدليل، فإنَّا نُؤمِّل أن ينال إعجاب زملائنا وزميلاتنا من المُعَلِّمين والمُعَلِّمات ويكون خير معين لهم/ لهنّ، ويجعل تعليم الرياضيات أكثر متعةً وسهولةً.

66A.....	الوحدة 2 تحليل المقادير الجبرية
66B.....	مخطط الوحدة
66.....	نظرة عامة على الوحدة
67.....	مشروع الوحدة: القطع الجبرية
67A.....	نشاط الاستعداد للوحدة
68.....	الدرس 1 حالات خاصة من ضرب المقادير الجبرية
74.....	نشاط مفاهيمي: تحليل المقادير الجبرية
75.....	الدرس 2 التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر
83.....	الدرس 3 تحليل ثلاثيات الحدود $x^2 + bx + c$
89.....	الدرس 4 حالات خاصة من التحليل
96.....	الدرس 5 تبسيط المقادير الجبرية النسبية
102.....	اختبار نهاية الوحدة
103A.....	كتاب التمارين

a-j.....	أهلاً بك في مناهج الرياضيات المطورة
6A.....	الوحدة 1 الأعداد الحقيقية
6B.....	مخطط الوحدة
6.....	نظرة عامة على الوحدة
7.....	مشروع الوحدة: الأعداد الحقيقية في الفن
7A.....	نشاط الاستعداد للوحدة
8.....	الدرس 1 الجذور التربيعية
13.....	الدرس 2 الجذور الصّماء
21.....	نشاط مفاهيمي: نظرية فيثاغورس
22.....	الدرس 3 نظرية فيثاغورس
29.....	الدرس 4 الأعداد الحقيقية
37.....	الدرس 5 الأسس النسبية والجذور
43.....	الدرس 6 ضرب الأسس النسبية وقسمتها
50.....	الدرس 7 الصيغة العلمية
57.....	الدرس 8 النسبة المئوية
64.....	اختبار نهاية الوحدة
65A.....	كتاب التمارين

قائمة المحتويات

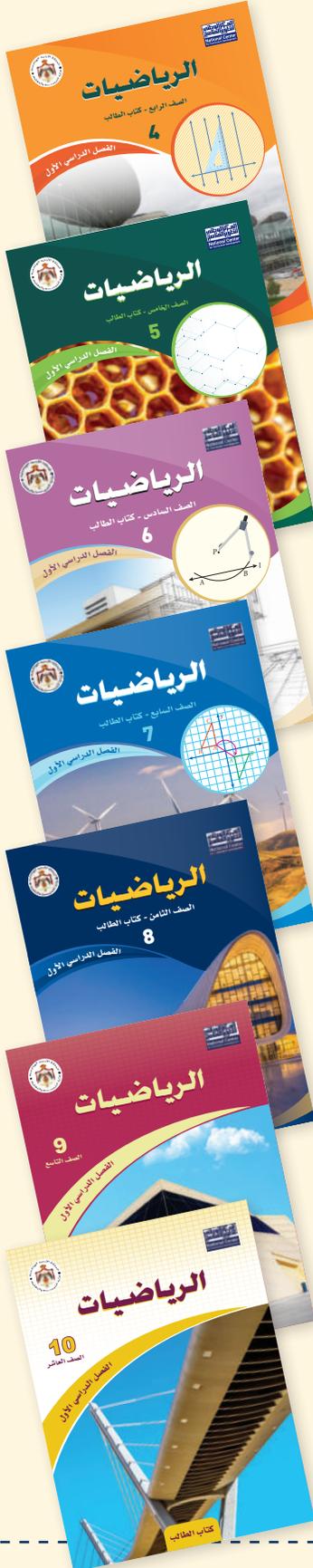
146A	الوحدة 4 المثلثات المتطابقة
146B	مخطط الوحدة
146	نظرة عامة على الوحدة
147	مشروع الوحدة: أبنى جسراً
147A	نشاط الاستعداد للوحدة
148	الدرس 1 تطابق المثلثات (SSS, SAS, HL)
156	الدرس 2 تطابق المثلثات (ASA, AAS)
		الدرس 3 المثلثات المتطابقة الضلعين
162	والمثلثات المتطابقة الأضلاع
170	اختبار نهاية الوحدة
171A	كتاب التمارين
171C	ملحق الإجابات
A1–A15	أوراق المصادر

104A	الوحدة 3 المعادلات الخطية بمتغيرين
104B	مخطط الوحدة
104	نظرة عامة على الوحدة
105	مشروع الوحدة: المعادلات الخطية والخريطة
105A	نشاط الاستعداد للوحدة
106	الدرس 1 المعادلة الخطية بالصورة القياسية
114	الدرس 2 ميل المستقيم
121	الدرس 3 معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع
130	الدرس 4 معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة
137	الدرس 5 المستقيمات المتوازية والمتعامدة
144	اختبار نهاية الوحدة
145A	كتاب التمارين
145E	ملحق الإجابات



أهلاً بك

في مناهج الرياضيات المطورة



عزيزي المُعلِّم/ عزيزتي المُعلِّمة، يسرُّنا في هذه المُقدِّمة أن نُبيِّن الأسس العلمية والتربوية التي قامت عليها مناهج الرياضيات المُطوَّرة بطريقة مُبسَّطة، وذلك بعرض بعض العناصر من كتاب الطالب، وكتاب التمارين، ودليل المُعلِّم، التي تتجلَّى فيها تلك الجوانب العلمية والتربوية بوضوح. ونحن إذ نعرض هذه المُقدِّمة فإننا نأمل أن تكون مُعينةً على فهم كيفية استعمال المناهج المُطوَّرة، وتوظيفها بصورة صحيحة داخل غرفة الصف، بما يُحقِّق الفائدة المنشودة منها.

تتناول المُقدِّمة الجوانب الآتية:

1. خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات.
 2. أنواع التقويم، وأدواته.
 - التقويم القبلي.
 - التقويم التكويني.
 - التقويم الختامي.
 3. بعض استراتيجيات التعلُّم.
 - التعلُّم القائم على المشاريع.
 - التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.
 - التعلُّم بالاستكشاف.
 4. مهارات التفكير العليا.
 5. تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها.
 6. الوصول إلى الطلبة كافةً.
 7. مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي.
 - مصادر التعلُّم الميسِّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي.
 - إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية.
- وفي نهاية هذه المقدمة بعض استراتيجيات التدريس الشائعة؛ لتكون مرجعاً، ومُعينةً عند التخطيط لتقديم الدروس.

خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات:

1

يُقدّم هذا الدليل خطة واضحة لسير الدرس، تحوي ست خطوات (مراحل)، هي: التهيئة، والاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، والختام. وتتضمّن كل خطوة من هذه الخطوات مقترحات وإرشادات تساعد على تقديم الدرس بنجاح.

1 التهيئة

تهدف هذه المرحلة إلى تهيئة الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون ذكر لأيّ من أفكاره، وتوجد في هذا الدليل مقترحات تعين على تقديم التهيئة بنجاح في بند (التهيئة). قد يحوي هذا البند نشاطاً مبنياً على معرفة الطلبة السابقة؛ لذا يمكن في أثناء هذه المرحلة رصد بعض الأخطاء المفاهيمية وتصحيحها قبل بدء الدرس.

2 الاستكشاف

تهدف هذه المرحلة إلى إثارة فضول الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون تقديم معلومات جاهزة لهم؛ إذ يتعيّن عليك في هذه المرحلة أداء دور تيسير التعلّم، وذلك بتوجيه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف) من كتاب الطالب، ومنحهم وقتاً كافياً لدراستها والتفكير فيها، ثم الطلب إليهم الإجابة عن الأسئلة المقترحة في بند (الاستكشاف) من هذا الدليل. ليس شرطاً أن يتمكّن الطلبة من الإجابة عن هذه الأسئلة بصورة صحيحة؛ لذا عليك تقبّل الإجابات، ثم النظر فيها لاحقاً بعد انتهاء الدرس، والتأكد من صحتها، علماً بأنّ تمارين بعض الدروس تُحيل الطلبة إلى المسألة في بند (أستكشف)؛ لحلها في نهاية الدرس.

3 التدريس

من المتوقّع أن تؤدي مرحلة (الاستكشاف) إلى حدوث حالة من عدم التوازن في المفاهيم لدى الطلبة، فتبدأ مرحلة (التعلّم) في إعادة التوازن لديهم، للتمكن من تكوين خبرات مشتركة مُحدّدة تساعد على إدراك المفاهيم، وإتقان العمليات والمهارات. تستغرق هذه المرحلة كثيراً من وقت الدرس؛ فهي تشمل تقديم فقرات الشرح، وأمثلة الدرس جميعها؛ لذا يتعيّن الاستعانة بالإرشادات الواردة في بند (التدريس) من هذا الدليل؛ للتمكن من تنفيذ هذه المرحلة المهمة بنجاح.

b



التدريب

4

ففي هذه المرحلة يتدرَّب الطلبة على أنواع مختلفة من المسائل المجرَّدة والحياتية في بند (تدرَّب وأحلَّ المسائل) وبند (مهارات التفكير العليا) داخل غرفة الصف؛ لترسيخ المفاهيم الجديدة، وزيادة الطلاقة الإجرائية لديهم. قد يُكمل الطلبة هذه المرحلة في المنزل. وكذلك التدريبات والمسائل الواردة في الصفحة المقابلة للدرس في كتاب التمارين.

4 أدرّب وأحلّ المسائل:

أرّجئه الطلبة إلى بند (التدريب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-13) ضمن مجموعات ثابتة داخل الغرفة الصفية، فهذه المسائل تحميلاً ترتبط ارتباطاً مباشراً بمناهج الدرس، وهي تستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم بتسلسلها، بصرف النظر عن إذا كانت الأسئلة فرعية أم رئيسية.

إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيٍّ من المسائل، وأنت أنتظر أحد الطلبة ليحلَّ المسألة، ننقّح من حل المسألة، لسنا نقف على استراتيجيتها، استراتيجيتها في حل المسألة، على الشرح، وأهمَّ الطلبة على طرح أي سؤال عن خطوات الحل المُقدَّمة من زميل/ الزميلة.

توزيع المعلم:

إذا واجه الطلبة دون المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (التدريب وأحل المسائل)، وأنت أنتظر منهم مع طلب أحد/ طالب/ طالبة من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُستعدين ليشرحوا في حل الأسئلة.

المطلوب:

أرّجئه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (17-19).

أرشد إلى التفكير غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على الفصح.

الواجب المنزلي:

أستعمل بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستواهم:

المستويات	الأسئلة
كتاب الطالب: 16	الأسئلة
كتاب التمارين: 16, 7, (10-12)	1-5
كتاب الطالب: 17-14	6-10
كتاب التمارين: (16-10)	11-15
كتاب الطالب: 18-16	16-19
كتاب التمارين: 16, 17, (16-9)	20-24

الإثراء:

أطلب إلى الطلبة إيجاد أعداد صحيحة جديدها مضمرة بين 2 و3 وبين 3 و4 وبين 4 و5 وبين 5 و6 وبين 6 و7.

ملحوظة: يُعقّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية ولكن في حال عدم توفر الوقت الكافي، يُنصح أن يُطلب إلى الطلبة تنفيذها في البيت بوصفه واجب منزلياً.

5 الإثراء:

أرّجئه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (17-19).

أرشد إلى التفكير غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على الفصح.

الواجب المنزلي:

أستعمل بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستواهم:

المستويات	الأسئلة
كتاب الطالب: 16	الأسئلة
كتاب التمارين: 16, 7, (10-12)	1-5
كتاب الطالب: 17-14	6-10
كتاب التمارين: (16-10)	11-15
كتاب الطالب: 18-16	16-19
كتاب التمارين: 16, 17, (16-9)	20-24

الإثراء:

أطلب إلى الطلبة إيجاد أعداد صحيحة جديدها مضمرة بين 2 و3 وبين 3 و4 وبين 4 و5 وبين 5 و6 وبين 6 و7.

ملحوظة: يُعقّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية ولكن في حال عدم توفر الوقت الكافي، يُنصح أن يُطلب إلى الطلبة تنفيذها في البيت بوصفه واجب منزلياً.

إرشاد:

أرشد الطلبة إلى استخدام المعلومات الواردة في هاشب آسئلة بند (التدريب وأحل المسائل)، لربطها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز تفكيرهم العام.

الإثراء

5

تُعَدُّ توسعة المفاهيم والعمليات والمهارات الهدف الأساس لهذه المرحلة، ويتمثّل ذلك في إشراك الطلبة في مهام تتضمن مفاهيم وعمليات أوسع وأكثر عمقاً. تُوفّر مناهج الرياضيات المُطوّرة مصادر عدّة لإثراء الطلبة ذوي المستوى فوق المُتوسّط، منها بند الإثراء في هذا الدليل، الذي يحوي مسألة، أو نشاطاً صفياً، أو نشاطاً حاسوبياً، إضافةً إلى مشروع الوحدة الذي يثري معرفة الطلبة بموضوعات الوحدة.

6 الختام:

أرّجئه الطلبة إلى بند (الخاتمة)، المُناقش من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو من المتوسط قراء الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.

أرشد الأقرار المتحمّين من فهم الطلبة، بوجه سؤال لهم مثل:

أفكر في كل جمل مما يأتي لأقرب عدد صحيح باستخدام خط الأعداد:

- $\sqrt{11}$...
- $\sqrt{34}$...
- $\sqrt{118}$...

نشاط التكنولوجيا:

أستعمل الطلبة على تصنّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآلي في المنزل، والاستماع لمسائل تسبب الحذور المصممة لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع على مسطحات رياضية باللغتين الإنجليزية والسّلامية، يُنصح للطلبة من كل مستواهم، لتسهيل فهمهم حل المسائل.

تعليمات المشروع:

أطلب إلى الأقرار المجموعات تنفيذ الخطوة 2 من خطوات المشروع.

الخاتمة:

أرّجئه الطلبة إلى بند (الخاتمة)، المُناقش من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو من المتوسط قراء الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.

أرشد الأقرار المتحمّين من فهم الطلبة، بوجه سؤال لهم مثل:

أفكر في كل جمل مما يأتي لأقرب عدد صحيح باستخدام خط الأعداد:

- $\sqrt{11}$...
- $\sqrt{34}$...
- $\sqrt{118}$...

توسعة: في السؤال 16 أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن النسبة الذهبية، وكتابة مقالة قصيرة عنها.

إرشادات:

في السؤال 14 أطلب إلى الطلبة استعمال قانون مساحة المثلث الذي يعرفونه سابقاً.

في السؤال 17 (مسألة مفتوحة)، أطلب للطلبة وجود أكثر من إجابة صحيحة، وأنصحهم على ذكر أكبر عدد منها.

في السؤال 19 (تحكم)، أرّجئه الطلبة إلى استعمال قواعد ضرب الحدود واستعمالها لإيجاد ارتفاع المثلث في أسهل صورة.

الخاتمة

6

هي المرحلة الأخيرة من مراحل تقديم الدرس، وتهدف إلى تجميع الأفكار المختلفة التي تضمَّنها الدرس، ثم عرضها بصورة مترابطة، فضلاً عن اشتغالها على مقترحات تساعد على تقديم هذه المرحلة بنجاح.

التقويم جزء لا يتجزأ من عملية التعلّم؛ فهو يُواكب جميع خطواتها، ويضمن استمرارها وصولاً إلى تحقيق الهدف. يُعرّف التقويم بأنه عملية تُستعمل فيها معلومات من مصادر مُتعدّدة للوصول إلى حكم عن تحصيل الطلبة الدراسي. وقد أبرزت مناهج الرياضيات المُطوّرة ثلاثة أنواع مختلفة من التقويم، هي: **التقويم القبلي، والتقويم التكويني، والتقويم الختامي.**

أ التقويم القبلي:

يهدف هذا النوع من التقويم إلى تحديد مدى امتلاك الطلبة المعرفة السابقة اللازمة لدراسة الموضوع الجديد؛ ما يساعد على تحديد ما يلزم الطلبة من معالجات تتمثل في مصادر التعلّم الإضافية. تحتوي مناهج الرياضيات المُطوّرة على أداة تقويم قبلي في بداية كل وحدة، وهي موجودة في كتاب التمارين بعنوان (أستعد لدراسة الوحدة).

الوحدة 1
الأعداد الحقيقية
أستعد لدراسة الوحدة

اختر تمثيلًا رقميًا قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأقدي من الإجابة، استعن بالنماذج المعطى.

الجزء التربيعي والتكعيبي (الدرس 0)
أجد قيمة كل من يأتي:

1 $\sqrt{49}$ 2 $\sqrt{1000}$ 3 $\sqrt{-27}$
4 $\sqrt{64}$ 5 $\sqrt{121}$ 6 $\sqrt{64}$

مثال: أجد قيمة كل من يأتي:

a) $\sqrt{81}$ $81 = 9 \times 9$
 $\sqrt{81} = \sqrt{9 \times 9}$
 $= 9$ تعريف الجذر التربيعي

b) $\sqrt[3]{27}$ $27 = 3 \times 3 \times 3$
 $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}$
 $= 3$ تعريف الجذر التكعيبي

استعمل التحليل إلى عوامل لإيجاد الجذور التربيعية للأعداد الكليّة الكبيرة (الدرس 0)
أجد قيمة كل من يأتي:

7 $\sqrt{484}$ 8 $\sqrt{1225}$ 9 $\sqrt{2304}$
10 $\sqrt{225}$ 11 $\sqrt{441}$ 12 $\sqrt{1089}$

6

ب التقويم التكويني:

يحدث هذا النوع من التقويم في أثناء عملية التدريس، ويهدف إلى متابعة تعلّم الطلبة أوّلاً بأوّل، والتأكد أنّ العملية التعليمية التعلّمية تسير في اتجاه تحقيق أهدافها المنشودة، وأنّه لا يوجد انحراف عن مسارها؛ ما يساعد على اتخاذ القرارات الصحيحة، مثل: الاستمرار في عملية التدريس، أو التعديل عليها، أو النظر فيها من جديد. من أدوات التقويم التكويني: الأسئلة الشفوية، والملاحظات غير الرسمية، والاختبارات القصيرة.

تحتوي مناهج الرياضيات المُطوّرة على أدوات للتقويم التكويني في كل درس، تتمثل في مسائل بند (أتحقّق من فهمي) التي تلي كل مثال.

الوحدة 1

1 $-\sqrt{\frac{25}{81}}$ $-\sqrt{\frac{25}{81}} = -\sqrt{\left(\frac{5}{9}\right)^2} = -\frac{5}{9}$ أجد الجذور التربيعية والسالبة للعدد $\frac{25}{81}$

2 $\sqrt{81}$ 3 $-\sqrt{1.96}$ 4 $\pm\sqrt{\frac{4}{121}}$ **أتحقّق من فهمي:**

يمكنني استعمال تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب في حلّ معادلات تتضمن متغيّرات مربعة، فإذا كان $n^2 = c$ فإن $n = \pm\sqrt{c}$

مثال 2
حلّ كلٍّ من المعادلات الآتية، والصحّف بين صحة الحلّ:

1 $x^2 = 144$ المعادّة الأصليّة
تعريف الجذر التربيعي
أجد قيمة الجذر
عندما $x = 12$ $(12)^2 = 144$
 $144 = 144$ ✓
عندما $x = -12$ $(-12)^2 = 144$
 $144 = 144$ ✓
الصحّف بين صحة الحلّ:

2 $t^2 = \frac{1}{36}$ المعادّة الأصليّة
تعريف الجذر التربيعي
أجد قيمة الجذر
عندما $t = \frac{1}{6}$ $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$
 $\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✓
عندما $t = -\frac{1}{6}$ $\left(-\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$
 $\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✓
الصحّف بين صحة الحلّ:

9

أتحقّق من فهمي:

4 $\sqrt{81}$ 5 $-\sqrt{1.96}$ 6 $\pm\sqrt{\frac{4}{121}}$

يمكنني استعمال تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب في حلّ معادلات تتضمن متغيّرات مربعة، فإذا كان $n^2 = c$

ج التقويم الختامي:

يأتي هذا التقويم في نهاية عملية التدريس، أو في نهاية الوحدة الدراسية. وهو يساعد على تحديد مدى إتقان الطلبة للمفاهيم والمهارات التي تم تقديمها لهم.

تُوفّر المناهج المُطوّرة أداة للتقويم الختامي في كل وحدة، تتمثل في فقرة (اختبار نهاية الوحدة) الذي يحوي مسائل مُتنوّعة تشمل نتائج الوحدة كلها.

3 بعض استراتيجيات التعلّم:

أ التعلّم القائم على المشاريع.

يُعَدُّ التعلّم القائم على المشاريع أحد أساليب التعلّم الحديثة التي تدمج بين المعرفة والتطبيق؛ إذ يمكن للطلبة دراسة معارف المناهج الدراسية الأساسية، ثم تطبيقها في حلّ مشكلات حقيقية وصولاً إلى نتائج قابلة للتطبيق. تساعد هذه الطريقة الطلبة على تنمية قدراتهم ومهاراتهم؛ فهي تراعي الفروق الفردية بينهم، وتُمنّي لديهم الثقة بالنفس، وتُحفّزهم على الإبداع، والتواصل، والابتكار، وتحمل المسؤولية، وتُعدهم للحياة، وتحثهم على العمل والإنتاج.

ب التعلّم باستعمال التكنولوجيا.

تُسهم التكنولوجيا إسهامًا فاعلاً في تعلّم الرياضيات؛ فهي تُوفّر تمثيلات بصرية للمفاهيم الرياضية بصورة تفاعلية تزيد من رغبة الطلبة في التعلّم، وتساعد على استكشاف المفاهيم الجديدة. إنّ توافر الأدوات التكنولوجية يساعد الطلبة على التأمل والتحليل والتفكير بدلاً من إضاعة أوقاتهم في إجراء الحسابات الرتيبة.

تمنح أدلة المُعلّم في مناهج الرياضيات المُطوّرة فرصة توظيف عدد من البرمجيات التعليمية في تدريس الطلبة؛ سواء أكان ذلك في المدرسة، أم في المنزل.

اختبار نهاية الوحدة

اختار رمز الإجابة الصحيحة لكل ما يأتي:

- قيمة $\sqrt{2500}$ تساوي:
 - 25
 - 50
 - 50
 - ± 50
- قيمة $(\sqrt{1.44} - 4.2)$ تساوي:
 - 3
 - 3
 - 7.8
 - 5.4
- أفضل تقدير للعدد $(8 - \sqrt{40})$ هو:
 - 4
 - 16
 - 1
 - 2
- قيمة $(\sqrt{2} \times \sqrt{32})$ تساوي:
 - 6
 - 8
 - 64
 - 16
- مثلّسٌ قسّم الزاوية متطابق الصلّتين طولاً وتره $\sqrt{72}$ cm. فإن طول كلٍّ من ضلعي القائمة يساوي:
 - 36 cm
 - $3\sqrt{2}$ cm
 - 6 cm
 - 18 cm
- أبجذ مجموعات الأطوال الأربعة تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية؟
 - 6, 8, 11
 - $\sqrt{10}, 4, 5$
 - $6, 2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}$
 - 5, 12, 14

أحد الأعداد الآتية عدد غير نسبي:

- $\sqrt{12}$
- $\sqrt{6.25}$
- $3\frac{1}{5}$
- 2

قيمة $\sqrt{64 \times 2^2}$ تساوي:

- 8
- 2
- 4
- 6

أبسط صورة للمقدّر $\frac{u^2 \times u^3}{u^5}$ هي:

- u^2
- u^3
- u^4
- u

تبلغ سرعة الصوت 1236 km/h، وتكتب بالصيغة العلمية:

- 1.236×10^4
- 1.236×10^{-3}
- 1.236×10^3
- 12.36×10^2

نتائج القسمة $(3 \times 10^{-2}) \div (5 \times 10^{-6})$ هي:

- 0.6×10^3
- 6×10^3
- 6×10^{-3}
- 6×10^3

أجد طول الضلع المجهول في الشكل الآتي:

مشروع الوحدة: الأعداد الحقيقية في الفن

استعمل مجموعة من تنفيذ مشروعنا الخاص الذي نوقش فيه ما نتلمّنه في هسّو الوحدة حول الأعداد الحقيقية ونظرية فيثاغورس في رسم زخرفة هندسية على الزجاج.

الأدوات اللازمة:
أصبوت تحديدي على الزجاج، قُرْش للتلوين، ألوان زجاج، لوح زجاجي.

خطوات تنفيذ المشروع:
اختار قياسات مناسبة للشكل أدناه، ثم أرسمه على الزجاج بتابع الخطوات الآتية:

العدد	نسبي	غير نسبي	جذر أصم	جذر غير أصم
a				
b				
d				
c				

أرّو الشكل على الورقة؛ ثمّ انسخه على الزجاج.

اختار مربعين كاملين يشكّلان جدراناً يُعَدّي المستطيل

نشاط التكنولوجيا

أوجه الطلبة إلى استعمال الآلة الحاسبة العلمية للتحقق من نواتج الأسئلة في فقرة (أندرب وأحل المسائل).

تعليمات المشاء

استعمل خطّ الأعداد لتحديد أفضل تقدير:

أعطين الجدولين على خطّ الأعداد:

الأحط أن 55 أقرب إلى 49 منه إلى 64

إذن، $\sqrt{55}$ أقرب إلى 7 منه إلى 8

لذا فإنّ أفضل تقدير لـ $\sqrt{55}$ لأقرب عدد صحيح هو 7

الطريقة 2: الآلة الحاسبة
يمكن استعمال الآلة الحاسبة لتقدير $\sqrt{55}$ بالضبط على الأرقام الآتية:

إذن، أفضل تقدير لـ $\sqrt{55}$ لأقرب عدد صحيح هو 7

تحقق من فهمي:

أقدر قيمة كلٍّ من جبري ترميميّ مثلاً بأنّي لأقرب عدد صحيح باستعمال خطّ الأعداد والآلة الحاسبة:

ج. التعلّم بالاستكشاف.

التعلّم بالاستكشاف نموذج تعليمي يعمل فيه الطلبة على معالجة المعلومات، وتركيبها، وتحويلها، وصولاً إلى معلومات جديدة باستعمال نشاط مفاهيمي يتضمّن عمليات الاستقراء، أو الاستنباط، أو أيّ طريقة أخرى. يمتاز هذا النوع من التعلّم بتحفيز الطلبة، وإثارة حماسهم، وزيادة دافعيتهم إلى التعلّم، بما يُوفّره لهم من تشويق في أثناء اكتشافهم المعلومات باستعمال الأدوات التكنولوجية أو المحسوسات أو غيرها.

تمنح مناهج الرياضيات المطوّرة فرصة لتطبيق هذا النموذج؛ فهي تحوي أنشطة مفاهيمية خاصة تسبق بعض الدروس.

نشاط مفاهيمي نظرية فيثاغورس

الهدف: استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية.

نشاط

الخطوة 1 أرسم مثلث قائم الزاوية.

• أرسم مثلث قائم الزاوية على ورقة مربعات، وأسّس أضلاع ضلعي a و b والضلع الأطول c ، كما في الشكل المجاور.

الخطوة 2 أرسم مربعاً على كل ضلع.

• أرسم مربعاً على كل ضلع من أضلاع المثلث، وأسّس مساحات المربعات الثلاثة: a^2 ، b^2 ، c^2 ، كما في الشكل المجاور.

الخطوة 3 أفضّل وأعيد الترتيب.

• أفضّل المربعات الثلاثة.

• أنسخ من المثلث القائم الزاوية ثمانية نسخ، ثم أفضّلها.

• أعد ترتيب الأشكال لتكوين مربعين متطابقين كبيرين كما في الشكل المجاور.

أحلّ التمارين:

• معطى المربعين الكبيرين المتطابقين الناتجين من النشاط أفضّل العلاقة بين a^2 و b^2 و c^2 .

• استعمل النتيجة التي توصلت إليها في الفرض السابق لكتابة معادلة تصف العلاقة بين a^2 و b^2 و c^2 .

أفكّر

كيف يمكن استعمال المعادلة التي توصلت إليها في إيجاد طول الضلع الأطول في مثلث قائم الزاوية، إذا كان طول الضلعين الآخرين 6 cm ، 8 cm ؟

21

4 مهارات التفكير العليا:

تهدف **مهارات التفكير العليا** إلى تحديّ قدرات الطلبة في مجال التفسير، والتحليل، ومعالجة المعلومات؛ لذا، فهي تُنمّي قدراتهم على التأمل، والتفكير، والاستقصاء، واكتشاف العلاقات.

تمنح مناهج الرياضيات المطوّرة الطلبة فرصة لتطوير مهارات التفكير العليا في كل درس، بطرحها مسائل مرتبطة بنتائج الدرس؛ إذ يحوي بند (مهارات التفكير العليا) عدداً من المسائل ضمن العناوين الآتية:

تبرير: يتطلّب حلّ هذه المسائل تبرير خطوات الحلّ جميعها.

تحلّ: تتضمّن هذه المسائل أفكاراً غير مألوفة تُمثّل تحدياً للطلبة.

مسألة مفتوحة: يوجد لهذه المسألة عدد من الحلول الصحيحة، وليس حلّاً واحداً فقط.

اكتشف الخطأ: يتعيّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحديد الخطأ في إجابة معطاة؛ ما يُحتمّ عليهم إدراك مفاهيم الدرس بصورة عميقة.

أيها مختلف؟: يتعيّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحليل عدد من الخيارات المعطاة، ثم تحديد خيار واحد فقط مختلف عن البقية.

ما السؤال؟: يُعطى الطلبة في هذا النوع من المسائل إجابة لمسألة ما، ثم يُطلّب إليهم كتابة هذه المسألة.

الدرس 1 الجذور التربيعية

استكشف
إذا استمررت النمط في الشكل الآتي، فما رقم أول شكل يحتوي أكثر من 180 وحدة مربعة؟

الشكل 1 الشكل 2 الشكل 3 الشكل 4

فكرة الدرس
أحد قيمة الجذر التربيعي لعدد، واستخدامه في حل مسائل حياتية.

المصطلحات
الجذر التربيعي، الجذر التربيعي الرئيسي، الجذر التربيعي السالب، الجذر التربيعي للعدد a .

الجذر التربيعي (square root) لعدد ما هو أحد عاملي العدد. ولأن عدد موجب جذران تربيعيان، أحدهما موجب والآخر سالب، ويُسمى الموجب منهما **الجذر التربيعي الرئيسي** (principal square root). ويستعمل رمز الجذر التربيعي $\sqrt{\quad}$ للدلالة على الجذر التربيعي الرئيسي، ويُسمى العدد أسفل الجذر **المجذور** (radicand).

رمز الجذر $\sqrt{\quad}$

القيمة التربيعية
يُعرف الجذر التربيعي الرئيسي لعدد a بأنه العدد b الموجب أو السالب، بحيث $b^2 = a$.
يُسمى الجذر التربيعي للعدد الموجب a هو \sqrt{a} .

مثال 1
أوجد كلًا مما يأتي:
1 $\sqrt{36}$
2 $\pm\sqrt{1.69}$

الجذر التربيعي الرئيسي للعدد 64 $\sqrt{64}$
معكوس الجذر التربيعي الرئيسي للعدد 64 $-\sqrt{64}$
الجذر التربيعي للعدد 64 $\pm\sqrt{64}$

أوجد كلًا مما يأتي:
1 $\sqrt{36} = 6$
2 $\pm\sqrt{1.69} = \pm 1.3$

الجذر التربيعي الرئيسي للعدد 36 $\sqrt{36}$
الجذر التربيعي الرئيسي للعدد 1.69 $\sqrt{1.69}$

تعدُّ المصطلحات إحدى ركائز تعلُّم الرياضيات؛ فهي الوعاء الذي يحمل المعاني الرياضية، وينقلها بين المسائل والسياقات المختلفة. ولهذا أبرزت مناهج الرياضيات المطورة المصطلحات الرياضية التي يتعرّفها الطلبة أول مرّة، وميّزتها بلون مختلف داخل نصوص الشرح، وأوردت مرادفاتهما من اللغة الإنجليزية بهدف إثراء معرفة الطلبة.

الجذر التربيعي (square root)

الآخر سالب، ويُسمى الم

للدلالة على

6 الوصول إلى الطلبة كافة:

تراعي مناهج الرياضيات المُطوّرة تكافؤ الفرص بين الطلبة، وخصوصية كل منهم (التمايز)، وتساعد على تجاوز العثرات، وتعزيز مناحي التفوق.

- يُفضّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال 5 في خطوة التوزيع؛ لِمَا لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيل عملية توزيع الضرب على الجمع، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

إرشادات:

- أطلب إلى الطلبة ذكر أمثلة على جذور متشابهة وأخرى غير متشابهة قبل البدء بحل المثال 4؛ لِمَا لذلك من أثر في تعزيز المفهوم لديهم.
- يُفضّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال 5 في خطوة التوزيع؛ لِمَا لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيل عملية توزيع الضرب على الجمع، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

أخطاء شائعة:

عند حل المسائل بجمع جذرين غير متشابهين وطرحهما؛ لذا أوضح لهم أهمية التحقق من تساوي المجذور فسي كل من الجذور المراد جمعها أو طرحها.

يمكن جمع الجذور التربيعية القسما وطرحها بطريقة مشابهة لجمع الحدود الجبرية وطرحها بشرط أن يتساوى المجذور في كل منها.

$$3\sqrt{5}, 7\sqrt{5} \text{ جذران متشابهان} \quad 3\sqrt{5}, 5\sqrt{3} \text{ جذران غير متشابهين}$$

مثال 4

أبسط كلًا مما يأتي:

$$\begin{aligned} 1 \quad \sqrt{20} + \sqrt{45} &= \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{9} \times \sqrt{5} \\ &= 2 \times \sqrt{5} + 3 \times \sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

17

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن جسر وادي الغفر في محافظة إربد، ومشاركة المعلومات التي يحصلون عليها في اليوم التالي مع زملائهم/ زميلاتهن في الصف.

أولاً: مصادر التعلّم الميسّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي

أ صفحات "أستعدّ لدراسة الوحدة" في كتاب التمارين.

تهدف الصفحات التي عنوانها (أستعدّ لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين إلى مساعدة الطلبة على تذكّر المعرفة التي درسوها في صفّ سابق أو صفّين سابقين، وهي تحتوي فقرات يعالج كلّ منها مفهوماً رياضياً مختلفاً، وكلّ من هذه المفاهيم مرتبط بدرس محدد في كتاب الطالب.

الوحدة 2

تحليل المقادير الجبرية

أستعدّ لدراسة الوحدة

اختر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأقدي من الإجابة، استعنُ بالمثال المعطى.

استعمال قوانين الأسس الصحيحة في تبسيط المقادير الجبرية (الدرس 1)

أجدُ ناتج كلِّ مما يأتي بأبسط صورة:

1 $2 \times y$ 2 $2n \times 6m$

3 $4t \times 3t^3$ 4 $2x^2 \times y^2 \times x^4$

مثال: أجدُ ناتج $4m^2 \times 3y^2 \times m^3$ بأبسط صورة:

الخاصة التبادلية

$$4m^2 \times 3y^2 \times m^3 = 4 \times 3 \times m^2 \times m^3 \times y^2$$

الخاصة التجميعية

$$= (4 \times 3) \times (m^2 \times m^3) \times y^2$$

قاعدة ضرب القوى

$$= 12m^5 y^2$$

جمع المقادير الجبرية وطرحها (الدرس 1)

أضربُ كلِّ مقدارٍ جبريٍّ مما يأتي في أبسط صورة:

5 $6x + 2x$ 6 $2.5y + 0.5y$

ب جمع المقادير الجبرية وطرحها (الدرس 1)

ب أوراق العمل الداعمة

تهدف أوراق العمل الداعمة إلى معالجة المفاهيم الرياضية البسيطة التي تُعدّ أساساً للتعلّم الحالي علماً بأن الطلبة درسوها في صفوف بعيدة زمنياً عن صفّهم الحالي.

بُنيت أوراق العمل الداعمة بطريقة مشابهة لصفحات (أستعدّ لدراسة الوحدة)؛ تسهياً على كل من المعلمين / المعلمات والطلبة؛ إذ إن هذه البنية مألوفة لهم.

ج دليل المعلم

يقدم دليل المعلم في مبحث الرياضيات إرشادات تفصيلية لإجراءات معالجة الفاقد التعليمي في الحصّة الصفّية بطريقة تضمن استمرار تدريس الكتاب المدرسي في كل حصّة؛ بوصفه مصدراً أساسياً للتعلّم، مع الحرص على تمكين الطلبة جميعهم وبمختلف مستوياتهم من اللحاق بالتعلّم الحالي في أسرع وقت ممكن.



أمسح الرمز المجاور للحصول على نسخة إلكترونية من كتيب أوراق العمل الداعمة.



ثانياً: إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية

- يحدد المعلم/ المعلمة من كُتِبَ أوراق العمل الداعمة الفقرات المرتبطة بنتائج الدرس التي يُتَوَقَّع تحقيقها في الحصة القادمة، ويطلب إليهم جميعاً حلّها واجباً منزلياً بوصفه اختباراً تشخيصياً؛ لغايات تقييم الطلبة وتحديد مستوياتهم واحتياجاتهم.

- في الدقائق العشر الأولى من الحصة التالية، يتجوّل المعلم/ المعلمة بين الطلبة؛ لتحديد الفقرات التي أظهرت حاجتهم إلى التحسين فيها، ويشاركهم بمناقشة الأمثلة المحلولة في تلك الفقرات على اللوح، ثم يطلب إليهم حل التدريبات المرتبطة بتلك الأمثلة.

- بعد ذلك يوجّه المعلم/ المعلمة الطلبة جميعهم إلى الفقرات المرتبطة بنتائج الدرس التي يُتَوَقَّع تحقيقها في الحصة الحالية من صفحات (أستعد لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين، ثم يطلب إليهم حلّ تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية، تحت إشرافه وبمتابعته الحثيثة.

- يتجوّل المعلم/ المعلمة بين الطلبة لمتابعتهم في أثناء الحلّ، وفي حال واجهتهم صعوبة في الحلّ فإنه يوجّههم إلى الاسترشاد بالمثل المعطى. وإذا أنهى الطلبة ذوو المستويين المتوسط وفوق المتوسط الحلّ، يطلب إليهم المعلم/ المعلمة مساعدة زملائهم/ زميلاتهم من ذوي المستوى دون المتوسط؛ تجسيداً لأسلوب التعلّم بالأقران.

الوحدة 1
الأعداد الحقيقية

الأعداد الأولية والأعداد غير الأولية (الدرس 1)
أعدّ العدد إذا كان أولياً أم غير أولياً مما يأتي:

العدد 47 (1) العدد 85 (2) العدد 13 (3) العدد 10 (4)

مثال: أعدّ العدد إذا كان أولياً أم غير أولياً مما يأتي:

العدد 76 (a) العدد 31 (b)

العدد 76 يقبل القسمة على 1 وعلى نفسه أيضاً، وهو يقبل القسمة على 2 لأنّ الحادة عددي زوجي؛ لذا، يوجد للعدد 76 أكثر من عاملين. إذن: هو عدد غير أولي.

العدد 31 يقبل القسمة على 1 وعلى نفسه أيضاً، لكنه لا يقبل القسمة على أي عدد غيرهما، إذن: هو عدد أولي.

تحليل العدد إلى العوامل الأولية (الدرس 1)
أحلّل عدداً مما يأتي إلى عوامله الأولية:

العدد 84 (1) العدد 132 (2) العدد 102 (3) العدد 180 (4) العدد 310 (5)

مثال: أحلّل العدد 92 إلى عوامله الأولية:

أستعمل القسمة المتكررة:

92	÷ 2	46
46	÷ 2	23
23	÷ 23	1

إذن: تحليل العدد 92 إلى عوامله الأولية هو: $92 = 2 \times 2 \times 23$

6

الوحدة 3
المعادلات الخطية بمتغيرين

أستعد لدراسة الوحدة

المستقيمات المتوازية والمتقاطعة والمتعامدة (الدرس 5)
أين إذا كان المستقيمان متقاطعين أو متعامدين أو متوازيين في كل مما يأتي:

11 12 13

أصل بخطّين العبارة والشكل الهندسي الذي يناسبها في كل مما يأتي:

حادة $\angle ABD$ \vec{EB} يتقاطع مع \vec{CD} \vec{AC} يعامد \vec{CE}

14

مثال: أين إذا كان المستقيمان متقاطعين أو متعامدين أو متوازيين في كل مما يأتي:

a) b) c)

مستقيمان متوازيان لا يلتقيان أبداً. مستقيمان متقاطعان فقط، لأنّ الزوايا التي تتكلّف حول نقطة التقاطع ليست قائمة. مستقيمان متعامدان، لأنهما يتكلّفون أربع زوايا قائمة حول نقطة التقاطع.

35

استراتيجيات تدريس إضافية

عزيزي المُعلِّم/ عزيزتي المُعلِّمة، تساعد مناهج الرياضيات المُطوَّرة على تطبيق أحدث استراتيجيات التدريس، بما تحويه من عناصر مُنظمة في كتاب الطالب، ومقترحات، وإرشادات مناسبة للتدريس في هذا الدليل، علمًا بأنَّ مسألة تطبيقها متروكة لك؛ إذ يُمكن لك اختيار طرائق التدريس المناسبة داخل غرفة الصف؛ فأنت أكثر علمًا بأحوال غرفة الصف، والوسائل والتجهيزات المتوافرة في المدرسة.

في ما يأتي بعض استراتيجيات التدريس الإضافية التي قد تساعد على تقديم الدروس:

التعلُّم المقلوب (Flipped Learning):

يسهم هذا الأسلوب في تعزيز مهارات التعلم الذاتي واستثمار وقت الحصة الصفية استثمارًا كبيرًا والتركيز على المحتوى والمفاهيم العلمية بشكل مكثف. تتيح هذه الاستراتيجية لك إعداد الدروس وإطلاع الطلبة عليها مسبقًا بالاستعانة بالتقنيات الحديثة وشبكة (الإنترنت)، إذ يمكن إرسال مقاطع مرئية (فيديوهات) أو ملفات صوتية أو غيرها من الوسائط إلى الطلبة، والطلب إليهم الاطلاع عليها في المنازل قبل وقت كافٍ من الوقت المخصص لعرض الدرس، عن طريق الوسائل المتاحة لهم (حاسوب، هاتف ذكي، جهاز لوحي). يتعين عليك تجهيز أنشطة متنوعة لتنفيذها في اللقاء الصفّي تهدف إلى تطبيق المفاهيم التي اكتسبها الطلبة ومناقشة المحتوى العام للدرس، وتشمل أنشطة التعلم النشط والاستقصاء، والتجريب، وحل المسائل الرياضية، وبما يعزز مهارات العمل بروح الفريق وتقييم التعلم.

بطاقة الخروج (Exit Ticket):

أسلوب يتضمّن مهمة قصيرة يُنفّذها الطلبة في مرحلة ختام الدرس. وفيه يجب الطلبة عن أسئلة قصيرة مُحدّدة مكتوبة في بطاقات صغيرة، بعد ذلك عليك جمع البطاقات لقراءة الإجابات، ثم التعليق عليها في الحصة التالية، في ما يُمثّل تغذية راجعة يُستند إليها في الحصة اللاحقة.

رفع اليد (إشارة الصمت) (Hand Up):

أسلوب يُستعمل لإدارة الصف. وفيه عليك رفع يدك، فيستجيب الطلبة برفع أيديهم، وإنهاء مناقشتهم فورًا. تُعدّ هذه الاستراتيجية طريقة فاعلة وسريعة للفت انتباه الطلبة، ويُمكن استخدامها في بداية الحصة، أو للإعلان عن انتهاء النشاط. تجدر الإشارة إلى أنّ رفع يدك يجب أن يُقابل باستجابات ثلاث: رفع جميع الطلبة أيديهم من دون استثناء، والتزامهم الصمت التام، والإصغاء.

الرؤوس المُرقّمة (Numbered Heads):

أسلوب يُستعمل لإدارة الصف، وتوزيع المسؤوليات. وهو يهدف إلى إبقاء الطلبة في وضع استعداد دائم، عن طريق الاختيار العشوائي لمشاركاتهم وإجاباتهم عن الأسئلة. ففي العمل الجماعي يكون لكل فرد في المجموعة رقم خاص، وعند طلبك الحصول على إجابة سؤال بصورة عشوائية، يختار الفرد رقمًا من دون أن يعرف زميله/ زميلتها، فيجيب من يقع عليه الاختيار عن السؤال، ويمكن أن يتم ذلك بمساعدة أفراد المجموعة.

أنا أفكّر، نحن نُفكّر (I Think, We Think):

أسلوب يُستعمل لتطوير تفكير الطلبة ضمن مجموعات. وفيه تُعدّ كل مجموعة ورقة تتضمّن جدولًا من عمودين؛ عنوان الأوّل: (أنا أفكّر)، وعنوان الثاني: (نحن نُفكّر). ثم يمكنك توجيه سؤال يجب عنه الطلبة بصورة فردية في العمود الأوّل، ثم يُناقش الطلبة إجاباتهم للاتفاق على إجابة واحدة تُكتَب في العمود الثاني، ويُمكن تغيير الورقة عند الحاجة. يساعد هذا الأسلوب الطلبة على التفكير في الموضوع، وتأمّل التغيير في تفكيرهم نتيجة التحدّث إلى الآخرين.

الألواح الصغيرة (Small Boards):

أسلوب يُستعمل للتقويم. وفيه يُمسك كل طالب/ طالبة بلوح صغير (يُمكن أن يُصنّع من قطعة كرتون مقوّى، أو قطعة خشب صغيرة يُكتَب عليها بالطباشير، أو قطعة كرتون لاصق شفاف يُكتَب عليها بقلم اللوح الأبيض)، ثم يمكنك توجيه سؤال يجب عنه الطلبة بالكتابة على اللوح، ثم رفعه إلى أعلى؛ للتمكن من مشاهدة الإجابات بسهولة. يُسهم هذه الأسلوب في زيادة مشاركة الطلبة؛ لأنهم يجيبون جميعًا في الوقت نفسه من دون إحداث فوضى، ويُسهم أيضًا في التقويم التكويني؛ إذ يمكنك ملاحظة نسبة إجابات الطلبة الصحيحة.

الأعداد الحقيقية

الوحدة

1

مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			ورقة المصادر 1	1
الدرس 1: الجذور التربيعية	<ul style="list-style-type: none"> • إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد. • توظيف مربع العدد والجذر التربيعي لعدد في حل مسائل حياتية. 	<ul style="list-style-type: none"> • الجذر التربيعي. • الجذر التربيعي الرئيس. • المجذور. 	ألواح صغيرة.	3
الدرس 2: الجذور الصماء	<ul style="list-style-type: none"> • تقدير قيمة الجذر التربيعي. 	<ul style="list-style-type: none"> • الجذور الصماء. • إنطاق المقام. 	<ul style="list-style-type: none"> • ألواح صغيرة. • آلة حاسبة علمية. 	4
نشاط مفاهيمي: نظرية فيثاغورس	<ul style="list-style-type: none"> • استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية. 		<ul style="list-style-type: none"> • ورق مربعات. • أفلام ملونة. 	1
الدرس 3: نظرية فيثاغورس	<ul style="list-style-type: none"> • استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية. • حل مسائل حياتية باستعمال نظرية فيثاغورس وعكسها. 	<ul style="list-style-type: none"> • نظرية فيثاغورس. • الوتر. • الساقان. • عكس نظرية فيثاغورس. 	<ul style="list-style-type: none"> • ورقة المصادر 2 • ألواح صغيرة. • خيوط طويلة. • أدوات هندسية. 	3
الدرس 4: الأعداد الحقيقية	<ul style="list-style-type: none"> • تمييز الأعداد النسبية وغير النسبية. • تمثيل الأعداد غير النسبية على خط الأعداد. • حل مسائل حياتية تتضمن العمليات الأربع على الأعداد الحقيقية. 	<ul style="list-style-type: none"> • العدد غير النسبي. • العدد الحقيقي. 	<ul style="list-style-type: none"> • ألواح صغيرة. • آلة حاسبة علمية. • أدوات هندسية. 	4
الدرس 5: الأسس النسبية والجذور	<ul style="list-style-type: none"> • الربط بين الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينها. 	<ul style="list-style-type: none"> • الأس النسبي. • الجذر النوني. • دليل الجذر. 	<ul style="list-style-type: none"> • ألواح صغيرة. • ورقة المصادر 3 	3
الدرس 6: ضرب الأسس النسبية وقسمتها	<ul style="list-style-type: none"> • استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحتوي أسسًا نسبية وتبسيطها. 		<ul style="list-style-type: none"> • ألواح صغيرة. • آلة حاسبة علمية. 	3
الدرس 7: الصيغة العلمية	<ul style="list-style-type: none"> • كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية. • ضرب أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية، وقسمتها. 	<ul style="list-style-type: none"> • الصيغة العلمية. 	ألواح صغيرة.	3
الدرس 8: النسبة المئوية	<ul style="list-style-type: none"> • إيجاد نسب مئوية أكبر من 100% وأصغر من 1% • إيجاد النسبة المئوية للتغير (التزايد أو التناقص). • حل مسائل حياتية على النسبة المئوية. 	<ul style="list-style-type: none"> • النسبة المئوية للتغير. • نسبة الزيادة المئوية. • نسبة النقصان المئوية. • النسبة المئوية العكسية. 	<ul style="list-style-type: none"> • ألواح صغيرة. • ورقة المصادر 4 • ورقة المصادر 5 • آلة حاسبة علمية. 	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			<ul style="list-style-type: none"> • أنبوب تحديد على الزجاج. • فرش للتلوين. • ألوان زجاج. • لوح زجاج. 	1
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				30 حصة

ما أهمية هذه الوحدة؟

للاعداد الحقيقية تطبيقات حياتية كثيرة، منها قياس الأطوال ونسب التغير في الكميات بدقة. ويمكن أيضاً استعمال الأعداد الحقيقية للتعبير عن الكميات الكبيرة جداً أو الصغيرة جداً، مثل قطر الحمض النووي بالصيغة العلمية.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة في هذه الوحدة على ما تعلموه في الصف السابع عن الأعداد النسبية؛ لتعرف الأعداد الحقيقية، ليبدأ الطلبة في هذه الوحدة تعرف الجذور التربيعية والجذور الصماء، ثم سيتعرفون الأعداد غير النسبية.

سيبني الطلبة أيضاً على ما تعلموه في الصف السابع عن قوانين الأسس الصحيحة؛ لتعرف الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينها، وضرب الأسس النسبية وقسمتها.

إضافة إلى ما سبق، سيتعرف الطلبة نظرية فيثاغورس، وكيفية استعمالها لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية، وسيتعرفون أيضاً كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية، وإجراء عمليتي الضرب والقسمة، وسيتعرفون كيفية إيجاد النسب المئوية التي تكون أكبر من 100%، أو أقل من 1%، والنسبة المئوية للتغير، والنسبة المئوية العكسية.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- التمييز بين الأعداد النسبية وغير النسبية.
- توظيف نظرية فيثاغورس وعكسها في حل مسائل حياتية.
- تطبيق قوانين الأسس النسبية في تبسيط مقادير أسية.
- حل مسائل حياتية على النسبة المئوية.

تعلمت سابقاً:

- ✓ تبسيط مقادير عديدة تتضمن أسساً صحيحة بتطبيق أولويات العمليات الحسابية.
- ✓ حل مسائل حياتية باستعمال التناسب والتقسيم التناسبي.
- ✓ حل مسائل على النسبة المئوية تتضمن الخصم أو الضريبة.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصفان العاشر

والثاني عشر العلمي

- كتابة تعابير عددية بأسس نسبية في أبسط صورة.
- كتابة مقادير جبرية نسبية وجذرية في أبسط صورة.
- ضرب المقادير الأسية ذات الأساسات المتشابهة وقسمتها.
- تمييز الأعداد المركبة.
- إجراء العمليات الحسابية الأربع على الأعداد المركبة.
- إيجاد جذري العدد المركب التريبيين.

الصف الثامن

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد.
- تقدير قيمة الجذر التربيعي.
- استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية.
- تمييز الأعداد النسبية وغير النسبية، وتمثيلها على خط الأعداد.
- حل مسائل حياتية تتضمن العمليات الأربع على الأعداد الحقيقية.
- الربط بين الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينها.
- استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحتوي أسساً نسبية وتبسيطها.
- كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية، وإجراء عمليتي الضرب والقسمة عليها.
- حل مسائل حياتية على النسبة المئوية.

الصف السابع

- تعرف الأعداد النسبية وتمثيلها على خط الأعداد.
- كتابة العدد النسبي بالصورة العشرية.
- المقارنة بين الأعداد النسبية وترتيبها.
- إجراء العمليات على الأعداد النسبية.
- تعرف الأسس والقوى الصحيحة، وقواعد ضربها وقسمتها.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى توظيف ما سيتعلمه الطلبة حول الأعداد الحقيقية ونظرية فيثاغورس في رسم زخرفة هندسية على الزجاج.

يهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهاراتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على وجود طلبة من مستويات متفاوتة في كل مجموعة، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب إليهم إنجازه، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبنّي للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبنّي للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام أفراد المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها في أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: الأعداد الحقيقية في الفن

3 استعمل نظرية فيثاغورس لتحديد طول الوتر c . استعمل خيط الأعداد لتحديد c - إذا لزم الأمر - ثم أرسّم الوتر، وأكمل باقي الشكل.

4 أكمل الجدول الآتي بوضع إشارة (✓) أو (X) في الخانة المناسبة:

العدد	نسبي	غير نسبي	جذر أصم	جذر غير أصم
a				
b				
d				
c				

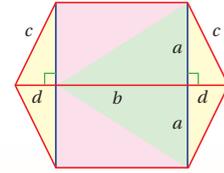


الأدوات اللازمة:

أنبوب تحديد على الزجاج، قُرْش للتلوين، ألوان زجاج، لوح زجاجي

خطوات تنفيذ المشروع:

أختار قياسات مناسبة للشكل أدناه، ثم أرسّمه على الزجاج باتباع الخطوات الآتية:



5 ألون الشكل على الورقة؛ تمهيداً لمحاكاته على الزجاج.

6 أرسّم الشكل على الزجاج محافظاً على القياسات التي اخترتها، وألونه.

1 أختار مربعين كاملين يشكّل جذراهما بُعديّ المستطيل a و b ، ثم أرسّم المستطيلين في الأعلى والأسفل على ورقة.

عرض النتائج: تعرض المجموعات زخارفها على الزجاج وجداولها، وتناقش كيفية اختيار الأطوال.

2 أختار جذراً أصمً ليشكّل المسافة d ، وأستخدم خط الأعداد لتحديده بدقة. أرسّم الضلعين اللذين طول كل منهما d .

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	3	2	1
1	تقدير قيمة جذور تربيعية صماء.			
2	استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد أطوال أضلاع مجهولة.			
3	التمييز بين الأعداد النسبية وغير النسبية.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

3 تقديم نتاج صحيح كامل.

هدف النشاط:

تشجيع الطلبة على استكشاف كيفية توظيف أولويات العمليات للحصول على ناتج محدد.

المواد والأدوات:

ورقة المصادر 1: لعبة الأرقام المتقاطعة.

خطوات العمل:

	+		-		=	4
+		-		-		
	-	1	-		=	-3
÷		×		÷		
	×		÷		=	6
=		=		=		
7		-2		6		

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كل مجموعة بورقة المصادر 1: لعبة الأرقام المتقاطعة.
- أوضح للطلبة المطلوب من النشاط وهو تعبئة المربعات الفارغة بالأرقام 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 أفقيًا وعموديًا للحصول على معادلة صحيحة.
- أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط، وأشجعهم على مناقشة الإجابات المختلفة التي يمكنهم الحصول عليها في حال اتبعوا أولويات العمليات، أم لم يتبعوها.
- أطلب إلى المجموعات تسجيل الإجابات الصحيحة في نسختهم من اللعبة.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل اللعبة مع الصف كاملاً.

✓ **إرشاد:** قد يحتاج بعض الطلبة إلى تذكير بأولويات العمليات الحسابية؛ لذا أذكرهم بها مع تقديم أمثلة لهم على ذلك.

التكليف: يمكن تزويد الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط بالأرقام التي يجب استعمالها في كل سطر، وأطلب إليهم إعادة ترتيبها للحصول على معادلة صحيحة.

توسعة: أوجه الطلبة المتميزين إلى عمل لعبة الأرقام المتقاطعة الخاصة بهم، وتبادلها مع زملائهم/ زميلاتهن.

نتائج الدرس:

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد.
- توظيف مربع العدد والجذر التربيعي لعدد في حل مسائل حياتية.

نتائج التعلم القبلي:

- إيجاد الجذر التربيعي لعدد كلي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبينة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

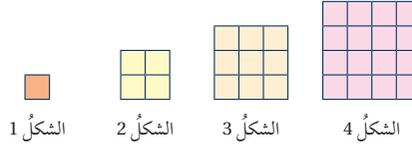
1 التهيئة

- أذكر عديدين أمام الطلبة بصوت مسموع، على أن يكون أحدهما مربعاً كاملاً والآخر مكعباً كاملاً، أو أن يكون الجذر التربيعي أو التكعيبي لأحدهما عدداً صحيحاً والآخر جذره التربيعي أو التكعيبي عدداً غير صحيح، ثم أطلب إلى الطلبة كتابة جملة تصف الفرق بين العديدين على ألواحهم الصغيرة، وأشجعهم على وصف العديدين باستعمال القوى والأسس.
- أطلب إلى الطلبة رفع ألواحهم عالياً، وأقدم لهم التغذية الراجعة على الجمل التي كتبوها.
- مثال: أذكر العديدين 8 و 16، ويمكن أن تكون الإجابة: (8 مكعب كامل، 16 مربع كامل).
- في ما يأتي مجموعة من أزواج الأعداد التي يمكن ذكرها للطلبة:

- a) 121 , 125 b) 27 , 100
c) $\sqrt{49}, \sqrt{8}$ d) $\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{25}$

أستكشف

إذا استمرَّ النمط في الشكل الآتي، فما رقم أول شكلٍ يحتوي أكثر من 180 وحدةً مربعةً؟



فكرة الدرس

أجد قيمة الجذر التربيعي لعدد، وأستخدمه في حل مسائل حياتية.

المصطلحات

الجذر التربيعي، الجذر التربيعي الرئيس، المجذور

الجذر التربيعي (square root) لعدد ما هو أحد عامليه المتساويين. ولأي عددٍ موجبٍ جذرانٍ تربيعيان، أحدهما موجبٌ والآخرُ سالبٌ، ويُسمَّى الموجبُ منهما **الجذر التربيعي الرئيس** (principal square root). ويستعمل رمزُ الجذر التربيعي $\sqrt{\quad}$ للدلالة على الجذر التربيعي الرئيس، ويُسمى العددُ أسفل الجذر **المجذور** (radicand).

المجذور \sqrt{a} رمز الجذر

لغة الرياضيات

يقرأ الرمز \pm موجباً أو سالباً، ويدلُّ على كلا الجذرين التربيعيين للعدد الموجب.

- الجذر التربيعي الرئيس للعدد 64 $\sqrt{64}$
- معكوس الجذر التربيعي الرئيس للعدد 64 $-\sqrt{64}$
- الجذران التربيعيان للعدد 64 $\pm\sqrt{64}$

مثال 1

أجد كلاً مما يأتي:

- 1 $\sqrt{36}$
 $\sqrt{36} = 6$
أجد الجذر التربيعي الموجب للعدد 36
- 2 $\pm\sqrt{1.69}$
 $\pm\sqrt{1.69} = \pm 1.3$
أجد الجذرين التربيعيين للعدد 1.69

تنوع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في التفريق بين مفهومي المربع الكامل والمكعب الكامل؛ لذا أوضح لهم المفهومين، وأقدم لهم الدعم اللازم من خلال مزيد من الأمثلة.
- أطلب إلى الطلبة المتميزين توجيه أسئلة مشابهة لفكرة النشاط على زميلاتهم/ زميلاتهم.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « في النمط الظاهر في المسألة، ما العلاقة بين رقم الشكل وعدد مربعات الوحدة؟ مربع رقم الشكل يساوي عدد مربعات الوحدة.
 - « ما رقم الشكل الذي عدد مربعاته 100؟ 10
 - « ما رقم أول شكل يحتوي أكثر من 180 وحدة مربعة؟ الشكل 14
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.
- لا يقل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال، وأعززه / أعززا كما عززت من قدم الإجابة الصحيحة.

- أوضح للطلبة مفهوم الجذر التربيعي، وأوضح لهم مفهوم الجذر التربيعي الرئيس، وعلاقته برمز الجذر، وأؤكد أن ما داخل الجذر يسمى المجذور.
- أوضح للطلبة أنه لأي عدد جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير الناتج.

إرشاد: ✓ تعلم الطلبة في الصفوف السابقة إيجاد الجذر التربيعي للمربعات الكاملة، أما في هذا الصف فسيتعلمون إيجاد الجذر التربيعي لأي عدد موجب.

أخطاء شائعة:

في الفرع 1 من المثال 1، قد يُخطئ بعض الطلبة بكتابة ناتج $\sqrt{36}$ على الصورة ± 6 ، لذا أوضح لهم أن المطلوب عند استعمال رمز الجذر يكون فقط الجذر التربيعي الرئيس.

الوحدة 1

$$3 \quad -\sqrt{\frac{25}{64}}$$

$$-\sqrt{\frac{25}{64}} = -\sqrt{\left(\frac{5}{8}\right)^2} = -\frac{5}{8}$$

أجدُ الجذرَ التربيعيَّ السالبَ للعدد $\frac{25}{64}$

✓ **أتتحقق من فهمي:**

$$4 \quad \sqrt{81} = 9$$

$$5 \quad -\sqrt{1.96} = -1.4$$

$$6 \quad \pm\sqrt{\frac{4}{121}} = \pm\frac{2}{11}$$

يمكنني استعمال تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب في حل معادلات تتضمن متغيرات مربعة، فإذا كان $n^2 = c$ فإن $n = \pm\sqrt{c}$

مثال 2

أحلُّ كلاً من المعادلات الآتية، وأتتحقق من صحة الحل:

$$1 \quad x^2 = 144$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \pm\sqrt{144}$$

$$= \pm 12$$

المعادلة الأصلية

تعريف الجذر التربيعي

أجدُ قيمة الجذر

✓ **أتتحقق من صحة الحل:**

عندما $x = -12$

$$(-12)^2 \stackrel{?}{=} 144$$

$$144 = 144 \quad \checkmark$$

عندما $x = 12$

$$(12)^2 \stackrel{?}{=} 144$$

$$144 = 144 \quad \checkmark$$

$$2 \quad t^2 = \frac{1}{36}$$

$$t^2 = \frac{1}{36}$$

$$t = \pm\sqrt{\frac{1}{36}}$$

$$= \pm\frac{1}{6}$$

المعادلة الأصلية

تعريف الجذر التربيعي

أجدُ قيمة الجذر

✓ **أتتحقق من صحة الحل:**

عندما $x = -\frac{1}{6}$

$$\left(-\frac{1}{6}\right)^2 \stackrel{?}{=} \frac{1}{36}$$

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{36} \quad \checkmark$$

عندما $x = \frac{1}{6}$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \stackrel{?}{=} \frac{1}{36}$$

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{36} \quad \checkmark$$

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أذكر الطلبة بمفهوم المعادلة، وأوضح لهم إمكانية استعمال تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب في حل معادلات تتضمن متغيرات مربعة.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحل، بتعويض الناتج في المعادلة الأصلية.

تنويع التعليم:

يمكن تحفيز الطلبة المتميزين على حل المعادلات الواردة في المثال 2 ذهنياً، بالتفكير بالعدد الذي يعطي الناتج في المسألة عند تربيعه، وتوجيههم إلى التفكير بالأعداد الموجبة والسالبة.

تحقق من فهمي: 

3 $y^2 = 2.25 \quad y = \pm 1.5$

4 $x^2 = \frac{16}{169} \quad x = \pm \frac{4}{13}$

يُستعمل الجذر التربيعي الموجب عادةً في المواقف الحياتية والعملية.

مثال 3: من الحياة 



أهرام: هرم الشمس في المكسيك ثالث أكبر هرم في العالم، قاعدته مربعة الشكل مساحتها 50625 m^2 ، أجد طول ضلع قاعدتي.

الخطوة 1 أكتب المسألة على صورة معادلة.

أفرض أن x طول ضلع قاعدة الهرم، وبما أن القاعدة مربعة الشكل، فإن مساحتها تساوي مربع طول الضلع.

$$A = x^2 \quad \text{مساحة المربع}$$

$$x^2 = 50625 \quad \text{أعوض لأكون معادلة}$$

الخطوة 2 أبحث عن عاملين متساويين.

لحل المعادلة، أبحث عن عاملين متساويين للعدد 50625، وذلك بتحليله إلى عوامله الأولية:

$$50625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \quad \text{أحلل العدد إلى عوامله الأولية}$$

$$= (5 \times 5 \times 3 \times 3) (5 \times 5 \times 3 \times 3) \quad \text{الخاصية التجميعية}$$

$$= 225 \times 225 \quad \text{أضرب}$$

الخطوة 3 أجد طول ضلع قاعدة الهرم.

لإيجاد طول ضلع قاعدة الهرم أحل المعادلة $x^2 = 50625$

$$x^2 = 50625 \quad \text{أكتب المعادلة}$$

$$x = \pm \sqrt{50625} \quad \text{تعريف الجذر التربيعي}$$

$$x = \pm 225 \quad \text{أجد قيمة الجذر}$$

وبما أن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا، إذن، طول ضلع قاعدة الهرم هو $\sqrt{50625}$ ويساوي 225 m

- أوضح للطلبة أهمية استعمال الجذر التربيعي الموجب في كثير من المواقف الحياتية.
- ناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: في المثال 3، وفي خطوة البحث عن عاملين متساويين، أذكر الطلبة بأهمية تحليل الأعداد الكبيرة إلى عواملها الأولية لإيجاد جذورها التربيعية.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تحليل الأعداد إلى عواملها الأولية، لذا أذكرهم بهذه المهارة باستعمال أمثلة بسيطة.

4 التدريب

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-14) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (19 – 24).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أسّتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 16, 17, 22 كتاب التمارين: (1 – 12)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 15, 17, 20, 21, 22, 24 كتاب التمارين: 8, 10, 12, 13, 15
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 15 – 17, 20, (21 – 24) كتاب التمارين: 16

إرشاد: قد يختلف تصنيف الطلبة من درس إلى آخر تبعاً لأدائهم. فمثلاً، قد يكون أداء أحد الطلبة دون المتوسط في درس، وفوق المتوسط في درس آخر.

الوحدة 1



أتحقّق من فهمي:
صورة مربعة الشكل مساحتها 3136 cm^2 ، أرادت ريماً وضعها في برواز مربع الشكل طول ضلعيه الداخلي 58 cm ، هل يمكنها ذلك؟ أبرّر إجابتي.
يمكن لأن طول ضلع الصورة 56 cm أقل من طول ضلع البرواز الداخلي 58 cm

أدرب وأحل المسائل

أجد كلاً ممّا يأتي:

1 $\sqrt{\frac{49}{169}} \frac{7}{13}$

2 $-\sqrt{2.56} -1.6$

3 $\pm\sqrt{576} \pm 24$

4 $\sqrt{0.0001} 0.01$

أجد قيمة كل ممّا يأتي، مبرّراً إجابتي:

5 $(\sqrt{81})^2 81$

6 $(-\sqrt{0.01})^2$

لأن مربع جذر عدد يساوي العدد نفسه.

7 $\frac{\sqrt{100-36}}{\sqrt{16}} 2$

8 $\sqrt{0.25+1.44} 1.3$

(أنظر تبرير الطلبة).

(أنظر تبرير الطلبة)

9 $\sqrt{2.61-0.36} 1.5$

10 $0.4^2 + \sqrt{1.96} 1.56$

(أنظر تبرير الطلبة).

(أنظر تبرير الطلبة).

أحلّ كلاً من المعادلات الآتية، وأتحقّق من صحة الحلّ:

في الأسئلة (11–13) أنظر تحقق الطلبة.

11 $t^2 = \frac{64}{100}$
 $t = \pm \frac{8}{10}$

12 $y^2 = 0.0144$
 $y = \pm 0.12$

13 $\sqrt{y} = \frac{3}{5}$
 $y = \frac{9}{25}$

14 **بناءً:** بلطّ بناءً أرضية غرفة مربعة الشكل بـ 75 بلاطة بيضاء و 75 بلاطة صفراء و 75 بلاطة بُيَّنة. ما عدد البلاطات التي تشكّل طول ضلع قاعدة الغرفة؟

15

إرشاد

أسّتعلم الحقيقة
 $576 = 4 \times 9 \times 16$
لحلّ المسألة 3

6) 0.01 ؛ لأن مربع جذر عدد يساوي العدد نفسه ومربع السالب موجب.

إرشاد

لحلّ المعادلة في المسألة 13، أجد مربع طرفي المعادلة.

إرشادات:

- في السؤال 14، أوجه الطلبة إلى إيجاد مجموع البلاطات أولاً، ثم تحديد طول ضلع قاعدة الغرفة بإيجاد الجذر التربيعي لعدد البلاطات الكلي.
- ألفت انتباه الطلبة إلى قراءة محتوى الصناديق الهامشية في بند (مهارات التفكير العليا)، وأبين لهم أهميتها في مساعدتهم على حل الأسئلة.

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة استعمال أرقام العدد 1991، والعمليات: $+$ ، $-$ ، \times ، \div ، والأقواس، للحصول على الأعداد 1, 2, 3, 4, 5, ..., 20

إجابات ممكنة:

$$1 + \sqrt{9} = 4, \sqrt{9} + \sqrt{9} = 6$$

✓ إرشاد: أوجه الطلبة إلى إيجاد الأعداد

باستعمال أكبر عدد من الطرائق الممكنة.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا

أوجه الطلبة إلى استعمال الآلة الحاسبة العلمية للتحقق من نواتج الأسئلة في فقرة (تدرب وأحل المسائل).

تعليمات المشروع

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، ثم أطلب إلى أفراد كل مجموعة البدء بتحضير المشروع.
- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 1 من خطوات المشروع.

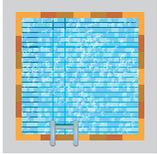
- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّث من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أجد كلاً مما يأتي:

$$1 \quad \sqrt{324} = \dots\dots\dots 18$$

$$2 \quad \sqrt{20^2 - 16^2} = \dots\dots\dots 12$$

$$3 \quad \sqrt{1^3 + 2^3} = \dots\dots\dots 3$$



15 **مسابيح:** مسيخ مربع الشكل، مساحته 169 m^2 ، يحيط به ممر عرضه 1 m . أجد محيط الممر. 60

أضع إشارة $>$ أو $<$ أو $=$ في \square لتكون عبارة صحيحة في كل مما يأتي:

$$16 \quad \sqrt{2.61 - 0.65} < 1.6$$

$$17 \quad 1.3^2 > \sqrt{1.27 + 1.29}$$

$$18 \quad \sqrt{0.81} > 0.9^2$$

$$19 \quad \sqrt{1.24 + 0.2} = 1.2$$

20 **أنماط:** أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة. 14

مهارات التفكير العليا

أفكر

ما العلاقة بين عدد المقاعد على طول ضلع المربع الكبير وعدد المقاعد على طول ضلع المربع الصغير؟

21 **تبرير:** في حفل تخريج للطلبة في إحدى الجامعات، وُزعت المقاعد على 4 أقسام كل منها على شكل مربع فيه العدد نفسه من المقاعد، لتشكل الأقسام الأربعة معاً مربعاً كبيراً. إذا كان في أحد الأقسام 625 مقعداً، فما عدد المقاعد الموضوعة على ضلع المربع الكبير؟ أبرر إجابتي. 50، أنظر تبرير الطلبة.

22 **تبرير:** هل يمكن إيجاد $\sqrt{-100}$ ؟ أبرر إجابتي.

لا، لا يوجد عدد مربعه سالب ضمن مجموعات الأعداد التي يعرفها الطلبة.

23 **تحذّر:** قررت مصممة تغطية أرضية مسرح مربعة الشكل بنوع خاص من الخشب سعر المتر المربع الواحد منه 4 JD، فبلغت التكلفة 1024 JD. أجد طول المسرح. 16 متر

24 **أكتشف الخطأ:** يقول مالك: إن $\sqrt{64} = \pm 8$ ؛ لأن $(\pm 8)^2 = 64$. هل ما يقوله مالك صحيح؟ أبرر إجابتي. خطأ، لأن رمز الجذر يستعمل للدلالة على الجذر التربيعي الرئيس.

25 **أكتب:** كيف أجد الجذر التربيعي لعدد ما؟ أنظر إجابات الطلبة.

✓ إرشادات:

- في الأسئلة من (19 - 16)، أذكر الطلبة بإيجاد نواتج العمليات أولاً، ثم إجراء عملية المقارنة.
- في السؤال 22 (تبرير)، أقدم المسألة للطلبة بطريقة أخرى، مثل: هل يوجد عدد مربعه الكامل -100 ؟
- في السؤال 23 (أكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بأن رمز الجذر التربيعي يستعمل للدلالة على الجذر التربيعي الرئيس.

نتائج الدرس:

- تقدير قيمة الجذر التربيعي.

نتائج التعلم القبلي:

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أذكر أعدادًا مختلفة أمام الطلبة، وأطلب إليهم التصنيف عندما أذكر مربعًا كاملًا، وتسجيله على دفاترهم.
- عندما أنتهي من ذكر الأعداد، أطلب إلى الطلبة ذكر الجذر التربيعي لكل مربع كامل ذكرته.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:
 - « ماذا نعني بطول الموجة؟ هو المسافة بين قمتين.
 - « ما المعادلة التي تمثل العلاقة بين سرعة سلسلة من الموجات والطول الموجي؟ $2\pi s^2 = 9.8 L$
 - « كيف يمكن إيجاد سرعة سلسلة من الموجات طولها الموجي 6 m؟ بتعويض 6 في المعادلة مكان L ، ثم نحل المعادلة الناتجة.

أستكشف

تمثل المعادلة $2\pi s^2 = 9.8 L$ العلاقة بين سرعة سلسلة من الموجات s بالمتري لكل ثانية في المياه العميقة، وطول الموجة L بالأمتر. أجد سرعة سلسلة من الموجات طولها الموجي 6 m؟



فكرة الدرس

أقدر قيمة الجذر التربيعي.

المصطلحات

الجذور الصماء، إنطاق المقام.

الجذور الصماء (surds) هي جذور لا يمكن إيجاد قيمة دقيقة لها، فمثلًا $\sqrt{3}$ جذر أصم لعدم وجود إجابة دقيقة له؛ لأن 3 ليس مربعًا كاملًا، أما $\sqrt{4}$ فيمكن إيجاد قيمة دقيقة له وهي 2؛ لأنه مربع كامل، إذن فهو ليس جذرًا أصمًا. ولكن يمكن تقدير قيمة الجذور الصماء باستعمال طرائق عدّة منها: خط الأعداد، والآلة الحاسبة.

مثال 1

أقدر قيمة $\sqrt{55}$ لأقرب عدد صحيح.

الطريقة 1: خط الأعداد

الخطوة 1 أجد مربعين كاملين يقع بينهما العدد 55 ويكونان أقرب ما يمكن إليه.

- أكبر مربع كامل أقل من 55 هو 49
- أصغر مربع كامل أكبر من 55 هو 64

إذن، العدد 55 يقع بين المربعين الكاملين 49 و 64، ويمكن التعبير عن هذه الجملة على النحو الآتي:

$$49 < 55 < 64$$

الخطوة 2 أجد الجذر التربيعي لكل عدد.

$$\begin{aligned} 49 < 55 < 64 \\ \sqrt{49} < \sqrt{55} < \sqrt{64} \\ 7 < \sqrt{55} < 8 \end{aligned}$$

أكتب المتباينة

أجد الجذر التربيعي لكل عدد

أبسط

- ناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أوضح للطلبة مفهوم الجذور الصماء، وأعزز التعريف بمجموعة من الأمثلة على جذور صماء، وأخرى ليست صماء.
- أبين للطلبة أنه لا يمكن إيجاد قيمة دقيقة للجذر الأصم، ولكن يمكن تقدير قيمته باستعمال الآلة الحاسبة، وخط الأعداد.
- ناقش الطلبة في حل مثال 1 على اللوح بطريقة خط الأعداد، وأبين لهم الخطوات التفصيلية لتقريب الجذر التربيعي للعدد 55.
- ناقش مع الطلبة كيفية استعمال الآلة الحاسبة لتقدير الجذر التربيعي.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة تقدير الجذر التربيعي لعدد موجب.

إرشادات:

- أشجع الطلبة على حفظ مربعات الأعداد حتى 20×20 لأهميتها في عملية التقدير.
- أوضح للطلبة أهمية استعمال خط الأعداد لتقدير الجذور التربيعية للأعداد الموجبة في حال عدم توافر الآلة الحاسبة.

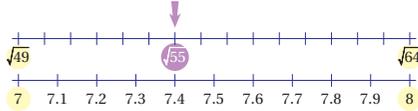
أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة عند تقدير الجذر التربيعي لعدد موجب، بعدم حصر العدد بين أقرب مربعين كاملين له، وإنما يكون حصره بين مربعين بعيدين عنه، وهذا يؤثر في عملية التقريب.

الخطوة 3 استعمل خط الأعداد لتحديد أفضل تقدير.



• أعين الجذرين على خط الأعداد.

• ألاحظ أن 55 أقرب إلى 49 منه إلى 64



إذن، $\sqrt{55}$ أقرب إلى 7 منه إلى 8

لذا فإن أفضل تقدير لـ $\sqrt{55}$ لأقرب عدد صحيح هو 7

الطريقة 2: الآلة الحاسبة

يمكن استعمال الآلة الحاسبة لتقدير $\sqrt{55}$ بالضغط على الأزرار الآتية:

$\sqrt{\quad}$ 55 s \leftrightarrow d 7.416198487

إذن، أفضل تقدير لـ $\sqrt{55}$ لأقرب عدد صحيح هو 7

تحقق من فهمي:

أقدر قيمة كل جذر تربيعي مما يأتي لأقرب عدد صحيح باستعمال خط الأعداد والآلة الحاسبة:

1. $\sqrt{83}$ 2. $\sqrt{125}$ 3. $\sqrt{160}$
 13، أنظر تقدير الطلبة على خط الأعداد. 11، أنظر تقدير الطلبة على خط الأعداد. 9، أنظر تقدير الطلبة على خط الأعداد.

يكون المقدار الجذري في أبسط صورة حين لا يحتوي:

- جذراً في المقام.
- مجذوراً أحد عوامله مربع كامل باستثناء العدد 1
- مجذوراً على صورة كسر.

ويمكن تبسيط الجذور التربيعية الصماء باستعمال خواص ضرب الجذور التربيعية وقسمتها.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكْرِر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أوضح للطلبة مفهوم المقدار الجذري وشروط كونه في أبسط صورة، ثم أقدم لهم خواص ضرب الجذور التربيعية وقسمتها التي يمكن استعمالها لتبسيط الجذور.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأوضح لهم أهمية تحليل العدد أسفل الجذر إلى عاملين أحدهما أكبر مربع كامل ممكن.
- أؤكد للطلبة أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تبسيط المقادير الجذرية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم الدعم اللازم.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة عند إنطاق المقام في مقدار جذري بضرب المقام فقط؛ لذا أوضح لهم أهمية ضرب البسط والمقام للحصول على كسور متكافئة.

الوحدة 1

خواص ضرب الجذور التربيعية وقسمتها

مفهوم أساسي

• بالرموز:

• مثال:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a, a \geq 0$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}, a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{9 \times 7} = \sqrt{9} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt{\frac{11}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

التحليل

لتبسيط جذر أصم على الصورة $\sqrt{a}, a \geq 0$ أحلل العدد الواقع تحت رمز الجذر، على أن يكون أحدهما أكبر مربع كامل ممكن، ثم أطبق خاصية ضرب الجذور التربيعية.

وللحصول على مقدار جذري لا يحتوي مقامه جذراً أصم، نضرب البسط والمقام في هذا الجذر الأصم، وتسمى هذه العملية **إنطاق المقام** (rationalizing the denominator).

مثال 2

أبسط كلاً مما يأتي:

1 $\sqrt{675}$

$$\begin{aligned}\sqrt{675} &= \sqrt{225 \times 3} \\ &= \sqrt{225} \times \sqrt{3} \\ &= 15\sqrt{3}\end{aligned}$$

أحلل العدد 675 إلى عاملين أحدهما مربع كامل
خاصية ضرب الجذور التربيعية
أبسط

2 $\sqrt{\frac{48}{81}}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{48}{81}} &= \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{81}} \\ &= \frac{\sqrt{16 \times 3}}{\sqrt{81}} \\ &= \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{3}}{\sqrt{81}} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{9}\end{aligned}$$

خاصية قسمة الجذور التربيعية
أحلل العدد 48 إلى عاملين أحدهما مربع كامل
خاصية ضرب الجذور التربيعية
أبسط

3 $\frac{14}{\sqrt{7}}$

$$\begin{aligned}\frac{14}{\sqrt{7}} &= \frac{14}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{14\sqrt{7}}{7} \\ &= 2\sqrt{7}\end{aligned}$$

أنطق المقام

خاصية ضرب الجذر في نفسه

أبسط

أتدقق من فهمي: 

4 $\sqrt{192}$ $8\sqrt{3}$

5 $\sqrt{\frac{180}{25}}$ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

6 $\frac{30}{\sqrt{6}}$ $5\sqrt{6}$

يُستعمل تبسيط الجذور الصّماء وتقديرها في كثير من المواقف الحياتية التي لا يمكن إيجاد إجابة دقيقة لها.

مثال 3: من الحياة 



زراعة: اشترى سمير 6 أكياس من السماد الطبيعي يكفي الواحد منها لتغطية مساحة مقدارها 156 m^2 . أقدّر طول ضلع أكبر مربع من الأرض يمكن أن تغطيه هذه الكمية من السماد.

لتقدير طول ضلع أكبر مربع من الأرض يمكن أن تغطيه كمية السماد التي اشتراها سمير، أجد المساحة المربعة التي تغطيها كمية السماد الكلية، وذلك بضرب عدد الأكياس في مساحة ما يغطيه الكيس الواحد.

الخطوة 1 أجد المساحة المربعة التي تغطيها كمية السماد الكلية.

$$6 \times 156 = 936 \quad \text{عدد الأكياس} \times \text{مساحة ما يغطيه الكيس الواحد}$$

إذن، تغطي كمية السماد كلها مساحة مقدارها 936 m^2

الخطوة 2 أجد طول ضلع مربع الأرض الذي تغطيه كمية السماد كلها.

أفرض أن s طول ضلع مربع الأرض الذي مساحته 936 m^2

$$A = s^2 \quad \text{مساحة المربع}$$

$$s = \sqrt{A} \quad \text{طول الضلع يساوي الجذر التربيعي للمساحة}$$

- أوضح للطلبة أهمية استعمال الجذر التربيعي الموجب في كثير من المواقف الحياتية، ثم أطلب إليهم ذكر بعضها.

- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: في المثال 3، في خطوة إيجاد الجذر التربيعي للعدد 936، أذكر الطلبة بأهمية البحث عن عاملين للعدد 936، أحدهما أكبر مربع كامل ممكن.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين تقدير طول ضلع المربع في المثال 3 باستعمال خط الأعداد.

المفاهيم العابرة للمواد 

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي المثال 3، أعزز الوعي البيئي لدى الطلبة بأهمية استعمال الأسمدة العضوية في الزراعة.

- أذكر الطلبة بقواعد جمع الحدود الجبرية وطرحها، وأبين لهم إمكانية جمع الجذور التربيعية الصماء وطرحها بالطريقة نفسها.
- ناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأوضح لهم أهمية استعمال قواعد ضرب وقسمة الجذور التربيعية إضافة إلى قواعد جمع الجذور الصماء وطرحها في إيجاد الناتج في أبسط صورة.
- أذكر الطلبة بخاصية التوزيع، وأقدم لهم أمثلة بسيطة لتذكيرهم بها.
- ناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح، وأكد أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشادات:

- أطلب إلى الطلبة ذكر أمثلة على جذور متشابهة وأخرى غير متشابهة قبل البدء بحل المثال 4؛ لما لذلك من أثر في تعزيز المفهوم لديهم.
- يُفضّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال 5 في خطوة التوزيع؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيل عملية توزيع الضرب على الجمع، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعد الطلبة عند حل المسائل بجمع جذرين غير متشابهين وطرحهما؛ لذا أوضح لهم أهمية التحقق من تساوي المجذور في كل من الجذور المراد جمعها أو طرحها.

الوحدة 1

الأمثلة

إيجاد مربع العدد والجذر التربيعي له عمليتان عكسيتان.

$$\begin{aligned} &= \sqrt{936} \\ &= \sqrt{36 \times 26} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{26} \\ &= 6\sqrt{26} \end{aligned}$$

$$A = 936$$

أحلل العدد 936 إلى عاملين أحدهما مربع كامل خاصة ضرب الجذور التربيعية أبسط

الخطوة 3 أقدّر طول ضلع المربع.

أستعمل الآلة الحاسبة لتقدير طول ضلع المربع:

$$6 \sqrt{26} \text{ s} \Leftrightarrow d \quad 30.59411708$$

إذن، طول ضلع مربع الأرض الذي تكفي لتغطيته كمية السماد التي اشتراها سميّر 30 m تقريباً.

أتحقق من فهمي:

3.8 s



جسور: تمثل المعادلة $t = \sqrt{\frac{2d}{9.8}}$ العلاقة بين الزمن t بالثواني والارتفاع بالأمتر d الذي سقط منه جسم سقوطاً حراً. أجد الزمن اللازم ليصل جسم إلى سطح الأرض سقط من جسر وادي الغفر في محافظة إربد البالغ ارتفاعه عن سطح الأرض 72 m

يمكن جمع الجذور التربيعية الصماء وطرحها بطريقة مشابهة لجمع الحدود الجبرية وطرحها، بشرط أن يتساوى المجذور في كل منها.

$3\sqrt{5}, 5\sqrt{3}$ جذران غير متشابهين

$3\sqrt{5}, 7\sqrt{5}$ جذران متشابهان

مثال 4

أبسط كلاً مما يأتي:

1 $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

$$\begin{aligned} \sqrt{20} + \sqrt{45} &= \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{9} \times \sqrt{5} \\ &= 2 \times \sqrt{5} + 3 \times \sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

أحلل
خاصية ضرب الجذور التربيعية
 $\sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$
أجمع

أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

$$2 \quad \sqrt{12} - 6\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{12} - 6\sqrt{3} &= \sqrt{4 \times 3} - 6\sqrt{3} && \text{أحلّل} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 6\sqrt{3} && \text{خاصية ضرب الجذور التربيعية} \\ &= 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} && \sqrt{4} = 2 \\ &= -4\sqrt{3} && \text{أطرح} \end{aligned}$$

$$3 \quad 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} &= (5+2-3)\sqrt{7} && \text{أجمع المعاملات وأطرحها} \\ &= 4\sqrt{7} && \text{أبسط} \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي:

$$4 \quad \sqrt{243} + \sqrt{48} \quad 13\sqrt{3}$$

$$5 \quad 2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \quad -2\sqrt{3}$$

$$6 \quad 4\sqrt{98} + 5\sqrt{2} \quad 33\sqrt{2}$$

يمكن تبسيط بعض المقادير العددية التي تحوي جذوراً صمّاء وعمليات باستعمال خاصية التوزيع وخواص ضرب الجذور التربيعية وقسمتها.

مثال 5

أبسط كلاً ممّا يأتي:

$$1 \quad \sqrt{3}(2 - \sqrt{7})$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3}(2 - \sqrt{7}) &= 2\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{7} && \text{خاصية التوزيع} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{21} && \text{خاصية ضرب الجذور التربيعية} \end{aligned}$$

$$2 \quad (5 + \sqrt{6})^2$$

$$\begin{aligned} (5 + \sqrt{6})^2 &= (5 + \sqrt{6})(5 + \sqrt{6}) && \text{تعريف المربع الكامل} \\ &= 25 + 5\sqrt{6} + 5\sqrt{6} + \sqrt{6}\sqrt{6} && \text{خاصية التوزيع} \\ &= 25 + 5\sqrt{6} + 5\sqrt{6} + 6 && \text{خاصية ضرب الجذر في نفسه} \\ &= 31 + 10\sqrt{6} && \text{أجمع} \end{aligned}$$

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (19 – 17).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أسّعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 16 كتاب التمارين: 16, 7, (10-12), (1-5)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 14-17 كتاب التمارين: (6-16)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 16-19 كتاب التمارين: 16, 17, (6-9)

الإثراء

5

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة إيجاد أعداد صحيحة جذورها محصورة بين 2 و 3، وبين 3 و 4، وبين 6 و 7، وبين 8 و 9

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

الوحدة 1

أتحقّق من فهمي:

3 $\sqrt{2}(\sqrt{8}-1) 4-\sqrt{2}$

4 $(\sqrt{7}-3)^2 16-6\sqrt{7}$

أُتدرب وأحل المسائل

أقدّر قيمة كلّ جذرٍ ممّا يأتي لأقرب عددٍ صحيحٍ باستعمال خطّ الأعداد والآلة الحاسبة:

1 $\sqrt{17}$ 4

2 $\sqrt{44}$ 7

3 $\sqrt{70}$ 8

4 $\sqrt{93}$ 10

أكتب كلّ من المقدّير العدديّة الآتية بأبسط صورة:

5 $\sqrt{405}$ $9\sqrt{5}$

6 $\sqrt{\frac{132}{99}}$ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

7 $\frac{6}{\sqrt{18}}$ $\sqrt{2}$

8 $(4+\sqrt{3})(5-\sqrt{27}) 11-7\sqrt{3}$

9 $4\sqrt{2}-7\sqrt{2}+\sqrt{2}$ $-2\sqrt{2}$

10 $\frac{1}{\sqrt{20}}+\sqrt{81}$ $9+\frac{\sqrt{5}}{10}$

11 $(6+\sqrt{3})^2$ $39+12\sqrt{3}$

12 $\sqrt{12}-43+2\sqrt{9}$ $2\sqrt{3}-37$



13 **فيزياء:** تمثل الصيغة $\frac{375}{\sqrt{c}}$ عدد التذبذبات الناتجة عن حركة بندول ساعة طوله \sqrt{c} in في الدقيقة، أقدّر عدد تذبذبات بندول إذا كانت $c = 45$ in 56

معلومة

يُعدّ بندول الساعة أحد الاختراعات الإسلامية الكبرى التي غيّرت مسار الحضارة الإنسانية. ومنذُ عُرِفَ البندول تطوّرت آلات حساب الوقت بسرعة.

إرشاد:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أُتدرب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي في المنزل، والاستمتاع بمسائل تبسيط الجذور الصماء؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية:



إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح؛ ليسهل عليهم حل المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 2 من خطوات المشروع.

الختام

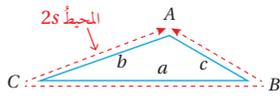
6

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتأكد من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
« أقدّر قيمة كل جذر مما يأتي لأقرب عدد صحيح باستعمال خط الأعداد:

1 $\sqrt{11}$ 3

2 $\sqrt{34}$ 6

3 $\sqrt{118}$ 11



مساحة: يمكن حساب مساحة مثلث باستعمال الصيغة $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ، حيث a و b و c أطوال أضلاع المثلث و s نصف المحيط.

14 أجد مساحة مثلث أطوال أضلاعه 6 و 8 و 10 24

15 هل مساحة المثلث الناتجة عن الفرع السابق تمثل جذراً أصمّ أم لا؟ أبرر إجابتي. لا، لأن الإجابة 24 وهي قيمة محددة.



16 **قوقعة:** يتكرّر وجود المستطيل الذهبي في قوقعة نوتيلوس البحري، إذا علمت أنّ نسبة طول المستطيل الذهبي إلى عرضه تساوي $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ فأقدر قيمة هذه النسبة. 1.6

معلومة

النسبة الذهبية هي نسبة ثابتة بين كميتين، وتظهر في الطبيعة كثيراً. ويسمى المستطيل الذي تحقق نسبة طوله إلى عرضه هذه النسبة مستطيلاً ذهبياً.

مهارات التفكير العليا

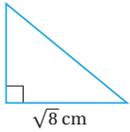
17 **مسألة مفتوحة:** إذا كان عدداً صحيحاً موجباً أقل من 10، فأجد قيمة حيث:

$$2.8 < \sqrt{\square} < 4$$

أية قيمة أكبر من 7.84 وأقل من 10

18 **تحذّر:** أجد الحدّين: الأول، والثاني من المتتالية الآتية:

$$-3\sqrt{5} + 4\sqrt{3}, \sqrt{5} - 2\sqrt{3}, 3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}, 5\sqrt{5} - 8\sqrt{3}, -\sqrt{5} + \sqrt{3}$$



19 **تبرير:** أجد ارتفاع المثلث المجاور الذي مساحته $4 + \sqrt{2} \text{ cm}^2$ بأبسط صورة، مبرراً إجابتي. $2\sqrt{2} + 1$ أنظر تبرير الطلبة.

أتذكّر

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times$ القاعدة \times الارتفاع

20 **أكتب:** كيف أقدّر قيمة الجذر التربيعي لعدد؟ أنظر إجابات الطلبة.

20

توسعة: في السؤال 16 أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن النسبة الذهبية، وكتابة فقرة قصيرة عنها.

إرشادات

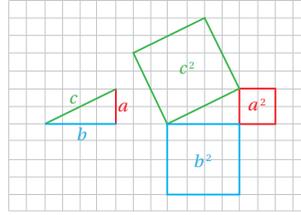
- في السؤال 14، أطلب إلى الطلبة استعمال قانون مساحة المثلث الذي يعرفونه سابقاً.
- في السؤال 17 (مسألة مفتوحة)، أطلب للطلبة وجود أكثر من إجابة صحيحة، وأشجعهم على ذكر أكبر عدد منها.
- في السؤال 19 (تحذّر)، أوجه الطلبة إلى استعمال قواعد ضرب الجذور وقسمتها، لإيجاد ارتفاع المثلث في أبسط صورة.

الهدف: استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية.

نشاط

الخطوة 1 أرسم مثلثًا قائم الزاوية.

• أرسم مثلثًا قائم الزاوية على ورقة مربعات، وأسمي أقصر ضلعين a و b والضلع الأطول c ، كما في الشكل المجاور.



الخطوة 2 أرسم مربعًا على كل ضلع.

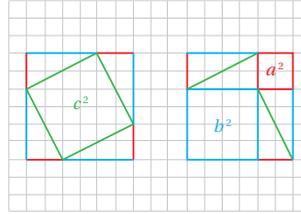
• أرسم مربعًا على كل ضلع من أضلاع المثلث، وأسمي مساحات المربعات الثلاثة: a^2 , b^2 , c^2 ، كما في الشكل المجاور.

الخطوة 3 أقص وأعيد الترتيب.

• أقص المربعات الثلاثة.

• أنسخ من المثلث القائم الزاوية ثمان نسخ، ثم أقصها.

• أعيد ترتيب الأشكال لتكوين مربعين متطابقين كبيرين كما في الشكل المجاور.



أحلل النتائج:

- معتمدًا المربعين الكبيرين المتطابقين الناتجين من النشاط؛ أصف العلاقة بين a^2 و b^2 و c^2 يساوي مجموع a^2 و b^2
- أستعمل النتيجة التي توصلت إليها في الفرع السابق لكتابة معادلة تصف العلاقة بين a^2 و b^2 و c^2 $c^2 = a^2 + b^2$

أفكر:

كيف يمكن استعمال المعادلة التي توصلت إليها في إيجاد طول الضلع الأطول في مثلث قائم الزاوية، إذا كان طول ضلعيه الآخر 6 cm , 8 cm ؟
أنظر إجابات الطلبة.

21

هدف النشاط:

استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية.

المصادر والأدوات:

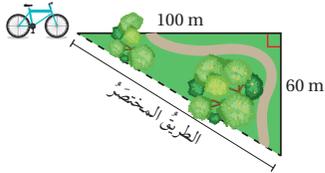
ورق مربعات، أقلام ملونة.

خطوات العمل:

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كل مجموعة بالأدوات اللازمة.
- أوضح للمجموعات الهدف من النشاط، وهو استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث قائم الزاوية، ثم أطلب إليهم رسم مثلث قائم الزاوية على ورقة المربعات الخاصة بهم.
- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ خطوات النشاط، وأقدّم لهم الدعم اللازم.
- أوجّه أفراد المجموعات إلى الإجابة عن أسئلة بند (أحلل النتائج)، ثم أناقشهم في ما توصلوا إليه من نتائج، وأطلب إليهم كتابة قاعدة عامة - بعبارتهم الخاصة - عن العلاقة بين مربعات أطوال الأضلاع.
- أطلب إلى المجموعات كتابة معادلة تصف القاعدة التي توصلوا إليها.
- أطلب إلى أفراد المجموعات حل الأسئلة في بند (أفكر)، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

إرشاد: يمكن توجيه الطلبة إلى استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية باستعمال شبكة (الإنترنت) عن طريق مسح الرمز الآتي:





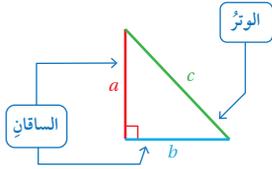
أستكشف
أراد خالد الخروج من الحديقة راكباً دراجته الهوائية مسافراً بالطريق المختصر كما يظهر في الشكل المجاور. ما طول الطريق المختصر؟

فكرة الدرس

أستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية.

المصطلحات

نظرية فيثاغورس، الوتر، الساقان، عكس نظرية فيثاغورس

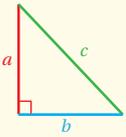


المثلث القائم الزاوية هو مثلث إحدى زواياه قائمة. ويسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة **الوتر** (hypotenuse)، وهو الضلع الأطول في المثلث. ويسمى الضلعان الآخران **الساقين** (legs)، وهما الضلعان اللذان يشكلان القائمة.

تصف **نظرية فيثاغورس** (pythagorean theorem) العلاقة بين طولَي الساقين وطول الوتر في المثلث القائم الزاوية.

نظرية فيثاغورس

مفهوم أساسي



• **بالكلمات:** في المثلث القائم الزاوية مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولَي ساقيه.

• **بالرموز:** $c^2 = a^2 + b^2$

يمكن استعمال حل المعادلات ونظرية فيثاغورس في إيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية إذا عُلِمَ طولاً ضلعيه الآخرين.

نتائج الدرس:

- استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية.
- حل مسائل حياتية باستعمال نظرية فيثاغورس وعكسها.

نتائج التعلم القبلي:

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد.
- تقدير قيمة الجذر التربيعي لعدد.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

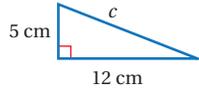
1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 2: المربعات الكاملة والجذور التربيعية.
- أطلب إلى الطلبة التوفيق بين كل بطاقتين تحمّلان عدداً متساوياً، بوضعهما بجانب بعضهما البعض (مثلاً: $\sqrt{49} = 7$).
- تفوز المجموعة التي تنهي التوفيق بين جميع البطاقات بشكل صحيح أولاً.

✓ **إرشاد:** اختصاراً للوقت يمكن قص البطاقات في ورقة المصادر 2 قبل الحصة الصفية.

أجد طول الضلع المجهول في كل مثلث قائم الزاوية مما يأتي (أقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر):

1



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5^2 + 12^2 = c^2$$

$$25 + 144 = c^2$$

$$169 = c^2$$

$$c = \pm\sqrt{169}$$

$$= \pm 13$$

نظرية فيثاغورس

أعوّض $a = 5, b = 12$

أجد القوى

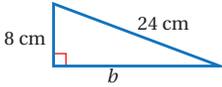
أجمع

تعريف الجذر التربيعي

أبسط

للمعادلة حلان: 13 و -13، وبما أن الطول يجب أن يكون عددًا موجبًا، إذن طول الوتر 13 cm

2



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$8^2 + b^2 = 24^2$$

$$64 + b^2 = 576$$

$$64 - 64 + b^2 = 576 - 64$$

$$b^2 = 512$$

$$b = \pm\sqrt{512}$$

$$b \approx \pm 22.6$$

نظرية فيثاغورس

أعوّض $a = 8, c = 24$

أجد القوى

أطرح 64 من كلا الطرفين

أبسط

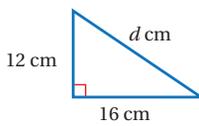
تعريف الجذر التربيعي

استعمل الآلة الحاسبة

إذن، طول الضلع المجهول b يساوي 22.6 cm

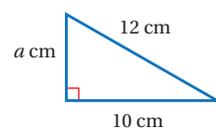
أتحقق من فهمي:

3



$$d = 20$$

4



$$a \approx 6.6$$

• أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:

« ما شكل الحديقة التي تظهر في المسألة؟ على شكل مثلث قائم الزاوية.

« كيف يمكن إيجاد طول الطريق المختصر الذي يقطعه خالد؟

• أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• أعزز الإجابات الصحيحة.

• أقدم للطلبة تعريف المثلث القائم الزاوية، وأوضح لهم مفهوم الوتر، وساق المثلث.

• أبين للطلبة أن النظرية التي تصف العلاقة بين طولي الساقين وطول الوتر في المثلث قائم الزاوية تسمى نظرية فيثاغورس.

• أناقش الطلبة في القاعدة التي ورد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) وبيّن نظرية فيثاغورس.

• أوضح للطلبة إمكانية استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية إذا عُلِمَ طولاً ضلعيه الآخرين، ثم أناقشهم في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

• أطلب إلى الطلبة حلّ تدريب (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

• أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأوضح لهم أهمية التناسبات الطردية في الحياة اليومية.

إرشادات:

- أدرك أن التمثيلات المتعددة في صناديق المفاهيم الأساسية تراعي الذكاءات المتعددة للطلبة.
- ألفت نظر الطلبة إلى أنه يمكن إيجاد طول وتر المثلث في الفرع 1 من المثال 1 بشكل دقيق، أما في الفرع الثاني فلا يمكن إيجاد طول ضلع المثلث بشكل دقيق؛ لذا أحتاج إلى التقريب باستعمال الآلة الحاسبة.
- أذكر الطلبة أن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا؛ لذا تستثنى القيمة السالبة التي تنتج من حل المعادلة.

إنَّ عكسَ نظرية فيثاغورس (converse of pythagorean theorem) صحيحٌ أيضًا، ويُستعملُ لتحديد ما إذا كانَ المثلثُ المعطاهُ أطوالَ أضلاعه الثلاثة قائم الزاوية أم لا.

نظرية فيثاغورس: إذا كانَ المثلثُ قائم الزاوية، فإنَّ $c^2 = a^2 + b^2$

عكسُ نظرية فيثاغورس: إذا كانَ $c^2 = a^2 + b^2$ ، فإنَّ المثلثُ قائم الزاوية.

عكسُ نظرية فيثاغورس

مفهومٌ أساسيٌّ

- **بالكلمات:** إذا كانَ مربع طولِ الضلعِ الأطولِ في مثلثٍ يساوي مجموعَ مربعي طولَي الضلعينِ الآخرَينِ، فإنَّ المثلثُ قائم الزاوية.
- **بالرموز:** إذا كانَ $c^2 = a^2 + b^2$ ، فإنَّ المثلثُ قائم الزاوية.

مثال 2

أحدُ ما إذا كانَ المثلثُ المعطاهُ أطوالَ أضلاعه في كلِّ مما يأتي قائم الزاوية أم لا:

1 12, 9, 15

بما أنَّ أطوالَ ضلع طوله 15، فأفرضُ أن $c = 15$ ، و $a = 9$ ، و $b = 12$ ، ثمَّ أحددُ أنَّ هذا الأطوالَ تحققُ المعادلةَ $c^2 = a^2 + b^2$ أم لا.

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$15^2 \stackrel{?}{=} 9^2 + 12^2 \quad \text{أفرضُ } a = 9, b = 12, c = 15$$

$$225 \stackrel{?}{=} 81 + 144 \quad \text{أجدُ القوى}$$

$$225 = 225 \quad \checkmark \quad \text{أجمعُ}$$

بما أنَّ $c^2 = a^2 + b^2$ ، إذن، المثلثُ قائم الزاوية.

إرشادات:

- يمكن ترك طرفي الخيط دون عقدهما معًا، وعند تنفيذ النشاط يثبت أحد الطلبة طرفي الخيط بإصبعه.
- اختصارًا للوقت، يمكن عقد الخيط مسبقًا للطلبة قبل الحصة الصفية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في الحفاظ على مسافات متساوية عند عمل عقد في الخيط، فيمكن استعمال قلم تلوين لوضع علامات واضحة على الخيط بدل العقد.

توسعة: أخبر الطلبة أن المصريين القدماء كانوا يستعملون هذه

الطريقة لرسم زاوية قائمة عند التخطيط للمباني الجديدة، ثم أطلب إليهم البحث في شبكة (الإنترنت) حول هذه المعلومة، وكتابة فقرة صغيرة عن ذلك، ومشاركتها مع زملائهم / زميلاتهن في اليوم التالي.

• أقسم الطلبة إلى ثلاث مجموعات، وأزود كل مجموعة بخيط طويل.

• أطلب إلى المجموعات تقسيم الخيط إلى 12 قسمًا متساويًا من خلال عقدها، ثم عقد نهايتي الخيط معًا لتشكيل حلقة.

• أطلب إلى المجموعات سحب الخيط من العقد وتثبيتته لتشكيل أكبر عدد من المثلثات القائمة الزاوية، بحيث يكون على كل ضلع من أضلاع المثلث عدد صحيح من الأقسام.

• ستتوصل المجموعات إلى أن المثلث القائم الزاوية الوحيد الذي يمكن تشكيله وفق الشروط السابقة هو المثلث الذي أطوال أضلاعه: 3, 4, 5، كما يظهر في الشكل الآتي.



• أسأل الطلبة:

« كيف يمكن إثبات أن هذا المثلث قائم الزاوية؟
تختلف الإجابات.

« هل يمكن إثبات أن هذا المثلث قائم الزاوية دون استعمال المنقلة؟ تختلف الإجابات.

• أوضح للطلبة أنه يمكن تحديد ما إذا كان المثلث المعطاهُ أطوالَ أضلاعه قائم الزاوية أم لا باستعمال عكس نظرية فيثاغورس.

• أناقش الطلبة في القاعدة التي ورد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي)، وبيّنت عكس نظرية فيثاغورس.

• أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكد أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

الوحدة 1

2 3, 5, 6

بما أن أطول ضلع طولُه 6، فأفرض أن $c = 6$ ، و $a = 5$ ، و $b = 3$ ، ثم أحددُ أن هذه الأطوال تحققُ المعادلة $a^2 + b^2 = c^2$ أم لا.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

نظرية فيثاغورس

$$6^2 \stackrel{?}{=} 5^2 + 3^2$$

$$a = 5, b = 3, c = 6$$

$$36 \stackrel{?}{=} 25 + 9$$

أجد القوى

$$36 \neq 34$$

أبسط

بما أن $a^2 + b^2 \neq c^2$ ، إذن، المثلث ليس قائم الزاوية.

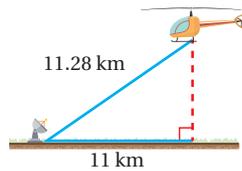
✓ **أتحقق من فهمي:**

3 12, 5, 13 قائم

4 24, 18, 25 غير قائم

يمكن استعمال نظرية فيثاغورس في كثير من التطبيقات الحياتية.

🌍 **مثال 3: من الحياة**



رادار: رصد رادار طائرة مروحية على بُعد 11.28 km منه، كما يظهر في الشكل المجاور. أجد ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض لأقرب جزء من العشرة من الكيلومتر.

أفرض أن a هي ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض، ولإيجاد قيمة a أستعمل نظرية فيثاغورس:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

نظرية فيثاغورس

$$11.28^2 = a^2 + 11^2$$

$$c = 11.28, b = 11$$

$$127.2384 = a^2 + 121$$

أجد القوى

$$a^2 = 6.2384$$

أطرح 121 من كلا الطرفين

$$a = \pm \sqrt{6.2384}$$

تعريف الجذر التربيعي

$$a \approx \pm 2.5$$

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض 2.5 km تقريباً.

25

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال نظرية فيثاغورس في كثير من المواقف الحياتية، ثم أطلب إليهم ذكر بعضها.
- ناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشاد:** في المثال 3، أذكر الطلبة بأن الارتفاع لا يمكن أن يكون سالباً؛ لذا تُستثنى القيمة السالبة التي تنتج من حل المعادلة.

تنويع التعليم:

أطلب إلى الطلبة التمييز بين كتابة مسألة حياتية يمكن حلها باستعمال نظرية فيثاغورس.

4 التدرّب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أتدرّب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-12) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من زميل / الزميلة.

إرشادات:

- في السؤال 11، أذكر الطلبة بالاتجاهات الأربعة لتسهيل تخيلهم المسألة.
- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (أتدرّب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أتدرّب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

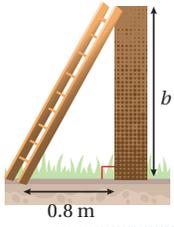
- أوّجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (18-21).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 15, 17 كتاب التمارين: 12, (1-8)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 18, (13-17) كتاب التمارين: (9-12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18-21), 13, 14, 16 كتاب التمارين: (12-14), 9

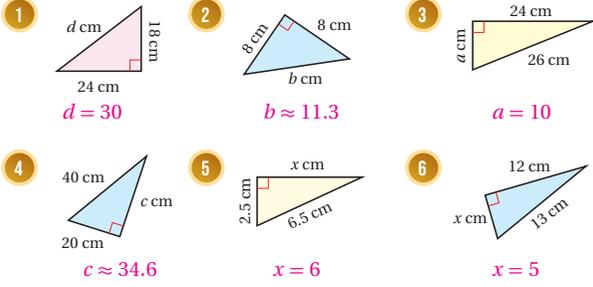
أتدقّق من فهمي:



يستند سلم طوله 2 m إلى حائط عمودي، وتبعد قاعدته 0.8 m عن الحائط. أجد ارتفاع أعلى السلم عن الأرض (b). $b \approx 1.8$

أتدرب وأحل المسائل

أجد طول الضلع المجهول في كل مثلث قائم الزاوية مما يأتي (أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر):



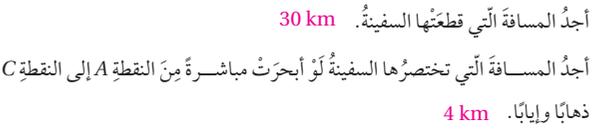
أتذكر

أفرض أن الضلع الأطول هو c عند التعويض في القاعدة $c^2 = a^2 + b^2$

أحدد ما إذا كان المثلث المعطاة أطوال أضلاعه في كل مما يأتي قائم الزاوية أم لا:

- 7 3, 4, 6 غير قائم 8 12, 35, 37 قائم 9 4, 8, 9 غير قائم 10 11, 60, 61 قائم

سُئِن: أبحرت سفينة 5 km من الميناء A باتجاه الجنوب، ثم 12 km باتجاه الغرب، ثم عادت مباشرة إلى الميناء كما في الشكل المجاور:



أجد المسافة التي قطعها السفينة. 30 km

أجد المسافة التي تختصرها السفينة لو أبحرت مباشرة من النقطة A إلى النقطة C ذهاباً وإياباً. 4 km

البحث وحل المسائل:

- أوضح للطلبة إمكانية إنشاء المثلث القائم الزاوية 3-4-5 داخل مربع، باتباع الخطوات الآتية:

« رسم مربع طول ضلعه 10 cm

« تنصيف الضلعين العلوي والأيمن في المربع.

« وصل نقطة منتصف الضلع العلوي برأسى الزاويتين السفليتين في المربع.

« وصل نقطة منتصف الضلع الأيمن برأس الزاوية السفلية اليسرى.

« تحديد المثلث

القائم الزاوية الذي

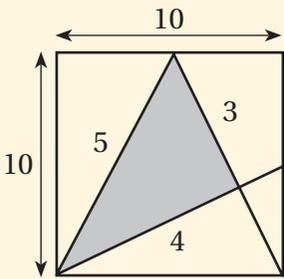
أطوال أضلعه

3, 4, 5 باستعمال

المسطرة والمنقلة،

كما يظهر في

الشكل المجاور.



- أوضح للطلبة أن أحد المثلثات الناتجة مشابه للمثلث 3-4-5؛ لذا أطلب إليهم إيجاد هذا المثلث، وإثبات التشابه بينهما.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:

- أحمز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بمسائل إيجاد طول الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية باستعمال نظرية فيثاغورس؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

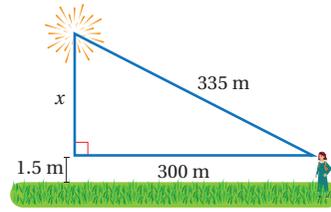


إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوصح للطلبة معنى كل مصطلح؛ ليسهل عليهم حل المسائل.

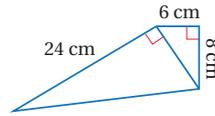
ألعاب نارية: رصدت بثينة عرضاً للألعاب النارية على بُعد 335 m مثلما يظهر في الشكل الآتي. أجد ارتفاع الألعاب النارية عن سطح الأرض.

$$x \approx 150.5 \text{ m}$$



إرشاد

عند إيجاد ارتفاع الألعاب النارية عن سطح الأرض أخذ في الحسبان طول المُشاهد للألعاب النارية.

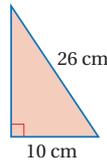
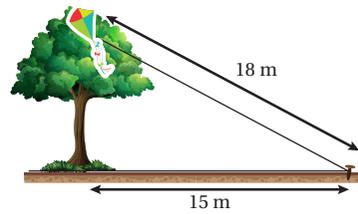


أجد محيط الشكل المجاور.

$$64 \text{ cm}$$

علقت طائرة عبيد الله الورقية أعلى شجرة، فربط الخيط في وتد على الأرض يبعد 15 m عن قاعدة الشجرة مثلما يظهر في الشكل الآتي. إذا كان طول خيط الطائرة 18 m فأجد ارتفاع الشجرة. تقريباً

$$9.9 \text{ m}$$



أجد مساحة المثلث المجاور. 120 cm^2

أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

$$116.6 \text{ m}$$

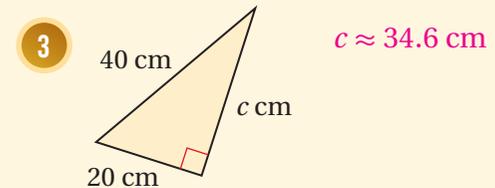
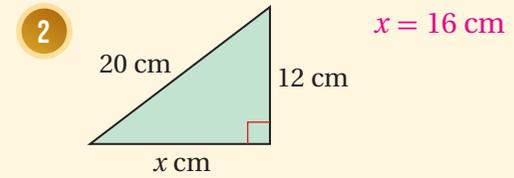
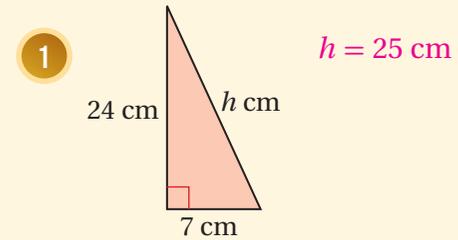
تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 3 من خطوات المشروع.

6 الختام

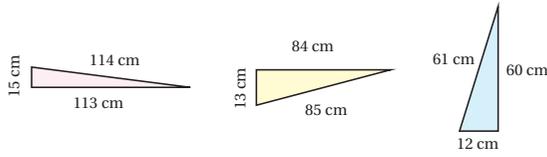
- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدث من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أجد طول الضلع المجهول في كل مثلث قائم الزاوية مما يأتي (أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة إن لزم الأمر):



مهارات التفكير العليا

18 **أكتشف المختلف:** أيّ المثلثات الآتية مختلف؟ أبرر إجابتني:



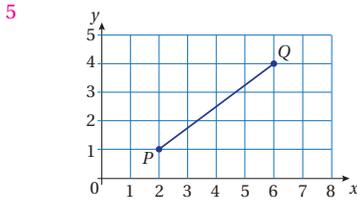
الأوسط هو المختلف لأنه قائم، أما المثلثان الآخران فليسا قائمين. أنظر تبرير الطلبة.

19 **مسألة مفتوحة:** ثلاثيات فيثاغورس هي مجموعات من ثلاثة أعداد موجبة a و b و c تحقق نظرية فيثاغورس؛ أي تشكل أطوالاً لمثلث قائم الزاوية. مثلاً: 3 و 4 و 5. أجد مجموعتين من ثلاثيات فيثاغورس. يوجد أكثر من إجابة منها (5, 12, 13)، (6, 8, 10). أنظر إجابات الطلبة.

أفكر

هل يمكن استعمال التشابه في إيجاد مجموعات أخرى من ثلاثيات فيثاغورس؟

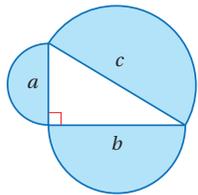
20 **تحذّر:** في الشكل الآتي، أجد طول PQ من دون استعمال المسطرة.



أتذكر

مساحة الدائرة $A = \pi r^2$

21 **تبرير:** أفرق بين مساحة نصف الدائرة الكبيرة ومساحة نصفي الدائرتين الصغيرتين، مبرراً إجابتني. أنظر الهامش.



22 **أكتب:** كيف أجد طول ضلع مجهولاً في مثلث قائم الزاوية باستخدام نظرية فيثاغورس؟ أنظر إجابات الطلبة.

28

إرشادات:

- في السؤال 18 (أكتشف المختلف)، أحرص الطلبة على تقديم تبريرات منطقية للمثلث المختلف.
- في السؤال 19 (مسألة مفتوحة)، أحث الطلبة على تقديم أكبر عدد من الحلول الممكنة.

إجابة (أندرب وأحل المسائل):

21 مساحة نصف الدائرة الصغرى التي قطرها a هو: $\frac{\pi}{8} a^2$

مساحة نصف الدائرة الصغرى التي قطرها b هو: $\frac{\pi}{8} b^2$

مساحة نصف الدائرة الكبرى التي قطرها b هو: $\frac{\pi}{8} c^2$

ومنه: $\frac{\pi}{8} a^2 + \frac{\pi}{8} b^2 = \frac{\pi}{8} (a^2 + b^2) = \frac{\pi}{8} c^2$

إذن، مساحة نصف الدائرة الكبرى يساوي مجموع مساحتي نصفي الدائرتين الصغيرتين. أنظر تبرير الطلبة.

نتائج الدرس:

- تمييز الأعداد النسبية وغير النسبية.
- تمثيل الأعداد غير النسبية على خط الأعداد.
- حل مسائل حياتية تتضمن العمليات الأربعة على الأعداد الحقيقية.

نتائج التعلم القبلي:

- تعرف الأعداد النسبية وتمثيلها على خط الأعداد.
- كتابة العدد النسبي بالصورة العشرية.
- المقارنة بين الأعداد النسبية وترتيبها

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

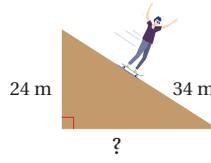
1

- أقسم اللوح إلى ثلاثة أقسام، وأسميها: أعداد كلية، أعداد صحيحة، أعداد نسبية.
- أذكر أعدادًا مختلفة للطلبة، وأطلب إليهم كتابتها في القسم المناسب.

مثال: -5 عدد صحيح ونسبي، $0.\bar{3}$ عدد نسبي، $\sqrt{4}$ عدد كلي وصحيح ونسبي، $\frac{1}{2}$ عدد نسبي.

أستكشف

بيّن الشكل المجاور منظرًا جانبيًا لمنحدرٍ تزلج في مدينة الألعاب:



1 أجد طول قاعدة المنحدر.

2 هل العدد الذي يمثل طول قاعدة المنحدر عدد نسبي؟ أبرر إجابتي.

فكرة الدرس

أميز الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية.

المصطلحات

العدد غير النسبي، العدد الحقيقي

تعلمت سابقًا أنّ العدد النسبي عددٌ يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{b}$ حيث a و b عددان صحيحان، $b \neq 0$ ، وأنّ الأعداد النسبية جميعها عند كتابتها بالصورة العشرية تكون إما منتهية أو دورية، ومن أمثلتها الجذور التربيعية للمربعات الكاملة. ولكن الجذور الصمّاء مثل $\sqrt{3}$ لا يمكن تصنيفها أعدادًا نسبية؛ لأنّه لا يمكن كتابتها على صورة كسرٍ عشريٍّ منتهٍ أو دوريٍّ. وعند استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة $\sqrt{3}$ تعطي الآلة الحاسبة القيمة الآتية:

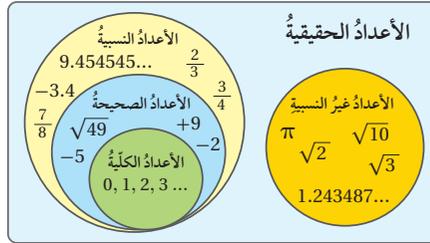
$$\sqrt{3} = 1.73205080 \dots \dots$$

وهذا يعني أنّه غير منتهٍ وغير دوريٍّ، ويسمى هذا النوع من الأعداد **الأعداد غير النسبية** (irrational numbers).

الأعداد غير النسبية

مفهوم أساسي

- **بالكلمات:** العدد غير النسبي عددٌ لا يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{b}$ حيث a و b عددان صحيحان، $b \neq 0$
- **أمثلة:**
 $\sqrt{5} = 2.236067978 \dots \dots$
 $\pi = 3.141592654 \dots \dots$



تُشكّل الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية معًا **الأعداد الحقيقية** (real numbers)، ويوضّح شكل (فن) المجاور العلاقة بينها.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:
- « ما شكل منحدر الترحلق؟ على شكل مثلث قائم الزاوية.
- « كيف يمكن إيجاد طول قاعدة المنحدر؟ باستعمال نظرية فيثاغورس.
- « ما طول قاعدة المنحدر؟ $2\sqrt{145}$
- « هل طول قاعدة المنحدر عدد نسبي؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بمفهوم العدد النسبي، وأؤكد أنه عند كتابة الأعداد النسبية بالصورة العشرية تكون إما منتهية أو دورية.
- أطلب إلى الطلبة إدخال $\sqrt{3}$ على آلتهم الحاسبة، وأوضح لهم أنها طريقة لتحويل الجذر إلى الصورة العشرية، ثم أطلب إليهم ملاحظة العدد العشري الظاهر على الشاشة، ثم أسألهم:
- « هل العدد العشري الظاهر على الشاشة منتهية؟ لا
- « هل العدد العشري الظاهر على الشاشة دوري؟ لا
- « إذن هل يمكن عدّ $\sqrt{3}$ عددًا نسبيًا؟ لماذا؟ لا، لأنه غير دوري وغير منتهية.
- أوضح للطلبة أن هذا النوع من الأعداد يسمى الأعداد غير النسبية، ثم أناقشهم في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي)، وبيّنت مفهوم العدد غير النسبي.
- أوضح للطلبة أن الأعداد النسبية وغير النسبية معًا تسمى الأعداد الحقيقية، وأوجههم إلى شكل فن الموجود في كتاب الطالب الذي يمثل الأعداد الحقيقية.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

مثال 1

أصنّف الأعداد الحقيقية الآتية أعدادًا نسبيةً أو أعدادًا غير نسبية:

1 $\frac{7}{21}$

بما أنّ 7 و 21 عددان صحيحان، إذن $\frac{7}{21}$ عددٌ نسبيٌّ.

2 $\sqrt{81}$

بما أنّ $\sqrt{81} = 9$ ، و 9 عددٌ كليٌّ، إذن $\sqrt{81}$ عددٌ نسبيٌّ.

3 $-\frac{27}{9}$

بما أنّ $-3 = -\frac{27}{9}$ ، و -3 عددٌ صحيحٌ، إذن $-\frac{27}{9}$ عددٌ نسبيٌّ.

4 0.55555... ..

بما أنّ ... 0.55555... كسرٌ عشريٌّ دوريٌّ وغير مُنتهِ، إذن هو عددٌ نسبيٌّ.

5 $\sqrt{19}$

بما أنّ $\sqrt{19} = 4.35889894\dots$ ، وهو كسرٌ عشريٌّ غير دوريٌّ وغير منتهٍ، إذن هو عددٌ غير نسبيٌّ.

تحقق من فهمي:

6 $\sqrt{12}$ غير نسبي 7 $-\sqrt{64}$ نسبي 8 0.181818... نسبي 9 $-3\frac{2}{5}$ نسبي

تعلمتُ سابقًا تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد، ويمكنني أيضًا تمثيل بعض الأعداد غير النسبية على خطّ الأعداد باستعمال المثلث القائم الزاوية.

مثال 2

أمثل $\sqrt{53}$ على خطّ الأعداد.

الخطوة 1

أبحث عن عددين مجموع مربعيهما 53

$$53 = 49 + 4$$

$$53 = 7^2 + 2^2$$

إذن، طول أحد ساقي المثلث 7 وحوادث وطول الآخر 2 وحوادث.

إرشاد: أذكر الطلبة أن كل عدد كلي هو عدد صحيح، وكل عدد صحيح هو عدد نسبي، وأن كل عدد نسبي هو عدد حقيقي، ويظهر هذا من تداخل الدوائر الممثلة لهذه الأعداد في شكل فن.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة بظنهم أن العدد العشري الظاهر على الآلة الحاسبة منتهية؛ لذا يبين لهم أنه غير منتهية، ولكن عدد الخانات التي تستطيع الآلة إظهارها محدودة.

الوحدة 1

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكْرِر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أذكر الطلبة بما تعلموه سابقاً حول تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد، وأوضح لهم إمكانية تمثيل الأعداد غير النسبية أيضاً على خط الأعداد، ولكن باستعمال الفرجار، والمثلث القائم الزاوية.
- أوضح للطلبة خطوات تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد باتباع الإجراءات الواردة في المثال 2، وأنفذ أمامهم الخطوات على اللوح، ثم أطلب إليهم تنفيذ كل إجراء بعد ذلك.
- أقدم للطلبة التغذية الراجعة المناسبة في أثناء تنفيذ الإجراءات.

إرشادات: ✓

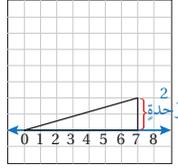
- ألقت انتباه الطلبة إلى إمكانية رسم ساق المثلث بطريقتين مختلفتين، لكن هذا لا يؤثر في تمثيل العدد على خط الأعداد.
- أوجه الطلبة إلى استعمال الآلة الحاسبة للتحقق من صحة تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد.
- أوضح للطلبة أهمية أن يكون رأس قلم الرصاص مُدبباً عند رسم القوس، وأثر ذلك في دقة الرسم.

الخطوة 2

أرسم مثلثاً قائم الزاوية.

• أرسم خطاً أعداد على ورقة مربعة.

• أرسم مثلثاً قائم الزاوية طولاً ضلعي القائمة فيه 7 وحدات و 2 وحدة. يمكن رسم المثلث بطريقتين مثلما يظهر في الشكل المجاور.

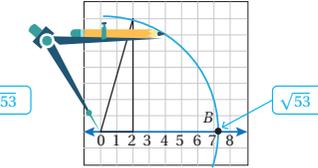
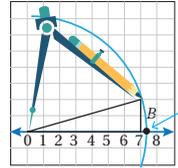


الخطوة 3

أعني $\sqrt{53}$ على خط الأعداد.

• أفتح الفرجار فتحة مقدارها طول وتر المثلث.

• أضع رأس الفرجار على 0، وأرسم قوساً يقطع خط الأعداد في النقطة B.



أتحقق من صحة التمثيل:

ألاحظ من التمثيل أن $\sqrt{53} \approx 7.3$ ، وهو يتوافق مع قيمة $\sqrt{53}$ على الآلة الحاسبة وهي:

$$\sqrt{53} \approx 7.280109889$$

أتحقق من فهمي: ✓

أمثل كل عدد غير نسبي مما يأتي على خط الأعداد: أنظر رسم الطلبة.

1 $\sqrt{5}$

الطول 2.2 وحدة تقريباً

2 $\sqrt{20}$

الطول 4.5 وحدة تقريباً

3 $\sqrt{45}$

الطول 6.7 وحدة تقريباً

يمكنني المقارنة بين عددين حقيقيين بتحويلهما إلى الصورة العشرية أولاً؛ لتسهيل المقارنة بينهما. ويمكنني استعمال الآلة الحاسبة في ذلك.

مثال 3 أضح إشارة > أو < أو = في □ لأكون عبارة صحيحة في كل مما يأتي:

1 $4\sqrt{3}$ □ $\frac{13}{2}$

الخطوة 2 أقرن بين العددين.

بما أن $6.928203... > 6.5$

إذن $4\sqrt{3} > \frac{13}{2}$

الخطوة 1 أحوّل العددين إلى الصورة العشرية.

استعمل الآلة الحاسبة $4\sqrt{3} \approx 6.928203... ..$

$\frac{13}{2} = 6.5$

2 $-\frac{1}{2}$ □ $-\sqrt{2}$

الخطوة 2 أقرن بين العددين.

بما أن $-0.5 > -1.4142... ..$

إذن $-\frac{1}{2} > -\sqrt{2}$

الخطوة 1 أحوّل العددين إلى الصورة العشرية.

استعمل الآلة الحاسبة $-\frac{1}{2} = -0.5$

$-\sqrt{2} \approx -1.4142... ..$

3 $\frac{5}{2}$ □ $\sqrt{6.25}$

الخطوة 2 أقرن بين العددين.

بما أن $2.5 = 2.5$

إذن $\frac{5}{2} = \sqrt{6.25}$

الخطوة 1 أحوّل العددين إلى الصيغة العشرية.

استعمل الآلة الحاسبة $\frac{5}{2} = 2.5$

$\sqrt{6.25} = 2.5$

أتحقق من فهمي:

4 $\sqrt{0.5}$ □ 0.9

5 $-\sqrt{16}$ □ $-\sqrt{18}$

6 4.5 □ $\sqrt{20.25}$

يمكن ترتيب مجموعة من الأعداد الحقيقية تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر) أو تنازلياً (من الأكبر إلى الأصغر)، وذلك بتحويل كل منها إلى الصورة العشرية أولاً؛ لتسهيل المقارنة بينها وترتيبها.

• أوضح للطلبة إمكانية المقارنة بين أي عددين حقيقيين، بتحويلهما إلى الصورة العشرية أولاً، وذلك باستعمال الآلة الحاسبة.

• أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

• أوضح للطلبة إمكانية ترتيب الأعداد النسبية تصاعدياً أو تنازلياً بتحويلها إلى الصورة العشرية أولاً؛ لتسهيل ترتيبها.

• أناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشاد:** ألقت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة العدد العشري الدوري دون استعمال الرمز؛ لتسهيل المقارنة بينه وبين الأعداد الحقيقية الأخرى.

مثال 5: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال نظرية فيثاغورس في كثير من المواقف الحياتية، ثم أطلب إليهم ذكر بعضها.
- ناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشادات:

- أؤكد للطلبة أهمية رسم شكل توضيحي للمسألة؛ لما له من أهمية في فهم المسألة.
- أذكر الطلبة بالاتجاهات الأربعة لتسهيل تخيلهم للمسألة.
- أذكر الطلبة بأن المسافات لا تكون سالبة.

الوحدة 1

مثال 4

أرتب الأعداد في كلٍّ مما يأتي تصاعديًا:

$$1 \quad \frac{11}{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{10}, -1.\bar{7}$$

الخطوة 1 أحوّل الأعداد إلى الصورة العشرية.

أحوّل الأعداد إلى الصيغة العشرية باستعمال الآلة الحاسبة:

النتائج

يسهل تحويل الأعداد إلى الصيغة العشرية المقارنة بين الأعداد القريبة من بعضها، مثل $-\sqrt{3}$ و $-1.\bar{7}$

$$\begin{aligned} \frac{11}{3} &= 3.6666666... \\ -\sqrt{3} &= -1.73205... \\ \sqrt{10} &= 3.1622... \\ -1.\bar{7} &= -1.7777... \end{aligned}$$

الخطوة 2 أقرن بين الأعداد، ثم أرتبها تصاعديًا.

الترتيب التصاعدي للأعداد هو:

$$-1.\bar{7}, -\sqrt{3}, \sqrt{10}, \frac{11}{3}$$

أتتحقّق من فهمي:

$$2 \quad \frac{5}{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{6}, -1.4$$

$$3 \quad -\sqrt{5}, -2, \sqrt{3}, \frac{9}{5}$$

يوجد كثيرٌ من التطبيقات الحياتية والعلمية للأعداد الحقيقية.

مثال 5: من الحياة

كشافة: وقّعت المجموعتان A و B من طلبة الكشافة في حديقة الشاطئ الجنوبي في العقبة، ثم بدأت المجموعتان السير في اللحظة نفسها، فسارت المجموعة A باتجاه الشرق 500 m ثم 100 m باتجاه الجنوب. وسارت المجموعة B مسافة 400 m باتجاه الجنوب ثم 200 m باتجاه الشرق. أي المجموعتين هي الأقرب إلى حديقة الشاطئ الجنوبي؟

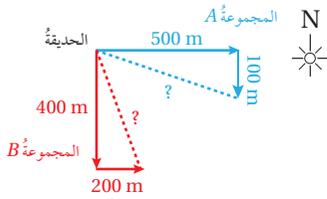
أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوَّجّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-12) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، مُحفِّزاً الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

الخطوة 1 أرسم شكلاً تقريبياً يمثل المسألة، وأحدد المطلوب.



- أعتدّ الاتجاهات والمسافات الموجودة في المسألة لرسم شكل تقريبي يمثل المعطيات.
- ألاحظ أنّ مسازي المجموعتين يصنعان مثلثين قائمي الزاوية.
- لإيجاد أيّ المجموعتين هي الأقرب إلى حديقة الشاطيء الجنوبي، أجد طول وتر كل مثلث، ثم أقرن بين الطولين.

الخطوة 2 أستعمل نظرية فيثاغورس.

- أستعمل نظرية فيثاغورس لأجد بُعد المجموعة A عن حديقة الشاطيء الجنوبي:

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$c^2 = 500^2 + 100^2 \quad \text{أعوّض } a = 500, b = 100$$

$$c^2 = 250000 + 10000 \quad \text{أجد القوى}$$

$$c^2 = 260000 \quad \text{أجمع}$$

$$c = \pm \sqrt{260000} \quad \text{تعريف الجذر التربيعي}$$

$$\approx \pm 509.9 \quad \text{أستعمل الآلة الحاسبة}$$

إذن، بُعد المجموعة A عن حديقة الشاطيء الجنوبي 509.9 m تقريباً.

- أستعمل نظرية فيثاغورس لأجد بُعد المجموعة B عن حديقة الشاطيء الجنوبي:

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$c^2 = 400^2 + 200^2 \quad \text{أعوّض } a = 400, b = 200$$

$$c^2 = 160000 + 40000 \quad \text{أجد القوى}$$

$$c^2 = 200000 \quad \text{أجمع}$$

$$c = \pm \sqrt{200000} \quad \text{تعريف الجذر التربيعي}$$

$$\approx \pm 447.2 \quad \text{أستعمل الآلة الحاسبة}$$

إذن، بُعد المجموعة B عن حديقة الشاطيء الجنوبي 447.2 m تقريباً.

الخطوة 3 أقرن بين المسافتين.

ألاحظ أنّ المجموعة B أقرب إلى حديقة الشاطيء الجنوبي من المجموعة A.

توسعة: أطلب إلى كل طالب / طالبة حساب مساحة سطح جسمه / جسمها باستعمال المعادلة الواردة في سؤال (أتحقق من فهمي) الذي يلي المثال.

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (21-16).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أسّتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 15, 20 كتاب التمارين: (1-10), 12
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 13-15), 20 كتاب التمارين: (11-13)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 13, (16-21) كتاب التمارين: (13-15)

الإثراء

5

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة إعطاء مثال على:
 - « عددان غير نسبيين حاصل ضربهما يعطي عددًا نسبيًا. $\sqrt{2}, \sqrt{8}$ »
 - « عددان غير نسبيين مجموعهما يعطي عددًا صحيحًا. $3 - \sqrt{2}, \sqrt{2}$ »
 - « عددان غير نسبيين ناتج قسمتهما يعطي عددًا صحيحًا. $\sqrt{18}, \sqrt{2}$ »

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.

أتحقّق من فهمي:

جسم الإنسان: تمثّل المعادلة $S = \sqrt{\frac{h \times m}{3600}}$ مساحة سطح جسم الإنسان S بالأمتار المربعة حيث h الطول بالسنتيمترات و m الكتلة بالكيلوغرامات. أجد مساحة سطح جسم شاب طوله 180 cm وكتلته 75 kg. أقرّب الإجابة لأقرب جزء من عشرة. 1.9 m^2 تقريبًا

أدرب وأحل المسائل

أميز العدد النسبي من غير النسبي في ما يأتي:

- 1 نسبي $-\frac{2}{3}$ 2 غير نسبي $\sqrt{20}$ 3 نسبي 5.2 4 نسبي $\frac{18}{6}$

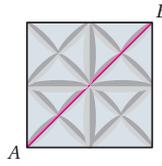
أمثّل كل عدد غير نسبي ممّا يأتي على خطّ الأعداد:

- 5 $\sqrt{10}$ 6 $\sqrt{97}$ 7 $\sqrt{104}$
انظر رسم الطلبة، الطول انظر رسم الطلبة، الطول انظر رسم الطلبة، الطول
10.2 وحدة تقريبًا 9.8 وحدة تقريبًا 3.2 وحدة تقريبًا
أضغ إشارة > أو < أو = في لأكوّن عبارة صحيحة في كل ممّا يأتي:

- 8 $\sqrt{15} < 3.9$ 9 $-3.1 = -\sqrt{9.61}$ 10 $\sqrt{36} < \frac{20}{3}$

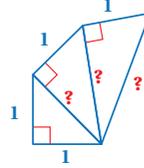
11 أرتب مجموعة الأعداد $\sqrt{30}, 4, \frac{21}{4}, 5.6$ تنازليًا.

$5.6, \sqrt{30}, \frac{21}{4}, 4$



12 بلاط: يبيّن الشكل المجاور بلاطة من السيراميك مربعة الشكل طول ضلعها 15 cm، أجد طول قطر البلاطة، ثمّ أجد ما إذا كان العدد نسبيًا أم غير نسبي.

$15\sqrt{2}$ ، عدد غير نسبي



13 أجد أطوال الأضلاع المجهولة في الشكل المجاور.

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2$

إرشادات:

- في السؤال 12، أذكر الطلبة بأن أطوال أضلاع المربع متساوية.
- ألّفِت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفظ الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي في المنزل، والاستمتاع بمسائل تصنيف الأعداد النسبية وغير النسبية؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية:



✓ **إرشاد:** يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

⚠ **تنبيه:** يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح؛ ليسهل عليهم حل المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 4 من خطوات المشروع.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتأكد من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أميز العدد النسبي من غير النسبي في ما يأتي:

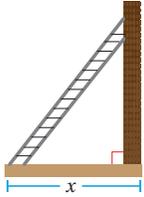
- 1 $-\frac{5}{7}$ نسبي
- 2 $\sqrt{11}$ غير نسبي
- 3 $1.0\bar{3}$ نسبي

14 **إرشاد** أي الطائرتين في الشكل الآتي أقرب إلى قاعدة البرج؟

أستعمل نظرية فيثاغورس في الحل.



بُعد الطائرة العليا 7.8 km تقريبًا، بُعد الطائرة السفلى 7.6 km تقريبًا، الطائرة السفلى أقرب.



15 **إجراءات السلامة:** لأضع السلم المستند إلى حائط في وضع آمن، يجب أن يكون طوله $0.3\sqrt{17x^2}$ حيث x بُعد قاعدة السلم عن الحائط بالمتر. إذا كانت قاعدة السلم تبعد عن الحائط 1.5 m، فهل طول السلم عدد نسبي أم غير نسبي؟

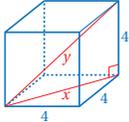
عدد غير نسبي $0.3\sqrt{38.25}$

مهارات التفكير العليا

تبرير: أبين ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة أم غير صحيحة، مدعمًا إجابتني بأمثلة مناسبة:

16 غير صحيحة؛ لأن $\sqrt{16}$ نسبي أما $\sqrt{6}$ غير نسبي. يوجد أمثلة أخرى. الجذور التربيعية للأعداد الموجبة أعداد غير نسبية.

17 العدد الحقيقي عدد نسبي. 18 الأعداد العشرية المنتهية أعداد نسبية. صحيحة. غير صحيحة؛ لأن الأعداد الحقيقية مقسمة إلى نسبية وغير نسبية.



19 **تحذير:** أجد طولي الضلعين المجهولين في الشكل المجاور بأبسط صورة. $x = 4\sqrt{2}$, $y = 4\sqrt{3}$

إرشاد أستخدم الحقيقة (تلقني أحرف المكعب في زوايا قائمة).

20 **أكتشف الخطأ:** تقول سماح: إن $\sqrt{5}$ عدد نسبي؛ لأنه يمكن كتابته على الصورة $\frac{\sqrt{5}}{1}$. هل ما تقولُه سماح صحيح؟ أبرر إجابتني.

21 غير صحيح، يجب أن يكون كل من بسط ومقام العدد النسبي عددًا صحيحًا. مسألة مفتوحة: أعطي مثالًا على عددين نسبيين يقع بينهما عدداً غير نسبيين.

22 **أكتب:** كيف أميز الأعداد النسبية من غير النسبية؟ إجابة ممكنة: العددان 1 و 2 نسبيان وبينهما $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ عددين غير نسبيين.

أنظر إجابات الطلبة.

توسعة:

أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن إجراءات السلامة العامة للسلاالم، وكتابة فقرة صغيرة عن ذلك، ومشاركتها مع زملائهم/ زميلاتهن في اليوم التالي.

إرشادات:

- في السؤال 19 (تحذير)، ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق الإرشاد الخاص بالسؤال؛ لمساعدتهم على الحل.
- في السؤال 20 (أكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة أن البسط والمقام يجب أن يكونا عددين صحيحين.

نتائج الدرس:

- الربط بين الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينها.

نتائج التعلم القبلي:

- تعرّف الأسس والقوى الصحيحة، وقواعد ضربها وقسمتها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 3: الأسس والجذور.
- أطلب إلى الطلبة التوفيق بين كل بطاقتين متطابقتين.
- تفوز المجموعة التي تنهي التوفيق بين جميع البطاقات توفيقاً صحيحاً أولاً.

✓ **إرشاد:** اختصاراً للوقت، يمكن قص البطاقات في ورقة المصادر 3 قبل الحصة الصفية.



أستكشف

تمثل المعادلة $h = 0.4x^{\frac{1}{3}}$ العلاقة بين ارتفاع الزرافة (h) بالأمتار وكتلتها x بالكيلوغرامات. أجد ارتفاع زرافة كتلتها 343 kg

فكرة الدرس

أربط بين الأسس النسبية والجذور، وأحوّل بينهما.

المصطلحات

الأسس النسبي، الجذر النوني، دليل الجذر.

تعلمت سابقاً الأسس الصحيحة وقوانينها، وسأتعلم في هذا الدرس نوعاً آخر من الأسس تُكتب على صورة كسور تُسمى **الأسس النسبية** (rational exponent).

معلوم أن تربيع عدد موجب وإيجاد الجذر التربيعي لمربعه عمليتان عكسيتان، فمثلاً:

$$3^2 = 9 \longleftrightarrow \sqrt{9} = 3$$

ومنهُ، فإن العملية العكسية لرفع عدد للأس n هي إيجاد **جذره النوني** (n^{th} root)، ويمكن التعبير عن أي جذر نوني باستعمال الأسس النسبية، فمثلاً يمكننا كتابة $\sqrt{9}$ بطريقة أخرى باستعمال الأسس النسبية هي: $9^{\frac{1}{2}}$ حيث:

$$9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

التعليق

إذا لم يكن هناك دليل للجذر فهذا يعني أن دليل الجذر 2، وهو يدل على الجذر التربيعي.

وبشكل عام، فإن $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ لأي عدد صحيح n أكبر من 1، حيث يُسمى العدد n الموجود على انحناء الجذر **دليل الجذر** (index) وهو يدل على درجة الجذر.

رمز الجذر $\sqrt[n]{a}$ ← دليل الجذر
↑ المجدور

الأسس النسبية: $a^{\frac{1}{n}}$

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** لأي عدد حقيقي a ، وأي عدد صحيح n ($n > 1$)، فإن $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ ، إلا إذا كان $a < 0$ و n عدداً زوجياً فإن الجذر النوني غير معرف.

• **أمثلة:** $36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$ ، $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = 5$

مثال 1

أكتب الصورة الأسية في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية في كل مما يأتي:

1 $y^{\frac{1}{4}}$

$y^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{y}$

تعريف $a^{\frac{1}{n}}$

2 $\sqrt[6]{w}$

$\sqrt[6]{w} = w^{\frac{1}{6}}$

تعريف $a^{\frac{1}{n}}$

3 $8^{\frac{1}{5}}$

$8^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{8}$

تعريف $a^{\frac{1}{n}}$

4 $\sqrt[7]{-20}$

$\sqrt[7]{-20} = (-20)^{\frac{1}{7}}$

تعريف $a^{\frac{1}{n}}$

✓ **أتحقق من فهمي:**

5 $c^{\frac{1}{8}} \sqrt[8]{c}$

6 $\sqrt[9]{x} x^{\frac{1}{9}}$

7 $25^{\frac{1}{10}} \sqrt[10]{25}$

8 $\sqrt[3]{-12} (-12)^{\frac{1}{3}}$

بشكل عام، إذا كان $a^{\frac{1}{n}} = b$ فإن ذلك يعني أن العامل b ضرب في نفسه n من المرات فكان الناتج a ، ويمكن استعمال هذا المفهوم لإيجاد قيم عبارات عددية أسية من دون استعمال الآلة الحاسبة.

مثال 2

أجد قيمة كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

1 $196^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned} 196^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{196} \\ &= \sqrt{14 \times 14} \\ &= 14 \end{aligned}$$

تعريف $a^{\frac{1}{n}}$

أعيد كتابة 196 كحاصل ضرب عامل في نفسه
أجد الجذر التربيعي للعدد

2 $(-64)^{\frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned} (-64)^{\frac{1}{3}} &= \sqrt[3]{-64} \\ &= \sqrt[3]{-4 \times -4 \times -4} \\ &= -4 \end{aligned}$$

تعريف $a^{\frac{1}{n}}$

أعيد كتابة -64 كحاصل ضرب عامل في نفسه 3 مرات
أجد الجذر الثالث للعدد

✓ **إرشادات:**

- ألقت انتباه الطلبة إلى أنه إذا كان المجذور عددًا سالبًا وكان دليل الجذر عددًا زوجيًا، عندها يكون الجذر النوني غير مُعرَّف.
- أوضح للطلبة أهمية إعادة كتابة المجذور كحاصل ضرب عامل في نفسه مكرراً عددًا من المرات مساوياً للدليل الجذر، فمثلاً إذا كان دليل الجذر 4، أعيد كتابة المجذور كحاصل ضرب عامل في نفسه 4 مرات، وهكذا.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:

« ما المعادلة التي تمثل ارتفاع الزرافة بالأمتار وكتلتها بالكيلوغرامات؟ $h = 0.4x^{\frac{1}{3}}$ »

« كيف يمكن إيجاد ارتفاع زرافة كتلتها 343 kg؟
بتعويض كتلة الزرافة في المعادلة وحل المعادلة الناتجة.

« كم يبلغ ارتفاع هذه الزرافة؟

- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

- أعزز الإجابات الصحيحة.

المثالان 1 و 2

- أذكر الطلبة بما تعلموه سابقاً عن الأسس الصحيحة وقوانينها، ثم أوضح لهم أن العلاقة بين رفع عدد لأس صحيح موجب أكبر من 1 وإيجاد جذره النوني، وأقدم لهم المصطلحات الجديدة: الأسس النسبية، والجذر النوني، دليل الجذر.

- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي)، وبيّن العلاقة بين الأس النسبي على صورة $a^{\frac{1}{n}}$ والجذر النوني لأي عدد حقيقي.

- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح.

- أناقش مع الطلبة إمكانية إيجاد قيم عبارات عددية أسية نسبية من دون استعمال الآلة الحاسبة، بالاستناد إلى مفهوم الأس النسبي.

- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 3

- أناقش الطلبة في القاعدة الواردة ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي)، ويبيّن العلاقة بين الأس النسبي على صورة $a^{\frac{m}{n}}$ والجذر لأي عدد حقيقي.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح.

✓ **إرشاد:** ألفت انتباه الطلبة إلى أنه إذا كان المجذور عدداً سالباً وكان دليل الجذر عدداً زوجياً؛ عندها يكون الجذر النوني غير مُعرّف.

الوحدة 1

3 $729^{\frac{1}{6}}$

$$\begin{aligned} 729^{\frac{1}{6}} &= \sqrt[6]{729} \\ &= \sqrt[6]{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= 3 \end{aligned}$$

تعريف $a^{\frac{1}{n}}$

أعيد كتابة 729 كحاصل ضرب عاملٍ في نفسه 6 مرات
أجد الجذر السادس للعدد

✓ **أتحقّق من فهمي:**

4 $225^{\frac{1}{2}}$ 15

5 $(-243)^{\frac{1}{5}}$ -3

6 $128^{\frac{1}{7}}$ 2

يمكن تعميم العلاقة بين الأسس النسبية والجذور كما يأتي:

الأسس النسبية: $a^{\frac{m}{n}}$

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** لأي عدد حقيقي a لا يساوي صفراً، وأي عددين صحيحين n و m ($n > 1$) فإن $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$. إذا كان $a < 0$ و n عدداً زوجياً، فإن الجذر النوني يكون قيمة غير معرّف.

• **مثال:** $8^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{8})^2 = (2)^2 = 4$

مثال 3

أكتب الصورة الأسية في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية في كل ممّا يأتي:

1 $x^{\frac{3}{4}}$

$$x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$$

تعريف $a^{\frac{m}{n}}$

2 $\sqrt[5]{b^2}$

$$\sqrt[5]{b^2} = b^{\frac{2}{5}}$$

تعريف $a^{\frac{m}{n}}$

3 $30^{\frac{5}{6}}$

$$30^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{30^5}$$

تعريف $a^{\frac{m}{n}}$

4 $\sqrt[7]{(-50)^2}$

$$\sqrt[7]{(-50)^2} = (-50)^{\frac{2}{7}}$$

تعريف $a^{\frac{m}{n}}$

✓ **أتحقّق من فهمي:**

5 $d^{\frac{5}{2}} \sqrt{a^5}$

6 $\sqrt[4]{b^7} b^{\frac{7}{4}}$

7 $18^{\frac{9}{5}} \sqrt[5]{18^9}$

8 $\sqrt[3]{(-16)^8} (-16)^{\frac{8}{3}}$

يمكن استعمال تعريف الأسس النسبية في إيجاد قيم عبارات عديدة أُسيّة من دون استعمال الآلة الحاسبة.

مثال 4

أجد قيمة كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

1 $(-8)^{\frac{4}{3}}$

$$\begin{aligned} (-8)^{\frac{4}{3}} &= (\sqrt[3]{-8})^4 \\ &= (-2)^4 \\ &= 16 \end{aligned}$$

تعريف a^m

$$\sqrt[3]{(-8)} = \sqrt[3]{(-2 \times -2 \times -2)} = -2$$

أبسط

2 $(\frac{4}{9})^{\frac{5}{2}}$

$$\begin{aligned} (\frac{4}{9})^{\frac{5}{2}} &= (\sqrt{\frac{4}{9}})^5 \\ &= (\frac{2}{3})^5 \\ &= \frac{32}{243} \end{aligned}$$

تعريف a^m

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2 \times 2}{3 \times 3}} = \frac{2}{3}$$

أبسط

تحقق من فهمي:

3 $(32)^{\frac{3}{5}}$ 8

4 $(-\frac{27}{64})^{\frac{2}{3}}$ $\frac{9}{16}$

للأسس النسبية تطبيقات كثيرة في الحياة العملية.

مثال 5: من الحياة



أحياء: تمثل العلاقة $h = 62.5 \sqrt[3]{t} + 75.8$ ارتفاع كتف ذكر الفيل الأسوي h بالسنتيمترات، حيث t عُمرُ الفيل بالسنوات. أجد ارتفاع كتف فيل عُمره 27 سنة بالأمتر.

بما أن العلاقة تعطي ارتفاع كتف الفيل بالسنتيمترات، إذن، أجد أولاً ارتفاع الكتف بالسنتيمترات، ثم أحوّله إلى الأمتر.

- ناقش مع الطلبة إمكانية إيجاد قيم عبارات عديدة أسية نسبية من دون استعمال الآلة الحاسبة، بالاستناد إلى مفهوم الأس النسبي.
- ناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

مثال 5: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال الأسس النسبية في كثير من المواقف الحياتية وأذكر لهم بعضها.
- ناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى أن المعادلة تعطي ارتفاع كتف الفيل بالسنتيمترات؛ لذا يلزم تحويله إلى الأمتر بعد إيجاده.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة عند التحويل من السنتيمتر إلى المتر بالضرب في 100 وليس القسمة على 100؛ لذا أذكرهم بأننا نقسم عند التحويل من الوحدة الأصغر إلى الوحدة الأكبر.

التدريب 4

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-17) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من زميل / الزميلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (21-23).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 20, 21 كتاب التمارين: (1-8)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 18, 20, 21 كتاب التمارين: 9, 11, 13
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (19-23) كتاب التمارين: 12, 13

الإثراء

5

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل كل من المعادلات الآتية:
- $125^x = 625$ $x = \frac{4}{3}$
 - $27^x = 9$ $x = \frac{2}{3}$
 - $16^x = 64$ $x = \frac{3}{2}$

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

الوحدة 1

الخطوة 1 أجد ارتفاع كنف الفيئ بالستيمترات.

$$h = 62.5\sqrt[3]{t} + 75.8$$

$$= 62.5\sqrt[3]{27} + 75.8$$

$$= 62.5(3) + 75.8$$

$$= 263.3$$

العلاقة الأصلية

أعوض $t = 27$

$\sqrt[3]{27} = 3$

أبسط

إذن، ارتفاع كنف الفيئ 263.3 cm

الخطوة 2 أجد ارتفاع كنف الفيئ بالأمتار.

بما أن كل 1 m يساوي 100 cm، إذن، ارتفاع كنف الفيئ بالأمتار 2.633 m

أتتحقق من فهمي:

تكنولوجيا: تصنع شركة شرائح ذاكرة صغيرة لوحات تخزين البيانات المتنقلة (USB)، إذا استعملت الصيغة $c = 84(n)^{\frac{2}{3}} + 910$ لحساب التكلفة c بالدينار لإنتاج n شريحة، فأجد تكلفة إنتاج 125 شريحة ذاكرة. JD 3010



أدرب وأحل المسائل

أكتب الصورة الأسية في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية في كل مما يأتي:

- $p^{\frac{1}{6}} \sqrt[6]{b}$
- $\sqrt[8]{u} u^{\frac{1}{8}}$
- $9^{\frac{1}{4}} \sqrt[4]{9}$
- $\sqrt[5]{-8} (-8)^{\frac{1}{5}}$
- $w^{\frac{8}{3}} \sqrt[3]{w^8}$
- $\sqrt[6]{v^5} v^{\frac{5}{6}}$
- $16^{\frac{3}{4}} \sqrt[4]{16^3}$
- $\sqrt[5]{(-35)^9} (-35)^{\frac{9}{5}}$

أجد قيمة كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

- $32^{\frac{1}{5}} 2$
- $256^{\frac{1}{4}} 4$
- $(-125)^{\frac{1}{3}} -5$
- $4096^{\frac{1}{6}} 4$
- $(16)^{\frac{3}{4}} 8$
- $(-\frac{1}{32})^{\frac{2}{5}} \frac{1}{4}$
- $(\frac{9}{4})^{\frac{5}{2}} \frac{243}{32}$
- $(-\frac{27}{8})^{\frac{5}{3}} -\frac{243}{32}$

تنوع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة نواتج المسائل في بند (أندرب وأحل المسائل) باستعمال الآلة الحاسبة العلمية.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 5 من خطوات المشروع.

6

الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أجد قيمة كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

1 $400^{\frac{1}{2}}$ 20

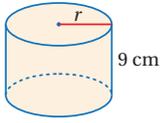
2 $625^{\frac{1}{4}}$ 5

3 $100000^{\frac{1}{5}}$ 10

4 $\left(\frac{25}{36}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{5}{6}$

5 $\left(\frac{8}{512}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\frac{2}{8}$

6 $\left(\frac{1000}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\frac{10}{4}$



17 **هندسة:** أجد طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة المجاورة إذا كان حجمها يساوي $2\sqrt{37} \text{ cm} \cdot 1332 \pi \text{ cm}^3$

أتذكر

يُستعمل القانون $V = \pi r^2 h$ لحساب حجم الأسطوانة، حيث h ارتفاع الأسطوانة، و r طول نصف قطرها.

18 يمكن تقدير معدل الطاقة التي تستهلكها المخلوقات الحية اعتمادًا على كتلة الجسم باستعمال المعادلة $R = 73.3 \sqrt[3]{M}$ التي تمثل العلاقة بين معدل الطاقة المستهلكة يوميًا R بوحدة السرعات الحرارية وكتلة الجسم M بالكيلوغرامات. أجد معدل الطاقة التي يستهلكها يوميًا خروف كتلته 16 kg **586.4** سرعة حرارية



19 تُصنع المسامير القياسية التي يتوافق طولها مع طول نصف قطرها لتتحمل الطرق وفق المعادلة $l = 54d^{\frac{2}{3}}$ التي تربط بين طول مسامير قياسي l بالإنشات وطول نصف قطرها d بالإنشات أيضًا. أجد طول مسامير قياسي طول نصف قطرها 0.09 in تقريبًا **1.46 in**

20 أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة. **2.8 m**

مهارات التفكير العليا

21 **أكتشف الخطأ:** أبين الخطأ في الحل الآتي، وأصححه.

$27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2 = 3^2 = 9$

$27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2$
 $= 9^2$
 $= 81$

22 **تبرير:** أجد قيمة $\sqrt{4^3} - \sqrt{4}$ بأبسط صورة، مبررًا إجابتي. **$\sqrt{4^3} - \sqrt{4} = 4\sqrt{4} - \sqrt{4} = 3\sqrt{4}$**

23 **مسألة مفتوحة:** أجد عبارتين مختلفتين على صورة $x^{\frac{1}{n}}$ بحيث تكون أبسط صورة لهما $2x^3$ **إجابة ممكنة: $2x^3 = (32x^{15})^{\frac{1}{5}}$, $x > 0$, $(4x^6)^{\frac{1}{2}} = 2x^3$**

24 **أكتب:** كيف أحول بين الأسس النسبية والجذور؟
أنظر إجابات الطلبة.

إرشادات:

- في السؤال 19، أوضح للطلبة أهمية أن يتناسب طول نصف قطر المسامير مع طوله لتحمل الطرق.
- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.
- في السؤال 21 (أكتشف الخطأ)، أسأل الطلبة: هل الجذر الثالث لـ 27 هو 3؟
- في السؤال 22 (تبرير)، أذكر الطلبة بضرورة اتباع أولويات العمليات ليكون الناتج صحيحًا.

نتائج الدرس:

- استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحتوي أسسًا نسبية وتبسيطها.

نتائج التعلم القبلي:

- تعرّف الأسس والقوى الصحيحة، وقواعد ضربها وقسمتها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أطلب إلى الطلبة استعمال عمليتي \times و \div و الأعداد $1^4, 2^3, 3^2, 4^2$ لتكوين أكبر عدد ممكن من الأعداد الصحيحة.

مثال: $4^2 \times 3^2 \div 2^3 \div 1^4 = 18$

! أخطاء شائعة: يخطئ بعض الطلبة عند ضرب القوى وقسمتها، بضرب الأساس وجمع الأس؛ لذا أقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

أستكشفُ



بيّن الشكل المجاور صندوقًا خشبيًا مصمّمًا على شكل متوازي مستطيلات طوله $x^{\frac{1}{2}}$ وحدة، وعرضه $x^{\frac{1}{3}}$ وحدة، وارتفاعه $x^{\frac{1}{4}}$ وحدة، كيف أجد حجم الصندوق بدلالة المتغير x ؟

فكرة الدرس

استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحتوي أسسًا نسبية وتبسيطها.

تعلمت سابقًا مجموعةً من قوانين الأسس الصحيحة:

قوانين الأسس الصحيحة

مراجعة المفهوم

إذا كان a و b عدديين حقيقيين و m و n عدديين صحيحين، فإن:

ضرب القوى $a^m \times a^n = a^{m+n}$

قسمة القوى $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$

قوة القوة $(a^m)^n = a^{m \times n}$

قوة ناتج الضرب $(ab)^n = a^n b^n$

قوة ناتج القسمة $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

الأس الصفرى $a^0 = 1, a \neq 0$

الأسس السالبة $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$

يظهر في بعض الأحيان قانون قوة ناتج القسمة على الصورة $(\frac{a}{b})^{-n}$ الذي يمكن كتابته باستعمال قوة موجبة على الصورة $(\frac{b}{a})^n$. وبصورة عامة، لأي عددين a و b حيث $a, b \neq 0$ و n عدد صحيح فإن:

$$(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$$

تنطبق جميع قوانين الأسس أعلاه على الأسس النسبية، ويمكن استعمالها لإيجاد قيمة مقدار عدديّ يحوي أسسًا نسبية.

مثال 1 أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

1 $64^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}}$

$$\begin{aligned} 64^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} &= (2^6)^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} \\ &= 2^{\frac{6}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} \\ &= 2^{\frac{6}{5} + \frac{4}{5}} \\ &= 2^{\frac{10}{5}} \\ &= 2^2 = 4 \end{aligned}$$

$$64 = 2^6$$

قاعدة قوة القوى

قاعدة ضرب القوى

أجمع

أبسط

2 $\sqrt[3]{125 \times 5^6}$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{125 \times 5^6} &= (125 \times 5^6)^{\frac{1}{3}} \\ &= (5^3 \times 5^6)^{\frac{1}{3}} \\ &= (5^9)^{\frac{1}{3}} \\ &= 5^3 \\ &= 125 \end{aligned}$$

تعريف الأس النسبية

$$125 = 5^3$$

قاعدة ضرب القوى

قاعدة قوة القوى

أبسط

أذكر

هل يمكن حل
الفرع 2 من المثال
بطريقة أخرى؟

3 $\frac{\sqrt[9]{81}}{\sqrt[4]{3}}$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[9]{81}}{\sqrt[4]{3}} &= \frac{81^{\frac{1}{9}}}{3^{\frac{1}{4}}} \\ &= \frac{(3^4)^{\frac{1}{9}}}{3^{\frac{1}{4}}} \\ &= \frac{3^{\frac{4}{9}}}{3^{\frac{1}{4}}} \\ &= \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{4}}} = (3)^{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} \\ &= 3^{\frac{1}{4}} \\ &= \sqrt[4]{3} \end{aligned}$$

تعريف الأس النسبية

$$81 = 3^4$$

قاعدة قوة القوى

قاعدة قسمة القوى

أبسط

الصورة الجذرية

أذكر

يلزم توحيد المقامات
قبل طرح الأسس
النسبية.

• أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:

« ما شكل الصندوق الظاهر في المسألة؟ على شكل متوازي مستطيلات.

« كيف يمكن إيجاد حجم الصندوق؟ بضرب أبعاده.

« كم يبلغ حجم الصندوق بدلالة المتغير x ؟

• أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

• أذكر الطلبة بما تعلموه في الصف السابع حول قوانين الأسس الصحيحة الوارد ذكرها في صندوق (مراجعة المفهوم)، وأعطي لهم مثالاً على كل قانون.

• أناقش مع الطلبة القانون $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$ ، وأقدم لهم أمثلة على ذلك.

• أوضح للطلبة أن جميع قوانين الأسس الصحيحة تنطبق على الأسس النسبية، ويمكن استعمالها لإيجاد قيمة مقدار عددي يحوي أسساً نسبية دون استعمال الآلة الحاسبة.

• أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

إرشادات: ✓

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن قوانين الأسس تنطبق على أي أساسات حقيقية.
- أوجّه الطلبة إلى الإجابة عن الفرع 2 من المثال 1 بطريقة أخرى، وهي توزيع الجذر التكعيبي على الضرب أولاً.
- ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة توحيد مقامات الأسس النسبية قبل جمعها أو طرحها.
- أوضح للطلبة إمكانية حل الفرع 4 من المثال 1 بتحويل الأس النسبي إلى جذر.

الوحدة 1

$$4 \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} &= \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{27^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{2}{3}}} \\ &= \frac{((3)^3)^{\frac{2}{3}}}{((2)^3)^{\frac{2}{3}}} \\ &= \frac{3^2}{2^2} \\ &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \text{ قاعدة}$$

قاعدة قوة ناتج القسمة

$$27 = 3^3, 8 = 2^3$$

قاعدة قوة القوة

أبسط

التذكير

يمكن استعمال تعريف الأسس النسبية لحلّ المسألة 4 حيث:
 $27^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$
 $8^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$

أتحقّق من فهمي: ✓

$$5 \quad 32^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \quad 8$$

$$6 \quad \sqrt[4]{81} \times 2^4 \quad 6$$

$$7 \quad \sqrt[3]{\frac{243}{9}} \quad 3$$

$$8 \quad \left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{5}{4}} \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{32}$$

تكون العبارة الأُسّية في أبسط صورة إذا كانت الأُسس النسبية موجبة وبأبسط صورة في كلٍّ من البسط والمقام، ولا يظهر الأساس الواحد أكثر من مرّة، وللحصول على ذلك استعمل قوانين الأسس عند تبسيط العبارات الأُسّية النسبية.

العبارات الأُسّية في أبسط صورة

مفهوم أساسي

تكون العبارة الأُسّية في أبسط صورة إذا:

- ظهر كلُّ أساس مرة واحدة وكانت الأُسس جميعها موجبة.
- لم تتضمن العبارة قوة القوى.
- كانت الكسور والجذور جميعها في أبسط صورة.
- كانت الأُسس في المقام صحيحة موجبة.

مثال 2

أبسط كلاً من العبارات الآتية مفترضاً أنَّ أياً من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

$$1 \quad y^{-\frac{2}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}$$

$$\begin{aligned} y^{-\frac{2}{3}} \times y^{\frac{5}{3}} &= y^{-\frac{2}{3} + \frac{5}{3}} \\ &= y^{\frac{3}{3}} \\ &= y \end{aligned}$$

قاعدة ضرب القوى

أجمع الأسس

أبسط

$$2 \quad \frac{w^{\frac{7}{2}}}{w^3}$$

$$\begin{aligned} \frac{w^{\frac{7}{2}}}{w^3} &= (w^{\frac{7}{2}}) \times w^{-3} \\ &= (w^{\frac{7}{2}-3}) \\ &= w^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

قاعدة الأسس السالبة

قاعدة ضرب القوى

أبسط

$$3 \quad (b^{\frac{3}{7}})^7$$

$$\begin{aligned} (b^{\frac{3}{7}})^7 &= b^{\frac{3}{7} \times 7} \\ &= b^3 \end{aligned}$$

قاعدة قوة القوة

أبسط

✓ **أتحقق من فهمي:**

$$4 \quad y^{\frac{4}{5}} \times y^{-\frac{9}{5}} = \frac{1}{y}$$

$$5 \quad \frac{u^{-\frac{7}{2}}}{u^{-4}} = (u)^{\frac{1}{2}}$$

$$6 \quad (d^{-\frac{2}{3}})^6 = \frac{1}{d^4}$$

- أوضح للطلبة أن هناك شروطاً لتكون العبارة الأسية في أبسط صورة، ويمكن الحصول على أبسط صورة من العبارة الأسية النسبية باستعمال قوانين الأسس.
- أناقش الطلبة في الشروط الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي)، وبيّنت شروط عدّ العبارة الأسية في أبسط صورة.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشاد:** في المثال 2، أطلب إلى الطلبة تبرير سبب كون العبارة الأسية في كل فرع ليست في أبسط صورة، ثم أطلب إليهم بعد التبسيط تبرير سبب أن العبارة أصبحت في أبسط صورة.

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في كثير من المواقف الحياتية، وأذكر لهم بعضها.
- ناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: في المثال 3، ألفت انتباه الطلبة إلى عدم إمكانية إيجاد الناتج بأبسط صورة دون استعمال الآلة الحاسبة؛ لأن الأساسات أعداد عشرية.

4 التدريب

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، مُحفّزاً الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

الوحدة 1

يمكنُ توظيفُ قوانين ضرب الأسس النسبية وقسمتها في مواقف حياتية متنوعة.



مثال 3: من الحياة

يمكنُ حسابُ مساحة سطح جسم الحيوانات الثديية بالصيغة $S = 9.75 m^{\frac{2}{3}}$ حيثُ S مساحة السطح بالستيمتر المربع، و m كتلة الحيوان بالغرام. أجدُ مساحة سطح جسم أرنبٍ كتلته 3.4×10^3 غراماً، وأقربُ الإجابة لأقرب عدد صحيح.

لإيجاد مساحة سطح جسم الأرنب أعوض كتلته في الصيغة:

$$S = 9.75 m^{\frac{2}{3}} \quad \text{الصيغة الأصلية}$$

$$S = 9.75 \times (3.4 \times 10^3)^{\frac{2}{3}} \quad \text{أعوض } m = 3.4 \times 10^3$$

$$= 9.75 \times 3.4^{\frac{2}{3}} \times (10^3)^{\frac{2}{3}} \quad \text{قاعدة ضرب القوى}$$

$$= 9.75 \times 3.4^{\frac{2}{3}} \times 10^2 \quad \text{قاعدة قوة القوة}$$

أستعمل الآلة الحاسبة:

$$9.75 \times 3.4 \times (2 \div 3) \times 10 = 2204.570003$$

إذن، مساحة سطح جسم الأرنب 2205 cm^2 تقريباً.

أتحقّق من فهمي:

تمثّل المعادلة $A = (4\pi)^{\frac{1}{3}} (3V)^{\frac{2}{3}}$ مساحة سطح كرة بالوحدات المربعة تمّ تشكيلها باستعمال مجموعة من كرات صغيرة حجم الواحدة منها V وحدة مكعبة. أجدُ مساحة السطح الخارجي للكرة الكبيرة إذا كان حجم الكرة الصغيرة 9 وحدات مكعبة. 21 وحدة مكعبة تقريباً.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (18-20).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 14, 15, 19 كتاب التمارين: 14, (1-11)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 19, (14-17) كتاب التمارين: 1, 4, 6, 8, 9, 12, 14
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14-16), (18-20) كتاب التمارين: 11, 13, 14

أدرب وأحل المسائل

أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

1 $25^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}$ 25

2 $\sqrt[6]{64 \times 3^{12}}$ 18

3 $\frac{9^{\frac{5}{2}}}{27^{\frac{2}{3}}}$ 27

4 $\frac{\sqrt[3]{216}}{36^{-\frac{3}{2}}}$ 1296

5 $(\frac{25}{64})^{-\frac{3}{2}}$ $\frac{512}{125}$

6 $(\frac{2187}{128})^{-\frac{5}{7}}$ $\frac{32}{243}$

أتذكر

يمكن حل المسائل من 1 إلى 6 بأكثر من طريقة.

أبسط كلاً من العبارات الآتية مفترضاً أن أيًا من المتغيرات لا يساوي صفراً:

7 $p^{-\frac{3}{4}} \times p^{\frac{11}{4}}$ p^2

8 $\frac{u^{-\frac{8}{3}}}{u^{-3}}$ $(u)^{\frac{1}{3}}$

9 $y^6(y^{\frac{3}{2}})^{-2}$ y^3

10 $\frac{1}{n^2}y^{-2}(n^{\frac{5}{3}})^6$ $\frac{n^8}{y^2}$

11 $\frac{w^2 \times w^{-\frac{9}{2}}}{w^{-3}}$ $(w)^{\frac{1}{2}}$

12 $d^{-\frac{1}{2}} \times d^{-\frac{3}{2}}$ $\frac{1}{d^2}$



13 أعاصير: يستعمل العلماء المعادلة $s = \sqrt{9.8d}$ لتقدير سرعة موج البحر s بالمتراً لكل ثانية في أثناء إعصار تسونامي، حيث d عمق الماء بالأمتار. أقدّر سرعة الموجة حين يكون عمق الماء 4000 m تقريباً. **198 m/s**

معلومة

تسونامي هُو مجموعة من الأمواج الكبيرة جداً تنتج من تحرك كمية هائلة من مياه المحيطات بفعل الظواهر المفاجئة، مثل الزلازل.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الآتي:
إذا علمت أن $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1$ ، فأثبت أن:
 $\sqrt{100} \times \sqrt[4]{100} \times \sqrt[8]{100} \times \dots = 100$
 $\sqrt{100} \times \sqrt[4]{100} \times \sqrt[8]{100} \times \dots$
 $= (100)^{\frac{1}{2}} \times (100)^{\frac{1}{4}} \times (100)^{\frac{1}{8}} \times \dots$
 $= (100)^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots}$
 $= 100^1 = 100$

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصّة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة نواتج المسائل في بند (أدرّب وأحل المسائل) باستعمال الآلة الحاسبة العلمية.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 6 من خطوات المشروع.

- أوجّه الطلبة إلى النظر في بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
« أبسط كلاً من العبارات الآتية مفترضاً أن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$1 \quad \frac{b^{\frac{9}{5}}}{b^{-\frac{6}{5}}} \quad b^3 \quad 2 \quad \left(a^{\frac{2}{7}} \times a^{\frac{2}{7}}\right)^{-7} \quad \frac{1}{a^4}$$

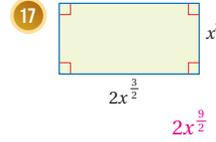
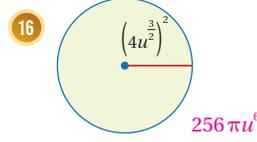
$$3 \quad \left(x^{\frac{2}{5}}\right)^5 \quad x^2$$

أعود إلى فقرة (أكتشف) بداية الدرس، وأجد:

$$14 \quad \text{حجم الصندوق بدلالة } x. \quad x^{\frac{13}{12}}$$

$$15 \quad \text{مساحة المساحة الكلية لسطح الصندوق إذا كانت } x = 4096 \quad 3328$$

هندسة: أجد مساحة كل شكل مما يأتي:



$$16 \quad 256\pi u^6$$

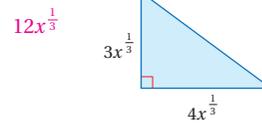
$$17 \quad 2x^9$$

18 مسألة مفتوحة: أكتب 4 مقادير مكافئة للمقدار $(x^{\frac{2}{3}})^3$
إجابات ممكنة: $x^2, (x^4)^{\frac{1}{2}}, \sqrt[6]{x^3}, (x^{10})^{\frac{1}{5}}$
19 أكتشف الخطأ: أبين الخطأ في الحل الآتي، وأصحّحه:

بما أن دليل الجذر زوجي،
والمجذور سالب؛ فإن
الجذر غير معرف.

$$\begin{aligned} (-81)^{\frac{3}{4}} &= ((-81)^{\frac{1}{4}})^3 \\ &= (-3)^3 \\ &= -27 \end{aligned}$$

20 تحدّ: أجد محيط المثلث في الشكل الآتي.



21 أكتب: كيف أستعمل قوانين الأسس النسبية في إيجاد قيم مقادير تحتوي أسساً نسبية وتبسيطها؟ أنظر إجابات الطلبة.

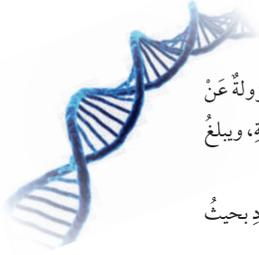
مهارات التفكير العليا

أفكر

كيف أجد طول الضلع الثالث في المثلث لأجد المحيط؟

إرشادات:

- في السؤالين 16 و 17، أذكر الطلبة بقانوني: مساحة الدائرة، ومساحة المستطيل.
- في السؤال 19 (أكتشف الخطأ)، ألفت انتباه الطلبة إلى إشارة المجذور ودليل الجذر، وأذكرهم أنه إذا كان المجذور عدداً سالباً وكان دليل الجذر عدداً زوجياً؛ عندها يكون الجذر النوني غير معرف.
- في السؤال 20 (تبرير)، أذكر الطلبة أنه يمكن إيجاد طول الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية باستعمال نظرية فيثاغورس.



أستكشفُ

الأحماض النووية (DNA) هي جزيئات مسؤولة عن تخزين المعلومات الوراثية في الكائنات الحية، ويبلغ قطرها 0.000000002 m تقريباً. هل توجد طريقة أخرى لكتابة هذا العدد بحيث تصبح قراءته أسهل؟

فكرة الدرس

أكتب الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية، وأجري عمليتي الضرب والقسمة عليها.

المصطلحات

الصيغة العلمية

التفكير

تسمى الصيغة التي تكتب بها الأعداد من دون استعمال الأسس الصيغة القياسية.

الصيغة العلمية (scientific notation) هي طريقة لكتابة الأعداد الكبيرة جداً أو الصغيرة جداً على صورة حاصل ضرب عددين أحدهما أكبر من 1 أو يساوي 1 وأقل من 10، والآخر أحد قوى العدد 10

الصيغة العلمية

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** يُكتب العدد بالصيغة العلمية على الصورة $a \times 10^n$ ، حيث $1 \leq a < 10$ عدد صحيح.

• **أمثلة:** 6.35×10^4 ، 1.9×10^{-3} ، 2×10^8

مثال 1

أكتب كل عدد في ما يأتي بالصيغة العلمية:

1 12300000

1 **الخطوة** أحرك الفاصلة العشرية.

أحرك الفاصلة العشرية إلى اليسار حتى ينتج عدد أكبر من 1 أو يساوي 1 وأقل من 10:

12300000.
1.23

أحرك الفاصلة العشرية 7 منازل إلى اليسار
أحذف الأصفار الإضافية

إذن، العدد بعد تحريك الفاصلة 1.23

نتائج الدرس:

- كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية.
- ضرب أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية وقسمتها.

نتائج التعلم القبلي:

- مقارنة الكسور العشرية وترتيبها.
- ضرب الكسور العشرية وقسمتها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفارق التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبينة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفارق التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أكتب الأعداد الآتية على اللوح، ثم أطلب إلى الطلبة إعادة كتابتها على صورة حاصل ضرب باستعمال ($\times 10$) عدداً من المرات اللازمة.

1 1000

2 50000

3 300000

4 400000

5 9000000

مثال:

$$600000 = 6 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « ما هي الأحماض النووية؟ هي جزيئات مسؤولة عن تخزين المعلومات الوراثية في الكائنات الحية.
 - « كم يبلغ قطر الحمض النووي؟ 0.00000002
 - « من منكم يستطيع قراءة هذا العدد؟
 - « هل توجد طريقة أخرى لكتابة هذا العدد بحيث تصبح قراءته أسهل؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- ناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أوضح للطلبة مفهوم الصيغة العلمية، وأهميتها في إعادة كتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا لتسهيل التعامل معها وقراءتها.
- ناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق المفهوم الأساسي، وبيّن شروط كتابة العدد بالصيغة العلمية.
- ناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأدرج معهم بخطوات كتابة العدد بالصيغة العلمية، وأوضح لهم أن إشارة أس العدد 10 تكون موجبة عند كتابة الأعداد الكبيرة بالصيغة العلمية، وسالبة عند كتابة الأعداد الصغيرة بالصيغة العلمية.

تعزيز اللغة ودعمها:

- أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

الخطوة 2 أحدد قوة العدد 10

بما أنّ الفاصلة العشرية تحركت 7 منازل إلى اليسار؛ فإن $n = 7$ إذن، قوة العدد 10 هي 10^7

الخطوة 3 أضرب العددين الناتجين من الخطوتين 1 و 2

$$12300000 = 1.23 \times 10^7$$

2 0.000729

التذكير

يُسمى عدد مرات تكرار الضرب الأس، ويُسمى كل من الأساس والأس معًا قوة.

$$0.000729$$

$$7.29$$

الخطوة 1 أحرك الفاصلة العشرية.

أحرك الفاصلة العشرية إلى اليمين حتى ينتج عدد أكبر من أو يساوي 1 وأقل من 10:

أحرك الفاصلة العشرية 4 منازل إلى اليمين
أحذف الأصفار الإضافية

إذن، العدد بعد تحريك الفاصلة 7.29

الخطوة 2 أحدد قوة العدد 10

بما أنّ الفاصلة العشرية تحركت 4 منازل لليمين؛ فإن $n = -4$ إذن، قوة العدد 10 هي 10^{-4}

الخطوة 3 أضرب العددين الناتجين من الخطوتين 1 و 2

$$0.000729 = 7.29 \times 10^{-4}$$

تحقق من فهمي:

3 7864

$$7.864 \times 10^3$$

4 4277.38

$$4.27738 \times 10^3$$

5 0.00000874

$$8.74 \times 10^{-6}$$

6 0.002

$$2 \times 10^{-3}$$

إرشادات:

- أذكر الطلبة بالصيغ التي تعلموا كتابة الأعداد بها، وهي: الصيغة القياسية، والصيغة التحليلية، والصيغة اللفظية، والصيغة الأسية.
- أذكر الطلبة بمفهوم كل من: الأس، والأساس، والقوة.
- أوضح للطلبة أن تحريك الفاصلة إلى اليسار عند كتابة الأعداد الكبيرة بالصيغة العلمية يعني أن العدد يصبح أصغر؛ لذا نجعل أس العدد 10 موجبًا، أما تحريك الفاصلة إلى اليمين عند كتابة الأعداد الصغيرة بالصيغة العلمية فيعني أن العدد يصبح أكبر؛ لذا نجعل أس العدد 10 سالبًا.

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أوضح للطلبة إمكانية تحويل العدد من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية.
- ناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشاد:** ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق (أتعلم) الواردة في المثال 2؛ لما لها من أهمية في توضيح إعادة كتابة العدد بالصيغة القياسية.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تحديد عدد الأصفار التي يلزم إضافتها عن التحويل من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم الدعم اللازم حتى يتقنوا هذه المهارة.

ويمكننا أيضاً تحويل الأعداد من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية.

مثال 2

أكتب كل عددٍ مما يأتي بالصيغة القياسية:

1 7.51×10^5

1 **الخطوة** 1 أستعمل أس العدد 10 وإشارته لتحديد عدد المنازل العشرية التي أحرّك الفاصلة العشرية بعدها واتجاه الحركة.

أس العدد 10^5 هو 5، إذن $n = 5$ ، وبما أن $n > 0$ ، إذن أحرّك الفاصلة العشرية 5 منازلً لليمين.

أتعلم

أحرّك الفاصلة العشرية إلى اليمين عدداً من المنازل يساوي قيمة n ، أما إذا انتهت المنازل العشرية في العدد العشري، فأضف صفراً أو أكثر يمين آخر رقم حتى يكتمل العدد المطلوب من المنازل.

$$7.51 \times 10^5 \longrightarrow 7.51000$$

إذن، العدد 7.51×10^5 بالصيغة القياسية هو 751000

2 **الخطوة** 2 أحرّك الفاصلة العشرية.

2 6.8×10^{-8}

1 **الخطوة** 1 أستعمل أس العدد 10 وإشارته لتحديد عدد المنازل العشرية التي أحرّك الفاصلة العشرية بعدها واتجاه الحركة.

أس العدد 10^{-8} هو -8، إذن $n = -8$ ، وبما أن $n < 0$ ، إذن أحرّك الفاصلة العشرية 8 منازلً لليسار.

أتعلم

أحرّك الفاصلة العشرية إلى اليسار عدداً من المنازل يساوي قيمة n ، أما إذا انتهت المنازل العشرية في العدد العشري، فأضف صفراً أو أكثر يسار آخر رقم حتى يكتمل العدد المطلوب من المنازل.

$$6.8 \times 10^{-8} \longrightarrow 0.000000068$$

إذن، العدد 6.8×10^{-8} بالصيغة القياسية هو 0.000000068

2 **الخطوة** 2 أحرّك الفاصلة العشرية.

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 6.432×10^6

6432000

4 3.45×10^{-2}

0.0345

5 7×10^{-4}

00007

6 8×10^3

8000

مثال 3

- أوضح للطلبة إمكانية المقارنة بين الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية وترتيبها، وذلك بمقارنة أسس العدد 10 أولاً، ثم مقارنة الجزء العشري.

- ناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تذكر كيفية المقارنة بين الجزء العشري للأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية؛ لذا أعطهم بعض الأمثلة لمراجعة هذا المفهوم.

مثال 4

- أوضح للطلبة إمكانية ضرب الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية وقسمتها، باستعمال قواعد ضرب القوى.
- ناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة الانتباه إلى الجزء العشري بعد ضرب الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية أو قسمتها، فقد يصبح هذا الجزء غير مطابق لشروط الصيغة العلمية، وعندها يحتاج إلى إعادة كتابة بالصيغة العلمية مرة أخرى.

الوحدة 1

يمكن مقارنة الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية وترتيبها، وذلك بمقارنة أسس العدد 10 أولاً، ثم مقارنة الجزء العشري.

مثال 3

أرتب الأعداد في كل مما يأتي تصاعدياً:

1 3.9×10^6 , 4.2×10^5 , 3.8×10^6

الخطوة 2 أقرن الجزء العشري.

الأكبر $\rightarrow 3.9 \times 10^6$

3.8×10^6

بما أن $3.9 > 3.8$

إذن، 3.9×10^6 هو الأكبر.

الخطوة 1 أقرن بين أسس العدد 10

3.9×10^6

الأصغر $\rightarrow 4.2 \times 10^5$

3.8×10^6

بما أن $10^5 < 10^6$

إذن 4.2×10^5 هو الأصغر.

إذن، الترتيب التصاعدي للأعداد الثلاثة هو:

4.2×10^5 , 3.8×10^6 , 3.9×10^6

أتتحق من فهمي:

2 7.8×10^{-3} , 7.9×10^{-3} , 5.6×10^{-4} , 5.6×10^{-4} , 7.8×10^{-3} , 7.9×10^{-3}

يمكن استعمال الصيغة العلمية لتسهيل عملية ضرب الأعداد الكبيرة جداً أو الصغيرة جداً وقسمتها.

مثال 4

أجد ناتج كل مما يأتي:

1 $(3.4 \times 10^{-4})(6 \times 10^7)$

$(3.4 \times 10^{-4})(6 \times 10^7) = (3.4 \times 6)(10^{-4} \times 10^7)$

$= 20.4 \times 10^3$

$= (2.04 \times 10^1) \times 10^3$

$= 2.04 \times 10^4$

الخاصيتان: التجميع، والتبديلية

قاعدة ضرب القوى

$20.4 = 2.04 \times 10^1$

قاعدة ضرب القوى

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن مواقف علمية حياتية تُستعمل فيها الصيغة العلمية.

2 $(6.561 \times 10^{-4}) \div (7.29 \times 10^7)$

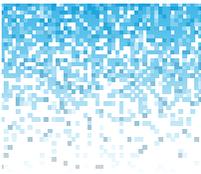
$$\begin{aligned} (6.561 \times 10^{-4}) \div (7.29 \times 10^7) &= \frac{(6.561 \times 10^{-4})}{(7.29 \times 10^7)} \\ &= \left(\frac{6.561}{7.29} \right) \left(\frac{10^{-4}}{10^7} \right) && \text{الخاصيتان: التجميعية، والتبديلية} \\ &= 0.9 \times 10^{-11} && \text{قاعدة قسمة القوى} \\ &= (9 \times 10^{-1}) \times 10^{-11} && 0.9 = 9 \times 10^{-1} \\ &= 9 \times 10^{-12} && \text{قاعدة ضرب القوى} \end{aligned}$$

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 $(5.6 \times 10^{11})(2.8 \times 10^{-14})$ 1.568 $\times 10^{-2}$ 4 $(1.305 \times 10^5) \div (1.45 \times 10^8)$ 9×10^{-4}

تُستعمل الصيغة العلمية في كثير من المواقف الحياتية.

مثال 5: من الحياة



البِكْسَل: البِكْسَل هو أصغر عنصر يمكن رؤيته في الصورة الرقمية على الشاشات، وهو على شكل مستطيل طوله 2×10^{-2} cm وعرضه 7×10^{-3} cm أجد مساحة البِكْسَل بالصيغتين: القياسية، والعلمية.

$$\begin{aligned} A &= l \times w && \text{قانون مساحة المستطيل الذي طوله } l \text{ وعرضه } w \\ A &= (2 \times 10^{-2})(7 \times 10^{-3}) && \text{أعوّض } l = 2 \times 10^{-2} \text{ و } w = 7 \times 10^{-3} \\ &= (2 \times 7)(10^{-2} \times 10^{-3}) && \text{الخاصيتان: التبديلية، والتجميعية} \\ &= 14 \times 10^{-5} && \text{قاعدة ضرب القوى} \\ &= (1.4 \times 10^1) \times 10^{-5} && 14 = 1.4 \times 10^1 \\ &= 1.4 \times 10^{-4} && \text{قاعدة ضرب القوى} \\ &= 0.00014 && \text{الصيغة القياسية} \end{aligned}$$

إذن، مساحة البِكْسَل بالصيغة القياسية 0.00014، وبالصيغة العلمية 1.4×10^{-4}

- أوضح للطلبة أهمية استعمال الصيغة العلمية في كثير من المواقف الحياتية وأذكر لهم بعضها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

التدريب

4

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-14) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكن / تمكنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أتدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم اطلب إليهم حل المسائل (18-20).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم اطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أسّتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 16, 17, 19 كتاب التمارين: (1-10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 15, 17, 18 كتاب التمارين: 5, 7, 12, 13
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (17-20) كتاب التمارين: (13-15), 10, 11,

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- اطلب إلى الطلبة حل السؤال الآتي:
« في ما يأتي مجموعة من الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية:

$$1.6 \times 10^4, 4.8 \times 10^6, 3.2 \times 10^2, 6.2 \times 10^3$$

- 1 أي عددين من الأعداد السابقة لهما أقل ناتج ضرب؟

$$3.6 \times 10^2, 6.2 \times 10^3$$

- 2 أي عددين من الأعداد السابقة لهما أكبر ناتج ضرب؟

$$1.6 \times 10^4, 4.8 \times 10^6$$

- 3 أي عددين من الأعداد السابقة لهما أكبر ناتج قسمة؟

$$4.8 \times 10^6, 3.2 \times 10^2$$

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن اطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

الوحدة 1



أتتحقّق من فهمي:

يحتوي جسم الإنسان البالغ 20 000 000 000 000 خلية دم حمراء تقريباً وكتلة الخلية الواحدة 1 g 0.000 000 000 1
أكتب كلاً من هذين العددين بالصيغة العلمية، ثم أجد كتلة خلايا الدم الحمراء جميعها لدى الإنسان البالغ.
 2×10^{13} , 1×10^{-10} , 2×10^3

أتحرب وأحل المسائل

أكتب كل عدد ممّا يأتي بالصيغة العلمية:

- 1 $250 \ 2.5 \times 10^2$

- 2 $20\ 780\ 000\ 000$
 2.078×10^{10}

- 3 56.0045
 5.60045×10^1

- 4 0.00076
 7.6×10^{-4}

أكتب كل عدد ممّا يأتي بالصيغة القياسية:

- 5 2.46×10^2 246

- 6 8.97×10^5 897000

- 7 5.67×10^{-4} 0.000567

- 8 2.0789×10^{-2} 0.020789

9 أرتب الأعداد الآتية تصاعدياً:

$$6.25 \times 10^{-1}, 2.8 \times 10^5, 4.5 \times 10^5, 2.07 \times 10^{-2}, 6.3 \times 10^{-1}$$

$$2.07 \times 10^{-2}, 6.25 \times 10^{-1}, 6.3 \times 10^{-1}, 2.8 \times 10^5, 4.5 \times 10^5$$

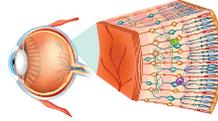
أجد ناتج كل ممّا يأتي:

- 10 $(7.3 \times 10^{-3})(4 \times 10^2)$ 2.92

- 11 $(2 \times 10^{-2})^3$ 8×10^{-6}

- 12 $(4.8 \times 10^4) \div (3 \times 10^4)$ 1.6

- 13 $\sqrt{(36 \times 10^{-4})}$ 6×10^{-2}



14 **تشریح:** تحتوي شبكة العين خلايا مستقبلة للضوء وحساسة له تُسمّى عصيّاً ومخاريط، إذ يبلغ عدد العصيّ في الشبكة 120000000، وعدد المخاريط 6000000، أكتب كلاً من هذين العددين بالصيغة العلمية.
 1.2×10^8 , 6×10^6

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أتحرب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي في المنزل، والاستمتاع بمسائل تحويل الأعداد من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية، وضرب وقسمة الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية:



إرشادات:

- يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.
- تحتوي اللعبة مستويات مختلفة تعالج مهارات رياضية مختلفة؛ لذا أحث الطلبة على الدخول إلى كافة المستويات.

تنبيه: يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح؛ ليسهل عليهم حل المسائل.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى النظر في بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أكتب كل عدد مما يأتي بالصيغة العلمية:

- 3400000000 3.4×10^9
- 0.999 9.99×10^{-1}
- 0.0056 5.6×10^{-3}
- 20780000000 2.078×10^{10}

15 يُبين الجدول الآتي أبعاد بعض الكواكب عن الشمس، أرتب هذه الأبعاد تنازلياً.



بُعد الكوكب عن الشمس					
المشتري	الزهرة	عطارد	نبتون	المريخ	الأرض
4.84×10^8	6.7×10^7	3.6×10^7	2.8×10^9	1.42×10^8	9.3×10^7

نبتون، المشتري، المريخ، الأرض، الزهرة، عطارد.

16 **كثافة سكانية:** تُحسب الكثافة السكانية لمنطقة ما بقسمة عدد السكان على مساحة هذه المنطقة. في شهر آب من عام 2020 كان عدد سكان الأرض 7.8×10^9 نسمة. إذا كانت مساحة سطح اليابسة على الأرض $1.438 \times 10^9 \text{ km}^2$ ، فأجد الكثافة السكانية لسكان الأرض على اليابسة. **5.4 تقريباً.**

17 **نباتات:** تبلغ كتلة الولاية (Wolfian globose) $1.5 \times 10^{-4} \text{ g}$ إذا احتوت ملعقة صغيرة 5×10^3 نبات ولفية تقريباً، فأجد كتلة هذه الكمية. **7.5×10^{-1}**

مهارات التفكير العليا

18 **تبرير:** أيهما أكبر: 1000^{10} أم 10^{1000} ؟ أبرر إجابتي. **10^{1000} أكبر لأن $10^{1000} = 1000^{10}$**

19 **اكتشف الخطأ:** حل كل من سعيد وهدى مسألة قسمة مكتوبة بالصيغة العلمية على النحو الآتي، من منهنهما حلّه صحيح؟ أبرر إجابتي.

هدى	سعيد
$\frac{3.12 \times 10^{-4}}{6 \times 10^8} = 0.52 \times 10^{-12}$	$\frac{3.12 \times 10^{-4}}{6 \times 10^8} = 0.52 \times 10^{-12}$
$= 5.2 \times 10^{-11}$	$= 5.2 \times 10^{-13}$

حل سعد صحيح لأن $0.52 \times 10^{-12} = 5.2 \times 10^{-13}$

20 **مسألة مفتوحة:** أكتب عددين بالصيغة العلمية ناتج ضربهما 7.2×10^5 ، ثم عددين بالصيغة العلمية ناتج قسمتهما 7.2×10^5 **إجابة ممكنة، ضرب: $(2.4 \times 10^3) \times (3 \times 10^2)$ ، قسمة: $(1.44 \times 10^8) \div (2 \times 10^2)$**

21 **أكتب:** كيف أكتب الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية؟

أنظر إجابات الطلبة.

توسعة: في السؤال 16، أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن مساحات 3 محافظات أردنية وعدد سكانها، ثم أطلب إليهم إيجاد كثافتها السكانية.

إرشاد: في السؤال 19 (اكتشف الخطأ)، ألفت انتباه الطلبة إلى أس العدد 10 في الحلين؛ لتحديد أيهما صحيح.

نتائج الدرس:

- إيجاد نسب مئوية أكبر من 100% وأصغر من 1%
- إيجاد النسبة المئوية للتغير (التزايد أو التناقص).
- حل مسائل حياتية على النسبة المئوية.

نتائج التعلم القبلي:

- كتابة النسبة المئوية على صورة كسر عشري، والعكس.
- إيجاد النسبة المئوية من عدد ومن كمية.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبينة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 4: لوحة الهدف.
- أطلب إلى المجموعات البحث عن أعداد مساوية لكل من الأعداد الآتية في اللوحة:

1 $\frac{4}{100}$

2 5%

3 0.25

4 0.2

5 40%

6 $\frac{1}{8}$

- أختار لوناً لكل عدد، وأطلب إلى المجموعات تلوين الأعداد المساوية له باللون نفسه.

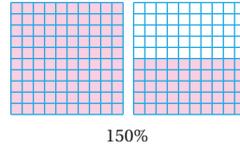
أستكشف

في عام 2018 أنتج الأردن 21 ألف طن من زيت الزيتون، وفي عام 2019 أنتج 119% مما أنتجته عام 2018. ما معنى النسبة 119%؟ وكم أنتج الأردن من الزيت عام 2019؟



التفكير

لإيجاد النسبة المئوية من كمية، أحوّل النسبة المئوية إلى كسر أو كسر عشري، ثم أضرب الكسر الناتج في الكمية.

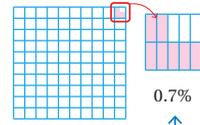


150%

$$150\% \times 5 \\ = 1.5 \times 5 \\ = 7.5$$

التطبيقات

150% تعني 100% + 50%



0.7%

$$0.7\% \times 2000 \\ = 0.007 \times 2000 \\ = 14$$

0.7% هي نسبة كسرية بين 0% و 1%

فكرة الدرس

أحلّ مسائل على النسبة المئوية.

المصطلحات

النسبة المئوية للتغير، نسبة الزيادة المئوية، نسبة النقصان المئوية، النسبة المئوية العكسية

النسبة المئوية هي نسبة تقارن عدداً بالعدد 100، فإذا كان العدد أكبر من 100، فإن النسبة المئوية تكون أكبر من 100%، أما إذا كان العدد الذي أقرن به أقل من 100، فإن النسبة المئوية تكون أقل من 100%.

مثال 1

أجد قيمة كل مما يأتي:

1 150% من 5

أضرب النسبة المئوية في العدد
أحوّل النسبة المئوية إلى كسر عشري
أضرب

إذن 150% من 5 تساوي 7.5

2 0.7% من 2000

أضرب النسبة المئوية في العدد
أحوّل النسبة المئوية إلى كسر عشري
أضرب

إذن 0.7% من 2000 تساوي 14

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « كم طنّاً من زيت الزيتون كان إنتاج الأردن عام 2018؟ 21 ألف طن
 - « ما نسبة إنتاج الأردن من زيت الزيتون عام 2019 بالنسبة إلى إنتاجه عام 2018؟ 119% من إنتاجه عام 2018
 - « ما معنى النسبة 119%؟
 - « كم كان إنتاج الأردن من زيت الزيتون عام 2019؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بمفهوم النسبة المئوية الذي تعلموه سابقاً.
- أوضح للطلبة أنّهم سيتعرّفون في هذا الدرس النسب المئوية التي تكون أكبر من 100% أو تكون أقل من 1%.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 1 الذي يبيّن كيفية إيجاد نسبة أكبر من 100% من عدد، وألفت أنظارهم إلى التمثيل بالنماذج الذي يرافق حل المسألة.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 2 من المثال 1 الذي يبيّن كيفية إيجاد نسبة أقل من 1% من عدد، وألفت أنظارهم إلى التمثيل بالنماذج الذي يرافق حل المسألة.

إرشادات:

- أذكر الطلبة بالحاجة إلى تحويل النسبة المئوية إلى كسر أو كسر عشري أولاً عند إيجاد النسبة المئوية من عدد، ثم ضرب الكسر الناتج في العدد.
- للتمثيل بالنماذج دور في تحفيز الطلبة على تخيل مفهوم النسبة المئوية، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.

تعزير اللغة ودعمها:

- أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (أستكشف)، أعزز الوعي البيئي لدى الطلبة بأهمية المحافظة على أشجار الزيتون؛ لما لهذه الزراعة من أهمية في زيادة الدخل القومي.

مثال 2: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال النسبة المئوية في كثير من المواقف الحياتية، وأطلب إليهم ذكر بعضها.
- ناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، وأوضح لهم معنى زيادة الراتب بنسبة 12% وعلاقته بالنسبة الأكبر من 100%
- ناقش الطلبة في حل الفرع 2 من المثال 2 على اللوح، وأوضح لهم معنى انخفاض سعر السيارة بنسبة 15%

✓ **إرشاد:** أطلب إلى الطلبة حل الفرعين 1 و 2 من المثال 2 بطريقة أخرى ومقارنة النواتج.

أتحقق من فهمي: ✓

3 350% من 10 35 4 0.1% من 5000 5

يوجد الكثير من التطبيقات الحياتية المهمة على النسبة المئوية.

مثال 2: من الحياة

1 **راتب:** تتقاضى فاطمة راتباً شهرياً قدره JD 750، كم يصبح هذا الراتب إذا زاد بنسبة 12%؟

إنَّ زيادةَ الراتبِ بنسبة 12% تكافئُ نسبةَ 100% الأصليةَ مضافاً إليها 12%، وهذا يعني أنَّ المجموعَ الكليَّ للنسبِ 112%، ومن ثمَّ، فإنَّه يمكنُ إيجادَ راتبِ فاطمةَ بعدَ الزيادةِ بضربِ الراتبِ القديمِ في 112%

المفاتيح

هل يمكنُ إيجادَ راتبِ فاطمةَ بعدَ الزيادةِ بطريقةَ أخرى؟

$$\begin{aligned} 112\% \times 750 \\ = 1.12 \times 750 \\ = 840 \end{aligned}$$

أضربُ النسبةَ المئويةَ في الكميةَ الأصليةَ
أحوّلُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ عشريٍّ
أضربُ

إذن، راتبُ فاطمةَ بعدَ الزيادةِ JD 840



2 **سيارة:** اشترى كريمُ سيارةً بمبلغ JD 6500 العامَ الماضي، كمَّ يصبحُ السعرُ إذا

انخفضَ سعرُ السيارةِ هذا العامَ بنسبة 15%؟

إنَّ انخفاضَ سعرِ السيارةِ بنسبة 15% يكافئُ نسبةَ 100% الأصليةَ مطروحاً منها 15%، وهذا يمثلُ 85% منَ السعرِ الأصليِّ؛ لذا يمكنُ إيجادَ سعرِ السيارةِ بعدَ الانخفاضِ بضربِ سعرِها القديمِ في 85%

المفاتيح

هل يمكنُ إيجادَ سعرِ السيارةِ بعدَ النقصانِ بطريقةَ أخرى؟

$$\begin{aligned} 85\% \times 6500 \\ = 0.85 \times 6500 \\ = 5525 \end{aligned}$$

أضربُ النسبةَ المئويةَ في الكميةَ الأصليةَ
أحوّلُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ عشريٍّ
أضربُ

إذن، سعرُ السيارةِ هذا العامَ JD 5525

تحقق من فهمي:

- 3 ازداد طول نبتة بنسبة 25% مما كان عليه طولها قبل أسبوع. أجد طول النبتة الآن إذا كان طولها في الأسبوع السابق 40 cm 50
- 4 قررت إدارة أحد المصانع تخفيض عدد عمالها بتسريح 30% منهم. إذا كان عدد العمال في المصنع 416 عاملاً، فكَم عاملاً سيبقى في المصنع؟ 291

النسبة المئوية للتغير (pc) (percentage change) هي النسبة المئوية لمقدار التغير من الكمية الأصلية، ويمكن أن تكون النسبة المئوية للتغير نسبة زيادة مئوية (percentage increase) أو نسبة نقصان مئوية (percentage decrease)

النسبة المئوية للتغير

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** النسبة المئوية للتغير هي النسبة المئوية بين التغير في كمية ما والكمية الأصلية.

$$100\% \times \frac{(\text{مقدار التغير})}{(\text{الكمية الأصلية})} = (\text{النسبة المئوية للتغير})$$

مثال 3: من الحياة



- 1 آلة حاسبة: باع محل للإلكترونيات 80 آلة حاسبة في شهر أيلول، و104 آلات حاسبة في شهر تشرين الأول. أجد النسبة المئوية للتغير في عدد الآلات الحاسبة المباعة من شهر أيلول إلى شهر تشرين الأول.

الخطوة 1 أجد مقدار التغير.

ألاحظ أن التغير زيادة؛ لذا أطرح الكمية الأصلية من الكمية الجديدة لأجد مقدار التغير.

$$104 - 80 = 24$$

الكمية الجديدة - الكمية الأصلية

إذن، مقدار التغير يساوي 24

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين كتابة مسألة حياتية على النسبة المئوية التي تكون أكبر من 100%

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة مفهوم النسبة المئوية للتغير، التي يمكن أن تكون نسبة زيادة مئوية أو نسبة نقصان مئوية.
- ناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي)، وبيّن كيفية إيجاد النسبة المئوية للتغير.
- ناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة تحديد ما إذا كان التغير زيادة أم نقصاناً قبل البدء بحل المسألة؛ لأنه سيحدد هل سنطرح الكمية الجديدة من الأصلية أم العكس.

تنويع التعليم:

قد يجد بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تحديد ما إذا كانت المسألة تمثل نسبة زيادة مئوية أو نسبة نقصان مئوية؛ لذا ألفت انتباههم إلى الكلمات المفتاحية، فمثلاً: النسبة المئوية للربح تعني نسبة زيادة مئوية، أما النسبة المئوية للخصم فتعني نسبة نقصان مئوية.

مثال 4: من الحياة

- أوضح للطلبة إمكانية تحديد الكمية الأصلية إذا عُلِّمت الكمية النهائية بعد التغير ونسبة التغير، وهذا ما يسمى النسبة المئوية العكسية.
- ناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 4 على اللوح، وأوضح لهم معنى زيادة درجة حرارة السائل بنسبة 16% وعلاقته بالنسبة الأكبر من 100%
- ناقش الطلبة في حل الفرع 2 من المثال 4 على اللوح، وأوضح لهم معنى انخفاض سعر الثلاجة بنسبة 20%

إرشاد: أوضح للطلبة أننا نقسم نسبة التغير المئوية عند إيجاد الكمية الأصلية؛ لأنها العملية العكسية لإيجاد النسبة المئوية للتغير، ويمكن التحقق من ذلك بالرجوع إلى معادلة النسبة المئوية للتغير.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين كتابة مسألة حياتية على النسبة المئوية العكسية.

الخطوة 2

نسبة التغير المئوية

$$= \frac{(\text{مقدار التغير})}{(\text{الكمية الأصلية})} \times 100\%$$

أعوّض مقدار التغير = 24، الكمية الأصلية = 80

$$= \frac{24}{80} \times 100\%$$

أبسط

$$= \frac{3}{10} \times 100\%$$

أضرب

$$= 30\%$$

إذن، زادت المبيعات من شهر أيلول إلى شهر تشرين الأول بنسبة 30%



2 إذا كانت كتلة عمر 95 kg قبل اتباعه نظامًا غذائيًا متوازنًا، وأصبحت كتلته الآن 78 kg، فأجد النسبة المئوية للتغير في كتلة عمر. أقرب إجابتني لأقرب عدد صحيح.

الخطوة 1

الاحظ أن التغير نقصان؛ لذا أطرح الكمية الجديدة من الكمية الأصلية لأجد مقدار التغير.

$$95 - 78 = 17$$

الكمية الأصلية - الكمية الجديدة

إذن، مقدار التغير يساوي 17

الخطوة 2

نسبة التغير المئوية

$$= \frac{(\text{مقدار التغير})}{(\text{الكمية الأصلية})} \times 100\%$$

أعوّض مقدار التغير = 17، الكمية الأصلية = 95

$$= \frac{17}{95} \times 100\%$$

أستعمل الآلة الحاسبة

$$\approx 18\%$$

إذن، خسر عمر 18% من كتلته الأصلية.

أتحقق من فهمي:

- 3 اشترى معاذ زهورًا بقيمة JD 240 وباعها بسعر JD 300. أجد النسبة المئوية لربح معاذ. 25%
- 4 اشترت فرح كاميرا بقيمة JD 119 بعد التخفيض، إذا كان سعر الكاميرا قبل التخفيض JD 140، فأجد النسبة المئوية للخصم الذي حصلت عليه فرح. 15%

من التطبيقات المهمة على النسبة المئوية أسئلة النسبة المئوية العكسية (reverse percentage)، التي تتطلب الحل بشكل عكسي بدءاً من الكمية النهائية للحصول على الكمية الأصلية.

أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-9) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مثال 4: من الحياة

1 **كيمياء:** في إحدى التجارب الكيميائية سُخّن سائل لرفع درجة حرارته بنسبة 16% لتصبح 80°C، أجدُ درجة حرارة السائل T قبل الزيادة.

بما أن درجة الحرارة T زادت بنسبة 16%، إذن، النسبة المئوية بعد الزيادة تساوي 116%

$$\begin{aligned} T &= \frac{80}{116\%} && \text{أقسم الكمية بعد التغير على النسبة المئوية بعد الزيادة} \\ &= \frac{80}{1.16} && \text{أحول النسبة المئوية إلى كسر عشري} \\ &\approx 69 && \text{أقسم} \end{aligned}$$

إذن، درجة حرارة السائل قبل الزيادة 69°C تقريباً.

2 **ثلاجات:** أعلن متجرّ للثلاجات عن خصم نسبته 20%. إذا كان سعر ثلاجة بعد الخصم 600 JD، فأجدُ سعرها P قبل الخصم.

بما أن سعر الثلاجة نقص بنسبة 20%، إذن، النسبة المئوية بعد النقصان تساوي 80%

$$\begin{aligned} P &= \frac{600}{80\%} && \text{أقسم الكمية بعد التغير على النسبة المئوية بعد النقصان} \\ &= \frac{600}{0.80} && \text{أحول النسبة المئوية إلى كسر عشري} \\ &= 750 && \text{أقسم} \end{aligned}$$

إذن، سعر الثلاجة قبل الخصم 750 JD

أتحقّق من فهمي:

3 زاد سعر سيارة بنسبة 6% ليصبح 9116 JD. أجدُ سعرها P قبل الزيادة. 8600

4 في موسم التنزلات، بلغ سعر شاشة تلفاز 500 JD. إذا كانت نسبة الخصم 7%، فأجدُ ثمن الشاشة P قبل الخصم. 537.6

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (14-15).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 10, 13 كتاب التمارين: (1-4)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (11-13) كتاب التمارين: 2, 4, 5
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (13-15) كتاب التمارين: (5-7)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كلاً منها بورقة المصادر 5: نسبة الزيادة/ نسبة النقصان.
- أطلب إلى المجموعات قص البطاقات، ثم وضعها أمامهم مقلوبة على الطاولة.
- أطلب إلى أحد أفراد المجموعة سحب بطاقة من البطاقات، فإذا كانت البطاقة المسحوبة برتقالية اللون أطلب إلى اللاعب/ اللاعبه زيادة الكمية التي على البطاقة بمقدار النسبة المعطاة، أما إذا كانت البطاقة المسحوبة بيضاء اللون فأطلب إلى اللاعب/ اللاعبه خفض الكمية التي على البطاقة بمقدار النسبة المعطاة.
- إذا كانت الإجابة صحيحة، يحصل اللاعب/ اللاعبه على نقطة.
- يتبادل أفراد المجموعة الأدوار.
- يستمر اللعب حتى تنتهي البطاقات.
- يفوز من يحصل على أكبر عدد من النقاط.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

أدرب وأحل المسائل

أجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

- 3000 من 2000
- 0.14% من 40
- 250% من 400



4 ماء: يزيد حجم الماء عند تجمّده بنسبة 10%. أجد حجم 750 mL من الماء بعد التجمّد. 825 ml

- سيارات: زادت شركة للسيارات سعر سيارة رياضية من JD 23000 إلى JD 25000. أجد النسبة المئوية للزيادة في سعر السيارة، مقرباً إجابتي لأقرب جزء من عشرة. 8.7%



6 بطارية: تفقد بطارية هاتفٍ شحنها الكامل بعد 20 ساعة. إذا كانت النسخة المطوّرة من البطارية تستمر 30 دقيقة إضافية، فأجد النسبة المئوية للزيادة في زمن عمل البطارية. 2.5%

	الاختبار A	الاختبار B
عمران	12	17
نادية	14	20

7 اختبارات: خضع عمران ونادية لاختبارين لهما النهاية العظمى نفسهما، وكانت نتائجهما مثلما يظهر في الجدول. من منهنّما كانت النسبة المئوية للزيادة في علامته أكبر من الاختبار A إلى الاختبار B؟ أبين خطوات الحل.

نادية، أنظر خطوات حل الطلبة.

- 8 خفّضت شركة عدد عمالها بنسبة 5% فأصبح 228 عاملاً. أجد عدد عمال الشركة الأصلي. 240



9 راتب: يتقاضى طبّاح JD 1431 شهرياً بعد زيادة على راتبه بنسبة 8%. أجد راتب الطبّاح قبل الزيادة. 1325

- 10 اشترى أحمد كرسيّاً دواّراً وباعه بمبلغ JD 63. إذا كانت نسبة خسارته فيه 55%، فما الثمن الأصلي للكرسي؟ 140

معدل التنفس: إذا كان معدل تنفس لوي 20 مرة في الدقيقة، فأجيب عما يأتي:



11 أجده عدد مرات تنفس لوي إذا أصبحت 180% مما كانت عليه؛ نتيجة ممارسة إحدى الرياضات. 36

12 نتيجة لممارسة لوي رياضة أشد أصبح معدل تنفسه 120% من عدد مرات الرياضة الأول، أجده عدد مرات تنفسه الجديد. 43

13 أعود إلى فقرة (استكشف) بدايةً الدرس، وأحل المسألة.
المعنى: زاد الإنتاج عام 2019 بمقدار 19% عنه في عام 2018 إنتاج عام 2019 هو 25 ألف طن تقريباً.

معلومة

يُقاس معدل التنفس عند الإنسان بعدد الأنفاس التي يأخذها في الدقيقة الواحدة، ويعتمد ذلك على عدة عوامل، منها: عمر الشخص، وحالته الصحية، والجهد الذي يبذله.

مهارات التفكير العليا

14 **تحديد:** إذا كانت 38% من القوارير البلاستيكية التي يُنتجها مصنع زرقاء اللون، والقوارير المتبقية وعددها 7750 قارورة لونها بني؛ فأجده عدد القوارير الزرقاء التي يُنتجها المصنع. 4750

15 **تبرير:** صممت جمانة مزهريتين فخاريتين وباعتهما بالسعر الموضح في الشكل الآتي. تقول جمانة إن نسبة ربحها في المزهريّة الأولى أكبر من نسبة ربحها في المزهريّة الثانية. هل ما تقوله جمانة صحيح؟ أبرر إجابتي.

المزهريّة الأولى

المزهريّة الثانية



سعر التكلفة JD 13
سعر البيع JD 16.7



سعر التكلفة JD 18
سعر البيع JD 22.5

16 **أكتب:** نعم قولها صحيح، لأن نسبة ربحها في المزهريّة الأولى 28%، وفي المزهريّة الثانية 25%.
كيف أجده النسبة المئوية للتغير؟ وبم أفسر معنى النسبة التي تزيد على 100%؟ أنظر إجابات الطلبة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 11، أعزز الوعي الصحي لدى الطلبة بأهمية ممارسة الرياضة وتأثيرها في صحة القلب.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرّب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.
- في السؤال 14 (تحديد)، ألفت انتباه الطلبة إلى إيجاد النسبة المئوية لعدد الزجاجات البنية اللون أولاً.

نشاط التكنولوجيا:



- أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بمسائل النسبة المئوية للزيادة والنسبة المئوية للنقصان؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

إرشادات:

- يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.
- أوجه الطلبة إلى ضبط خانة نوع المسألة على Random الذي يعني عشوائي، للتنوع بين مسائل النسبة المئوية للزيادة والنسبة المئوية للنقصان.

تنبيه: يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح، ليسهل عليهم حل المسائل.

تعليمات المشروع:

- أذكر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد أنّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أجده قيمة كل مما يأتي:

- 1 125% من 300 375
- 2 0.12% من 1500 1.8
- 3 270% من 2000 5400

4 اشترت مريم سيارة بمبلغ JD 12500 العام الماضي، كم يصبح سعر السيارة إذا انخفض سعرها هذا العام بنسبة 10%؟ JD 11250

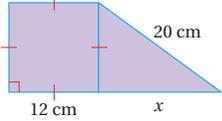
اختبار نهاية الوحدة:

- أوجّه الطلبة إلى (اختبار نهاية الوحدة)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (1-11) فردياً.
- اختار بعض الإجابات غير الصحيحة، وأناقشها مع الصف، وأبين الخطأ، وأقدم الصواب.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (12-20)، وأتجوّل لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها لمناقشتها على اللوح.

إرشادات ✓

- في السؤال 9، أذكر الطلبة بشروط كتابة المقادير الأسية النسبية بأبسط صورة.
- في السؤال 12، أذكر الطلبة بأن الإشارات المتساوية تعني أن الأضلاع متساوية في الطول.

اختبار نهاية الوحدة

- أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
- 1 قيمة $\sqrt{2500}$ تساوي: **a) 25** **b) -50** **c) 50** **d) ± 50**
- 2 قيمة $(\sqrt{1.44} - 4.2)$ تساوي: **a) 3** **b) -3** **c) 7.8** **d) -5.4**
- 3 أفضل تقدير للعدد $(8 - \sqrt{40})$ هو: **a) 4** **b) -16** **c) 1** **d) 2**
- 4 قيمة $(\sqrt{2} \times \sqrt{32})$ تساوي: **a) 6** **b) 8** **c) 64** **d) 16**
- 5 مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين طول وتره $\sqrt{72}$ cm. فإن طول كل من ضلعي القائمة يساوي: **a) 36 cm** **b) $3\sqrt{2}$ cm** **c) 6 cm** **d) 18 cm**
- 6 أي مجموعة الأطوال الآتية تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية؟ **a) 6, 8, 11** **b) $\sqrt{10}$, 4, 5** **c) $6, 2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}$** **d) 5, 12, 14**
- 7 أجد الأعداد الآتية عدد غير نسبي: **a) $\sqrt{12}$** **b) $\sqrt{6.25}$** **c) $3\frac{1}{5}$** **d) -2**
- 8 قيمة $\sqrt[10]{64 \times 2^4}$ تساوي: **a) 8** **b) 2** **c) 4** **d) 6**
- 9 أبسط صورة للمقدار $\frac{u^{\frac{7}{4}} \times u^{\frac{3}{4}}}{u^{\frac{1}{2}}}$ هي: **a) u^2** **b) u^3** **c) $u^{\frac{1}{2}}$** **d) u**
- 10 تبلغ سرعة الصوت 1236 km/h، وتكتب بالصيغة العلمية: **a) 1.236×10^4** **b) 1.236×10^{-3}** **c) 1.236×10^3** **d) 12.36×10^2**
- 11 ناتج القسمة $(3 \times 10^{-2}) \div (5 \times 10^{-6})$ هو: **a) 0.6×10^3** **b) 6×10^4** **c) 6×10^{-3}** **d) 6×10^3**
- 12 أجد طول الضلع المجهول في الشكل الآتي:
- 16 

تدريب على الاختبارات الدولية

21 أبسط صورة للمقدار $\frac{6}{\sqrt{12}}$ هي:

- a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{\sqrt{12}}{2}$
c) $2\sqrt{3}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

22 ناتج $(5.2 \times 10^6)(3.4 \times 10^7)$ بالصيغة العلمية هو:

- a) 1.768×10^{14} b) 17.68×10^{13}
c) 8.6×10^{13} d) 1.768×10^{42}

23 أي المقادير الآتية يكافئ المقدار $(8y)^{\frac{4}{3}}$ ؟

- a) $\sqrt[3]{16y^3}$ b) $\sqrt[3]{8y^4}$
c) $16\sqrt[3]{y^4}$ d) $8\sqrt[3]{y^3}$

24 تشير سجلات قسم الولادة في أحد المستشفيات إلى وجود 50 مولوداً 56% منهم إناث. إذا زاد عدد المواليد الإناث 7، فأجد النسبة المئوية لهذه الزيادة.

25%

أمير العدد النسبي من غير النسبي في ما يأتي:

- 13 $-\sqrt{36}$ 14 $\sqrt{50}$
نسبي غير نسبي

15 أجد مساحة المستطيل الآتي بأبسط صورة:
 $4 + 12\sqrt{2}$ $(6 + \sqrt{2})$ m



16 أرتب مجموعة الأعداد الآتية تصاعدياً:

$$\sqrt{24}, 5\frac{1}{4}, 4.\bar{6}, 5, \pi$$

17 أبسط المقدار $\frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt{28}}$

18 أكتب المقدار $\frac{p^{\frac{2}{3}}}{p^{\frac{3}{4}}}$ بأبسط صورة. p^2

19 يبلغ طول حشرة الماء 0.01981 cm، وطول حشرة التسوس 0.09652 cm. أكتب العددين بالصيغة العلمية، ثم أحدد أي الحشرتين أطول.

حشرة الماء: 1.981×10^{-2} ، حشرة التسوس: 9.652×10^{-2} .

20 باع متجر بذلة رجالية بمبلغ JD 150، وبربح مقداره 30% أجد سعر التكلفة. أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة. 115.4



تدريب على الاختبارات الدولية

• أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها بالاستعانة بالمعلومة أدناه، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.

يتقدم طلبة الصفين الرابع والثامن في المدارس الأردنية إلى اختبار (TIMSS) كل أربع سنوات، ويهدف هذا الاختبار إلى قياس مستوى تقدم الطلبة في التحصيل الدراسي في مادتي الرياضيات والعلوم، ولهذا الاختبار أهمية في تقييم جودة التعليم في الأردن بالمقارنة مع الدول الأخرى التي يتقدم طلبتها لهذا الاختبار، والمساعدة في رسم السياسة التربوية على المستوى الوطني بما يخدم تطوير النظام التربوي والارتقاء بنوعية مخرجاته.

• أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

إرشادات:

- في السؤال 16، أذكر الطلبة بضرورة تحويل الأعداد النسبية إلى الصيغة العشرية؛ لتسهيل المقارنة بينها.
- في السؤال 19، أذكر الطلبة أنه عند مقارنة عددين مكتوبين بالصيغة العلمية؛ أقرن أس العدد 10 أولاً، فإذا تساوى الأس، أقرن الجزء العشري.

كتاب التمارين

الوحدة 1 الأعداد الحقيقية

أستعد لإدراة الوحدة

مثال: أجد قيمة $\sqrt{324}$

الخطوة 1: أحلل العدد 324 إلى عوامله الأولية:

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

الخطوة 2: آخذُ عاملاً من كل تكرارين لهُ:

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

الخطوة 3: أحسب الجذر التربيعي:

الجذر التربيعي يساوي ناتج ضرب العوامل التي أُجذت في الخطوة 2

$$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

خاصية التوزيع (الدرس 2)

أستعمل خاصية التوزيع لتبسيط كل مقدار جبري مما يأتي:

13 $5(a+3) = 5a+15$ 14 $3(9-w) = 27-3w$ 15 $2(5x+4) = 10x+8$

16 $5(3y+9) = 15y+45$ 17 $9(2x+1) = 18x+9$ 18 $8(12+x) = 96+8x$

مثال: أستعمل خاصية التوزيع لتبسيط كل مقدار جبري مما يأتي:

a) $4(n+2)$

$$4(n+2) = 4 \times n + 4 \times 2 = 4n + 8$$

خاصية التوزيع
أضرب

b) $6(x-7)$

$$6(x-7) = 6 \times x - 6 \times 7 = 6x - 42$$

خاصية التوزيع
أضرب

7

الوحدة 1 الأعداد الحقيقية

أستعد لإدراة الوحدة

أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأخدي من الإجابة، أستعين بالمثل المعطى.

الجذور التربيعية والتكعيبية (الدرس 1)

أجد قيمة كل مما يأتي:

1 $\sqrt{49} = 7$ 2 $\sqrt[3]{1000} = 10$ 3 $\sqrt{-27} = -3$

4 $\sqrt{64} = 8$ 5 $\sqrt{121} = 11$ 6 $\sqrt[3]{64} = 4$

مثال: أجد قيمة كل مما يأتي:

a) $\sqrt{81}$

$$\sqrt{81} = \sqrt{9 \times 9} = 9$$

تعريف الجذر التربيعي
 $81 = 9 \times 9$

b) $\sqrt[3]{27}$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} = 3$$

تعريف الجذر التكعيبي
 $27 = 3 \times 3 \times 3$

أستعمال التحليل إلى العوامل لإيجاد الجذور التربيعية للأعداد الكعيبية الكبيرة (الدرس 1)

أجد قيمة كل مما يأتي:

7 $\sqrt{484} = 22$ 8 $\sqrt{1225} = 35$ 9 $\sqrt{2304} = 48$

10 $\sqrt{225} = 15$ 11 $\sqrt{441} = 21$ 12 $\sqrt{1089} = 33$

6

الوحدة 1 الأعداد الحقيقية

أستعد لإدراة الوحدة

كتابة الأعداد النسبية على صورة كسر $\frac{a}{b}$ (الدرس 4)

أكتب كل عدد نسبي مما يأتي على صورة كسر $\frac{a}{b}$:

28 $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$ 29 $0.36 = \frac{9}{25}$ 30 $-6 = \frac{-6}{1}$

31 $80\% = \frac{4}{5}$ 32 $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ 33 $0.07 = \frac{7}{100}$

مثال: أكتب كل عدد نسبي مما يأتي على صورة كسر $\frac{a}{b}$:

a) 10.6

$$10.6 = 10\frac{6}{10} = \frac{(10 \times 10) + 6}{10} = \frac{106}{10} = \frac{53}{5}$$

أحول الكسر العشري إلى عدد كسري
أحول العدد الكسري إلى كسر غير فعلي
أضرب وأجمع
أبسط

b) 65%

$$65\% = 0.65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

أحول النسبة العشرية إلى كسر عشري
أحول الكسر العشري إلى كسر فعلي
أبسط

ترتيب الأعداد النسبية تصاعدياً ونازلياً (الدرس 4)

أرتب الأعداد الآتية تصاعدياً:

34 $-\frac{15}{8}, \frac{16}{3}, -2, 4.8, -2, -\frac{15}{8}, 4.8, \frac{16}{3}$ 35 $0.6, -2, \frac{3}{5}, -1, -2, -1, \frac{3}{5}, 0.6$

9

الوحدة 1 الأعداد الحقيقية

أستعد لإدراة الوحدة

انحاضات: التجميعية والتدبيلية (الدرس 2)

أبسط كل مقدار جبري في ما يأتي:

19 $(r+3) + 12 = r+15$ 20 $7.5 + (y+6.2) = y+13.7$ 21 $8(6z) = 48z$

22 $6 + (5+y) = 11+y$ 23 $(14+z) + 6 = 20+z$ 24 $5(2h) = 10h$

مثال: أبسط كل مقدار جبري في ما يأتي:

a) $4 + (6+x)$

$$4 + (6+x) = (4+6) + x = 10+x$$

الخاصية التجميعية للجمع
أجمع

b) $8.3 + (m+3.1)$

$$8.3 + (m+3.1) = 8.3 + (3.1+m) = (8.3+3.1) + m = 11.4+m$$

الخاصية التبديلية للجمع
الخاصية التجميعية للجمع
أجمع

c) $3(7h)$

$$3(7h) = (3 \times 7)h = 21h$$

الخاصية التجميعية للضرب
أضرب

حل المعادلة الخطية بمتغير واحد (الدرس 3)

أحل كلًا من المعادلات الآتية:

25 $3x + 16 = 25$ 26 $12 + \frac{1}{4}y = 30$ 27 $82 = 37 + 5b$

مثال: أحل المعادلة $39 + 2y = 63$

المعادلة الأصلية
أطرح 39 من الطرفين
أقسم طرفي المعادلة على 2

8

الأعداد الحقيقية

الوحدة 1

أستعد لإدراة الوحدة

(الدرس 6) إيجاد قيم المقادير الأسية

أستعمل قوانين الأسس لإيجاد قيمة كل مما يأتي:

41 $(2^3)^3 = 4096$ 42 $\frac{5^7}{5^3} = \frac{1}{125}$ 43 $(7-4)^3 \times 3^{-8} = \frac{1}{243}$

مثال: أستعمل قوانين الأسس لإيجاد قيمة كل مما يأتي:

a) $(10^3)^2$
 $(10^3)^2 = 10^{3 \times 2}$ قاعدة قوة القوة
 $= 10^6$ أضرب الأسس
 $= 1000000$ تعريف الأسس

b) $\frac{4^2}{4^5}$
 $\frac{4^2}{4^5} = 4^{2-5}$ قاعدة قسمة القوى
 $= 4^{-3}$ أطرح الأسس
 $= \frac{1}{4^3}$ تعريف الأسس السالبة
 $= \frac{1}{64}$ تعريف الأسس

(الدرس 8) تحويل النسب المئوية إلى كسور عشرية

أكتب كل نسبة مئوية مما يأتي على صورة كسر عشري:

44 18% = 0.18 45 91% = 0.91 46 2.5% = 0.025
 47 9% = 0.09 48 10% = 0.1 49 0.3% = 0.003

11

الأعداد الحقيقية

الوحدة 1

أستعد لإدراة الوحدة

أرتب الأعداد النسبية الآتية تنازلياً:

46 $-0.6, -\frac{5}{8}, \frac{7}{12}, -0.75$ 47 $\frac{3}{4}, -\frac{7}{10}, -\frac{3}{4}, \frac{8}{10}$
 $\frac{7}{12}, -0.6, -\frac{5}{8}, -0.75$ $\frac{8}{10}, \frac{3}{4}, -\frac{7}{10}, -\frac{3}{4}$

مثال: أرتب الأعداد الآتية تنازلياً:

$-\frac{16}{5}, \frac{15}{4}, -4, 3.\bar{7}$

الحلوة 1: أحوّل الأعداد المكتوبة على صورة كسر إلى الصيغة العشرية:
 $-\frac{16}{5} = -3.2, \frac{15}{4} = 3.75, -4 = -4.0, 3.\bar{7} = 3.7777\dots$

الحلوة 2: أفرز الأعداد العشرية، ثم أرتب:
 $3.7777\dots > 3.75 > -3.2 > -4.0$

إذن، الترتيب التنازلي للأعداد هو:
 $3.\bar{7}, \frac{15}{4}, -\frac{16}{5}, -4$

(الدرس 6) تبسيط المقادير الجبرية باستعمال قوانين الأسس الصحيحة

أكتب كل ما يأتي بأبسط صورة:

38 $(3a)(4a^{-3}) = \frac{12}{a^2}$ 39 $\frac{p^{-2}}{p^{-10}} = p^8$ 40 $(-2u^4)^3 - 8u^{12}$

مثال: أكتب المقدار $\frac{8w^{-5}}{(2w^{-3})^2}$ بأبسط صورة:

قاعدة قوة القوة
 $\frac{8w^{-5}}{(2w^{-3})^2} = \frac{8w^{-5}}{4w^{-6}}$
 قاعدة الأسس السالبة
 $= \frac{8}{4} \times w^{-5} \times w^6$
 قاعدة ضرب القوى
 $= 2w^{-5+6}$
 بالتبسيط
 $= 2w$

10

الأعداد الحقيقية

الوحدة 1

أستعد لإدراة الوحدة

(الدرس 8) إيجاد النسبة المئوية من عدد

أجد قيمة كل من النسب الآتية من العدد 1400:

50 5% = 70 51 71% = 994 52 10% = 140 53 35% = 490 54 40% = 560

أجد كلاً مما يأتي:

55 20% من 50 cm = 10 cm 56 13% من 200 mL = 26 mL 57 1% من 90 km = 0.9 km
 58 9% من 5000 mm = 450 mm 59 2% من 10 g = 0.2 g 60 60% من 150 ton = 90 ton

مثال: أجد النسبة المئوية من العدد في كل مما يأتي:

a) 12% من 50
 أكتب النسبة المئوية على صورة كسر عادي أو كسر عشري، ثم أضرب:
 أكتب النسبة المئوية على صورة كسر عادي
 أضرب الكسر العادي في العدد
 $12\% = \frac{12}{100}$
 $\frac{12}{100} \times 50 = 6$
 إذن، 12% من 50 تساوي 6

b) 90% من 20
 أكتب النسبة المئوية على صورة كسر عادي أو كسر عشري، ثم أضرب:
 أكتب النسبة المئوية على صورة كسر عشري
 أضرب الكسر العشري في العدد
 $90\% = 0.9$
 $0.9 \times 20 = 18$
 إذن، 90% من 20 تساوي 18

13

الأعداد الحقيقية

الوحدة 1

أستعد لإدراة الوحدة

مثال: أكتب كل نسبة مئوية مما يأتي على صورة كسر عشري:

a) 79%
 أكتب النسبة المئوية على صورة كسر عادي مقامه 100
 أكتب الكسر العادي على صورة كسر عشري بتحريك الفاصلة العشرية منزلتين نحو اليسار
 طريقة بديلة
 أحذف الزم (0)، ثم أقسم على 100 بتحريك الفاصلة العشرية منزلتين نحو اليسار.
 $79\% = 0.79$

b) 3%
 أكتب النسبة المئوية على صورة كسر عادي مقامه 100
 أكتب الكسر العادي على صورة كسر عشري بتحريك الفاصلة العشرية منزلتين نحو اليسار
 $3\% = \frac{3}{100}$
 $= 0.03$

c) 7.5%
 أكتب النسبة المئوية على صورة كسر عادي مقامه 100
 أضرب البسط والمقام في 10؛ لأحصل على عدد صحيح في البسط
 أكتب الكسر العادي على صورة كسر عشري بتحريك الفاصلة العشرية ثلاث منازل نحو اليسار
 $7.5\% = \frac{7.5}{100}$
 $= \frac{75}{1000}$
 $= 0.075$

12

كتاب التمارين

الدرس 1 الجذور التربيعية

أجدد كلا من الجذور التربيعية الآتية:

- 1 $\sqrt{121}$ 11 2 $\pm\sqrt{2.56}$ ± 1.6 3 $-\sqrt{0.0025}$ -0.05
 4 $\sqrt{\frac{49}{81}}$ $\frac{7}{9}$ 5 $(\sqrt{0.01})^2$ 0.01 6 $\sqrt{1.44}$ 1.2

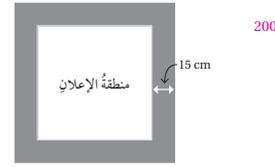
أحل كلا من المعادلات الآتية، وأتحقق من صحة الحل:

- 7 $324 = b^2 \pm 18$ 8 $x^2 = \frac{9}{36} \pm \frac{1}{2}$ 9 $y^2 = 1.96 \pm 1.4$
 10 $0.0169 = d^2 \pm 0.13$ 11 $\sqrt{x} = \frac{2}{5} \pm \frac{4}{25}$ 12 $\sqrt{y} = 10.2$ 104.04

أجد طول ضلع كل مربع من المربعات الآتية المعطاة مساحتها، ثم أجد محيط كل مربع:

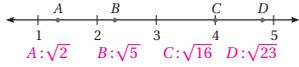
- 13  10 in, 40 in 14  16 cm, 64 cm 15  0.7 m, 2.8 m

16 لوحة مربعة الشكل مساحتها 6400 cm^2 . طُبع عليها إعلان بحيث ترك هامش عرضه 15 cm من كل جهة. أجد محيط منطقة الإعلان.



الدرس 2 الجذور الصماء

1 تمثل كل نقطة من النقاط A, B, C, D الواقعة على خط الأعداد أحد الأعداد المجاورة، أحد العدد الذي يرتبط بكل رمز.



أقدر قيمة كل جذر مما يأتي لأقرب عدد صحيح باستعمال خط الأعداد والآلة الحاسبة:

- 2 $\sqrt{23}$ 5 3 $\sqrt{17.1}$ 4 4 $\sqrt{190}$ 14 5 $\sqrt{102.6}$ 10

إذا كان $a = 48$, $b = 12$, فأجد قيمة كل مما يأتي:

- 6 $\sqrt{a-b}$ 6 7 $\sqrt{a+b+4}$ 8 8 $-3\sqrt{ab}$ -72 9 $\sqrt{b^2-(a+15)}$ 9

أكتب كلا من المقادير العددية الآتية بأبسط صورة:

- 10 $(4-\sqrt{3})(4+\sqrt{3})$ 13 11 $(\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$ $5+2\sqrt{5}$ 12 $(2\sqrt{5}+3)^2$ $29+12\sqrt{5}$
 13 $\frac{5\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{28}}$ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ 14 $\frac{\sqrt{15} \times \sqrt{20}}{\sqrt{12}}$ 5 15 $\frac{9}{4\sqrt{3}}$ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

16 أكتشف الخطأ: أحدد الخطأ في كيفية تبسيط $\sqrt{72}$ ، وأصححه.

$$\begin{aligned} \sqrt{72} &= \sqrt{4 \times 18} \quad \text{X} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{18} = 2\sqrt{18} \end{aligned}$$

17 أجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة.

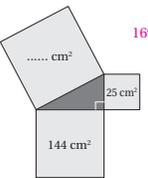
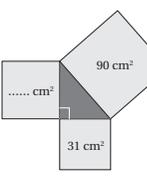
$$\begin{aligned} & (4\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \\ & (3\sqrt{6} - \sqrt{10}) \end{aligned} \quad 14\sqrt{30} - 38\sqrt{2}$$

15

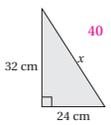
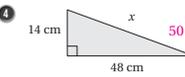
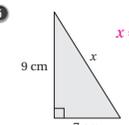
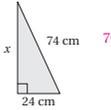
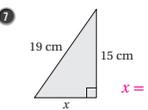
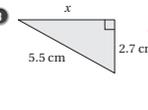
14

الدرس 3 نظرية فيثاغورس

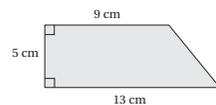
أجد المساحة المفقودة في كل مما يأتي:

- 1  169
 2  59

أجد قيمة x في كل مما يأتي:

- 3  40
 4  50
 5  $x = \sqrt{130}$
 6  70
 7  $x = 2\sqrt{34}$
 8  $x \approx 4.8$

9 أجد محيط شبه المنحرف المجاور، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة.



16

كتاب التمارين

الدرس 4 الأعداد الحقيقية

أصنّف الأعداد الحقيقية الآتية أعدادًا نسبية أو أعدادًا غير نسبية:

1. 2.83^2 نسبي 2. $\sqrt{36}$ نسبي 3. $\pi + 2$ غير نسبي 4. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ غير نسبي

أضغ إشارة $<$ أو $>$ أو $=$ في \square لتكون عبارة صحيحة في كل مما يأتي:

5. $\sqrt{1.21} \square 1.2$ 6. $\sqrt{48} \square 4\sqrt{3}$ 7. $5.2 \square \frac{26}{5}$ 8. $-\sqrt{10} \square -3\frac{1}{2}$

أرتب كل مجموعة أعداد مما يأتي تصاعديًا:

9. $\sqrt{12}, \sqrt{10}, 3.65, 3.2$
 $\sqrt{10}, 3.2, \sqrt{12}, 3.65$

10. $-\sqrt{7}, -\sqrt{10}, -2.61, -2.6$
 $-\sqrt{10}, -2.6, -\sqrt{7}, -2.61$

11. للتبليغ: يبين الشكل المجاور سياجًا سلكيًا مع أعمدة خشبية، حيث يثبت السياج باستعمال دعامة قطرية. أحدد ما إذا كان طول الدعامة القطرية يمثل عددًا نسبيًا أم لا، وأبزر إجابتي.

طول الدعامة $4\sqrt{5}$ وهو عدد غير نسبي لأن $\sqrt{5}$ عدد غير نسبي.

12. أمثل $\sqrt{17}$ على خط الأعداد.

أنظر رسم الطلبة، العدد قريب من 4.1.

13. أئني النقط على خط الأعداد المجاور هي أفضل تمثيل لـ $-\sqrt{7}$ ؟

أبزر إجابتي. الحرف S لأن $-\sqrt{7} \approx -2.6$

أجد عددين A و B غير نسبيين يحققان ما يأتي:

14. $A + B$ عدد نسبي. $\sqrt{7}, -\sqrt{7}$

15. $A \times B$ عدد نسبي. $\sqrt{2}, \sqrt{8}$

18

الدرس 3 نظرية فيثاغورس (يتبع)

10. أجد طول شاشة التلفاز المجاور لأقرب جزء من عشرة:

36.4

11. منارة: ترتفع غرفة مراقب في منارة 25 m عن سطح الأرض، أجد المسافة بين غرفة المراقبة وسفينة تبعد عن قاعدة المنارة 180 m

181.7 m تقريبًا

12. أكتشف الخطأ: أوجدت بأن طول الضلع AB في الشكل المجاور، فكانت حلها كالاتي:

5² + 12² = (AB)²
25 + 144 = (AB)²
(AB)² = 169
AB = $\sqrt{169} = 13$ cm

الخطأ: اعبار AB وترًا الصحيح: $AB^2 = (12)^2 - (5)^2 = 119, AB = 10.9$ أجد الخطأ في حل بيان، وأصححه.

13. تحدّد أجد الطول x في الشكل المجاور.

14. تحدّد: يملك نجار قطعة خشبية، ويريد التحقق من أن جميع زواياها قائمة، ولا يملك إلا مسطرة طولية وقلم رصاص. اقترح طريقة أساعد بها النجار على ذلك. أنظر إجابات الطلبة.

17

الدرس 5 الأسس النسبية والجذور

أكتب الصورة الأسية في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية في كل مما يأتي:

1. $\sqrt[3]{x^4}$ 2. $(m)^{\frac{2}{3}}$ $\sqrt[3]{m^2}$ 3. $(6b^5)^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt[2]{6b^5}$ 4. $\sqrt{\frac{100}{y^4}}$ $(\frac{100}{y^4})^{\frac{1}{2}}$

أجد قيمة كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

5. $(-32)^{\frac{2}{5}}$ -8 6. $\sqrt[3]{9^2}$ 3 7. $(\frac{100}{36})^{\frac{1}{2}}$ $\frac{5}{3}$ 8. $(-\frac{1000}{64})^{\frac{2}{3}}$ $-\frac{25}{4}$

أختار الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

9. أئني مما يأتي يكافئ $4\sqrt{w^7}$ ؟

a) $2w^{\frac{7}{2}}$ b) $(2w)^{\frac{7}{2}}$ c) $(4w)^{\frac{7}{2}}$ d) $4w^{\frac{7}{2}}$

10. قيمة $16^{\frac{3}{4}} + 9^{\frac{3}{2}}$ تساوي:

a) 35 b) 25 c) 11 d) 5

11. قيمة $\sqrt{102.01}$ تساوي:

a) 10.01 b) 51.1 c) 10.1 d) 20.1

12. توصيل: تُقدّر سرعة الماء المتدفق v بالقدم لكل ثانية باستعمال الصيغة $v = 8h^{\frac{1}{2}}$ ، حيث h ارتفاع البرميل بالقدم. أجد سرعة تدفق الماء من برميل ارتفاعه 4 أقدام. 16

13. كرة قدم: يُعطي طول نصف قطر الكرة r التي تحتوي V وحدة مكعبة من الهواء بالصيغة $r = 0.62V^{\frac{1}{3}}$. أجد طول نصف قطر كرة تحتوي $V = 9.261$ وحدة مكعبة من الهواء. 1.3 تقريبًا

19

كتاب التمارين

الدرس 7 الصيغة العلمية

أكتب كل عدد مما يأتي بالصيغة العلمية:

- 3078000000
 3.078×10^{10}
- 96.43
 9.643×10^1
- 0.47
 4.7×10^{-1}
- 0.0004278
 4.278×10^{-4}

النانومتر وحدة لقياس أطوال صغيرة جدًا وتساوي 0.000000001 m أكتب النانومتر باستخدام الصيغة العلمية.

- 1×10^{-9}

أكتب كل عدد مما يأتي بالصيغة القياسية:

- 3.97×10^5
397000
- 5.7×10^{-3}
0.0057
- 1.46 × 10
14.6
- 4.15×10^{-4}
0.000415

أرتب الأعداد الآتية تصاعديًا:

- 8.36×10^{-2} , 2.9×10^4 , 3.2×10^4 , 3.07×10^{-1} , 8.4×10^{-2}
 8.36×10^{-2} , 8.4×10^{-2} , 3.07×10^{-1} , 2.9×10^4 , 3.2×10^4

إذا كان $p = 3.2 \times 10^{-5}$, $q = 6.4 \times 10^7$ فأجد ما يأتي بالصيغة العلمية:

- $p \times q$ 2.048×10^3
- $2q$ 1.28×10^8
- $q \div p$ 2×10^{12}

في ما يأتي أربع أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية:

- 3.5×10^5 , 1.2×10^3 , 7.3×10^2 , 4.8×10^4

أجد بالصيغة العلمية:

- أكبر ناتج ضرب عددين من هذه الأعداد. 1.68×10^{10}
- أصغر ناتج ضرب عددين من هذه الأعداد. 8.76×10^3

إذا علمت أن سرعة الضوء 3.0×10^8 m/s تقريبًا، والزمن اللازم لوصول الضوء بين الأرض والقمر 1.3 ثانية تقريبًا، فأجد المسافة بين الأرض والقمر بالكيلومتر، بالصيغة القياسية.

390000 km

الدرس 6 ضرب الأسس النسيبية وقسمتها

أجد قيمة كل مما يأتي:

- $\sqrt[3]{27} \div \sqrt{4^5}$ 2
- $(49)^{\frac{1}{2}} \times (7^3)^{\frac{1}{3}}$ 49
- $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ $\frac{9}{4}$
- $16^{\frac{1}{4}} \times 16^{\frac{3}{4}}$ 16
- $\sqrt{6^7} \times \sqrt{6^5}$ 46656
- $\frac{\sqrt{4^5}}{\sqrt{4^2}}$ 4

أكتب كل مقدار في ما يأتي بأبسط صورة:

- $a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{3}{2}} \times a^2$ a^4
- $y^{-2} (y^{\frac{5}{3}})^0$ y^2
- $\left(\frac{p}{10}\right)^{-10}$ $\frac{1}{p}$
- $\left(\frac{3u^4}{4u^2}\right)^3$ $\frac{27}{64} u^6$

أجد مساحة المثلث المجاور بدلالة x .

تمثل المعادلة $d_1 \times d_2 = A$ مساحة المربعين d_1 و d_2 طولاً قطرياً. أجد d_2 بدلالة y إذا كان $d_1 = 6y^{\frac{3}{4}}$ و $A = 18y^{\frac{7}{4}}$

يُعطى طول نصف قطر الدائرة بالصيغة $r = \left(\frac{A}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$ حيث A مساحة الدائرة. أجد طول نصف قطر دائرة مساحتها 50.24 cm^2 (إرشاد: $\pi = 3.14$)

أكتشف الخطأ: بسط خالد المقدار $w^{-3} \times (w)^{-\frac{7}{3}}$ على النحو الآتي:

$$w^{-3} \times (w)^{-\frac{7}{3}} = (w)^{-3 \times -\frac{7}{3}} = (w)^7$$

الخطأ ضرب الأسس والصحيح جمعها

أحدد الخطأ الذي وقع فيه خالد، وأصححه.

$$w^{-3} \times \frac{7}{3} = w^{-\frac{16}{3}} = \frac{1}{w^{\frac{16}{3}}}$$

الدرس 8 النسبة المئوية

تخفيضات: خفض محل لبيع لوازم الحدائق أسعار الأدوات لديه بنسبة 35%، أجد سعري الأدواتين الآتيتين بعد التخفيض:

- 

السعر الأصلي JD 30
JD 19.5
- 

السعر الأصلي JD 45
JD 29.25

نباتات: لدى محل لبيع نباتات الزينة 65 نبتة، بيع منها 15 نبتة. أجد النسبة المئوية للنباتات التي بيعت. 23.1% تقريبًا

موظف: موظف راتبًا شهريًا قدره JD 600، وسيزداد راتبه 105% من راتبه الحالي بعد مضي عام على عمله. كم دينارًا سيصبح راتبه الشهري بعد مرور عام. JD 630

السكان: بين الجدول المجاور عدد سكان الأردن في ثلاثة أعوام متتالية، أجد النسبة المئوية للزيادة في عدد السكان بين عامي 2018 و 2019 لأقرب جزء من عشرة. 2.4%

السنة	عدد السكان
2017	10053000
2018	10309000
2019	10554000

في موسم التنزيلات خفض تاجر أسعاره لتصبح 88% مما كانت عليه. إذا كان سعر تلاجع بعد التنزيلات JD 220، فأجد سعرها قبل التنزيلات. JD 250

قُدِّر ثمن سيارة في العام الماضي بـ JD 6500. إذا نقص ثمنها هذا العام بمقدار 15%، فأجد ثمنها هذا العام. JD 5525

تحليل المقادير الجبرية

الوحدة

2



www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة				1
الدرس 1: حالات خاصة من ضرب المقادير الجبرية	<ul style="list-style-type: none"> تعرف قاعدة إيجاد مربع مجموع حدّين. تعرف قاعدة إيجاد ناتج ضرب مجموع حدّين في الفرق بينهما. تعرف قاعدة إيجاد مربع الفرق بين حدّين. 		<ul style="list-style-type: none"> ورقة المصادر 6 قطع جبرية. 	4
نشاط مفاهيمي: تحليل المقادير الجبرية	<ul style="list-style-type: none"> تحليل مقدار جبري معطى على الصورة $ax+b$ باستعمال القطع الجبرية. تحليل مقدار جبري معطى على الصورة $x^2 + bx$ باستعمال القطع الجبرية. 		<ul style="list-style-type: none"> قطع جبرية. 	1
الدرس 2: التحليل بإخراج العامل المشترك	<ul style="list-style-type: none"> تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر. 	الصورة التحليلية، التحليل، التجميع.	<ul style="list-style-type: none"> قطع جبرية. 	2
الدرس 3: تحليل ثلاثيات الحدود $x^2 + bx + c$	<ul style="list-style-type: none"> تحليل ثلاثيات الحدود على صورة $x^2 + bx + c$ 		<ul style="list-style-type: none"> ورقة المصادر 7 قطع جبرية. 	2
الدرس 4: حالات خاصة من التحليل	<ul style="list-style-type: none"> تحليل مقدار جبري يمثل فرقاً بين مربعين. تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود. 	مربع كامل ثلاثي الحدود.	<ul style="list-style-type: none"> قطع جبرية. 	2
الدرس 5: تبسيط المقادير الجبرية النسبية	<ul style="list-style-type: none"> كتابة مقادير جبرية نسبية بأبسط صورة. 	المقدار الجبري النسبي.	<ul style="list-style-type: none"> قطع جبرية. 	2
عرض نتائج مشروع الوحدة			<ul style="list-style-type: none"> أوراق مقواة متعددة الألوان. 	1
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				16 حصة

ما أهمية هذه الوحدة؟

يُستعمل تحليل المقادير الجبرية في كثير من التطبيقات الحياتية والعلمية، فمثلاً يكتب المهندسون المعمارون النسبة بين مساحة جدران الغرفة وحجمها على صورة مقدار جبري نسبي، ثم يستعملون التحليل؛ لتبسيطه وإيجاد أقل قيمة له؛ بهدف تقليل تكلفة تدفئة الغرفة في فصل الشتاء.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة على ما تعلموه في الصف السابع عن ضرب المقادير الجبرية؛ لتعرف حالات خاصة لضرب المقادير الجبرية.

وسيتعرف الطلبة مفهوم تحليل المقادير الجبرية وكتابتها بأبسط صورة بطرائق عدة، منها: إخراج العامل المشترك والتجميع، وتحليل الفرق بين مربعي حدين، وتحليل ثلاثي الحدود على الصورة $x^2 + bx + c$.

إضافة إلى ما سبق سيتعرف الطلبة مفهوم المقدار الجبري النسبي، وكتابة المقادير الجبرية النسبية في أبسط صورة.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- حالات خاصة لضرب المقادير الجبرية.
- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر وتجميع الحدود.
- تحليل الفرق بين مربعي حدين، وتحليل ثلاثي حدود على صورة $x^2 + bx + c$
- كتابة مقادير جبرية نسبية بأبسط صورة.

تعلمت سابقاً:

- ✓ إجراء العمليات الحسابية على الحدود والمقادير الجبرية، وكتابتها بأبسط صورة.
- ✓ تبسيط مقادير عديدة تتضمن أسساً باستخدام أولويات العمليات الحسابية.
- ✓ توظيف الأسس والمقادير الجبرية في حل مسائل حياتية.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع



- جمع الحدود الجبرية وطرحها.
- تبسيط المقادير الجبرية بمتغير واحد باستخدام خصائص العمليات الحسابية.
- تبسيط المقادير الجبرية بمتغيرين بتجميع الحدود المتشابهة.
- جمع المقادير الجبرية وطرحها.
- التعبير عن مواقف حياتية بمقادير جبرية.

الصف الثامن



- تعرف قاعدة إيجاد مربع مجموع حدين ومجموع حدين في الفرق بينهما.
- تحليل مقدار جبري معطى على الصورة $ax + b$ أو على صورة $x^2 + bx$ باستعمال القطع الجبرية.
- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.
- تحليل ثلاثيات الحدود على صورة $x^2 + bx + c$
- تحليل مقدار جبري يمثل فرقاً بين مربعين.
- تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود.
- كتابة مقادير جبرية نسبية بأبسط صورة.

الصف التاسع



- تحليل ثلاثية الحدود على الصورة $x^2 + bx + c$
- تحليل مجموع مكعبين والفرق بين مكعبين.
- إجراء العمليات الحسابية الأربع على المقادير الجبرية النسبية.
- تبسيط مقادير جبرية نسبية بالتحليل إلى العوامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى صنع قطع جبرية، واستعمالها في تحليل المقادير الجبرية في هذه الوحدة، ويهدف أيضاً إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على وجود طلبة من مستويات متفاوتة في كل مجموعة، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب إليهم إنجازه، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أبين للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.
- أوضح للطلبة أنه يجب إنجاز مشروع القطع الجبرية قبل البدء بالوحدة؛ وذلك لاستعمالها في دروس الوحدة.

عرض النتائج

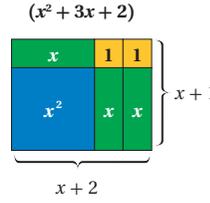
- لعرض نتائج المشروع أبين للطلبة ما يأتي:
 - « يعرض كل فرد في المجموعة أمام زملائه/ زميلاتها في الصف كيفية تحليل مقدار جبري يختاره باستعمال القطع الجبرية (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة).
 - « أطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها في أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكنوا من التغلب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حل المشكلات.



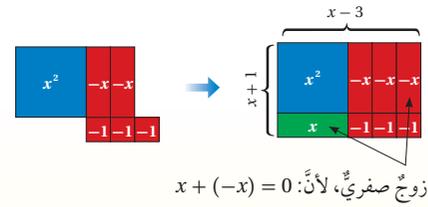
مشروع الوحدة: القطع الجبرية

أستعمل القطع الجبرية لتمثيل مقادير جبرية وتحليلها:

يستخدم كل عضو في المجموعة القطع الجبرية لتمثيل مقدار جبري، ثم ينظم القطع الجبرية على شكل مستطيل، وعندئذ يكون طول المستطيل وعرضه عاملَي المقدار الجبري كما في الشكل الآتي:



يحتاج تمثيل بعض المقادير الجبرية إلى إضافة أزواج صفرية مثل $(1 + -1 = 0)$ لإكمال تشكيل المستطيل:



عرض النتائج:

- يعرض كل فرد في المجموعة أمام زملائه في الصف كيفية تحليل مقدار جبري يختاره باستعمال القطع الجبرية.

أستعد ومجموعتي لتنفيذ مشروع الخاص الذي سأصنع فيه قطعاً جبرية، وأستعملها في تحليل المقادير الجبرية. **الأدوات اللازمة:** أوراق مقسّمة متعددة الألوان (أزرق، وأخضر، وأحمر، وأصفر).

خطوات تنفيذ المشروع:

أصنع القطع الجبرية

1 أفض 5 مربعات من الورقة الزرقاء بمقاس $(10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$ ، وأكتب x^2 على كل منها.



2 أفض 10 مستطيلات من الورقة الخضراء بمقاس $(3 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$ ، وأكتب (x) على كل منها، وأفض 10 مستطيلات بالمقاس نفسه من الورقة الحمراء، وأكتب $(-x)$ على كل منها.



3 أفض 15 مربعاً من الورقة الصفراء بمقاس $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ ، وأكتب (1) على كل منها، وأفض 15 مربعاً بالمقاس نفسه من الورقة الحمراء، وأكتب (-1) على كل منها.



أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	3	2	1
1	تمثيل مقدار جبري باستعمال القطع الجبرية.			
2	تحليل مقدار جبري باستعمال القطع الجبرية.			
3	التعاون والعمل بروح الفريق.			
4	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
5	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
6	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

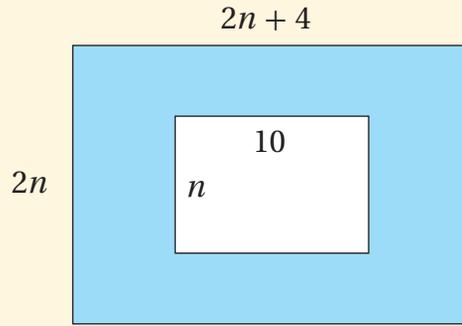
- 1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 3 تقديم نتاج صحيح كامل.

هدف النشاط:

ضرب المقادير الجبرية وتبسيطها.

خطوات العمل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أرسم الشكل المجاور على اللوح.
- أطلب إلى المجموعات إيجاد المقدار الجبري الذي يعبر عن كل مما يأتي:
- « مساحة المستطيل الخارجي بدلالة n .
- « مساحة المستطيل الداخلي بدلالة n .

« مساحة المنطقة المظللة بدلالة n بأبسط صورة. $4n^2 - 2n$

- أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط، وأشجعهم على مناقشة إجاباتهم.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل النشاط مع الصف كاملاً.

التكليف: إذا واجه الطلبة صعوبة في كتابة مساحة المنطقة المظللة بدلالة n بأبسط صورة، أقدم أمثلة أخرى مشابهة يكون طول وعرض المستطيلين فيها حدوداً جبرية.

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث عن مستطيل تكون مساحته مساوية لمساحة المنطقة المظللة.

إجابة ممكنة: الطول $2n$ ، العرض $2n - 1$

نتائج الدرس:

- تعرف قواعد إيجاد مربع مجموع حدّين ومجموع حدّين في الفرق بينهما.
- إيجاد مربع مجموع حدّين ومجموع حدّين في الفرق بينهما.

نتائج التعلم القبلي:

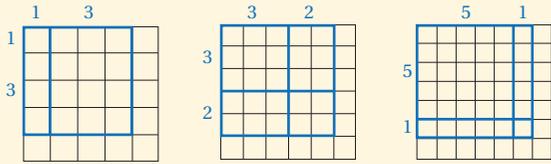
- إجراء العمليات الحسابية على الحدود والمقادير الجبرية.
- كتابة مقادير جبرية بأبسط صورة.
- التعبير عن مواقف حياتية بمقادير جبرية.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

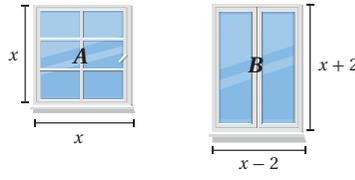
1 التهيئة

- أقسم الطلبة مجموعات، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 6: شبكة مربعات.
- أطلب إلى المجموعات رسم مربعات بحيث يتكون طول ضلع كل منها من جزأين، مثل:



البعد الأول 1 البعد الأول 3 البعد الأول 5
البعد الثاني 3 البعد الثاني 2 البعد الثاني 1

- أطلب إلى الطلبة إيجاد مساحات المربعات والمستطيلات الصغيرة داخل الشكل، وإيجاد مجموع هذه المساحات.
- أطلب إلى الطلبة إيجاد مساحة المربع الكبير.



أستكشف

أي النافذتين مساحتها أكبر؟

فكرة الدرس

أتعرف قواعد إيجاد مربع مجموع حدّين ومجموع حدّين في الفرق بينهما.

تعلمتُ سابقاً إيجاد مربع مجموع حدّين على الصورة $(a+b)^2$ عن طريق إيجاد حاصل الضرب $(a+b)(a+b)$ ، ويمكن أيضاً استعمال القطع الجبرية لتمثيل $(a+b)^2$ لأي قيمتين a و b كما يأتي:

$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

إذن، ضرب مجموع حدّين في نفسه (مربع مجموع حدّين) يتبع قاعدة ثابتة يمكن استعمالها لتسهيل عملية الضرب.

مربع مجموع حدّين

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** مربع $(a+b)$ يساوي مربع a مضافاً إليه مثلاً حاصل ضرب a في b مضافاً إليه مربع b .

• **بالرموز:** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مثال 1

1 $(3k+5)^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(3k+5)^2 = (3k)^2 + (2 \times 3k \times 5) + (5)^2$$

$$= 9k^2 + 30k + 25$$

مربع مجموع حدّين

$$a = 3k, b = 5$$

أبسط

• أسأل الطلبة:

- « ما العلاقة بين مجموع مساحات المربعات والمستطيلات الصغيرة داخل الشكل، ومساحة المربع الكبير؟ متساوية.
- « ما العلاقة بين مساحة المربع الكبير بالبعدين الأول والثاني في كل شكل؟ تختلف الإجابات.
- « أتوصل بمناقشة الطلبة إلى القاعدة الآتية:

مساحة المربع الكبير = مربع البعد الأول + $2 \times$ البعد الأول + مربع البعد الثاني

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « ما شكل كل نافذة؟ النافذة A على شكل مربع، والنافذة B على شكل مستطيل.
 - « ما مساحة النافذة A ؟ x^2
 - « ما مساحة النافذة B ؟ $(x + 2)(x - 2)$
 - « كيف أحدد أي المساحتين أكبر؟
 - « أي المساحتين أكبر؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- لا يقلل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال، وأعززه / أعزّزها كما عززت من قدم الإجابة الصحيحة.

مثال 1

- أناقش مفهوم مربع مجموع حدين بالاستعانة بالقطع الجبرية التي صممها الطلبة في مشروع الوحدة؛ لمساعدة الطلبة على فهم استنتاج قاعدة مربع مجموع حدين.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) التي بيّنت قاعدة مربع مجموع حدين.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأوضح لهم أنه قد يكون أي من a و b أو كلاهما حدًا جبريًا مكونًا من معامل وقسم رمزي كما في الفرع 1 من المثال 1

إرشادات: ✓

- أذكر الطلبة بما درسوه سابقًا عن مفهوم كل من: الحد الجبري، والمقدار الجبري.
- في الفرع 2 من المثال 1، أذكر الطلبة بقاعدة قوة القوة، وذلك لكتابة $(y^2)^2$ بأبسط صورة.

أخطاء شائعة!

قد يظنّ بعض الطلبة أن $(x+a)^2 = x^2 + a^2$ ؛ لذا يمكنني توضيح هذا الخطأ بمثال عددي.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حل التدریب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر من أخطأ في الإجابة؛ تجنّباً لإحراجهم.

مثال 2

- أناقش الطلبة في مفهوم مربع الفرق بين حدّين، بالاستعانة بقاعدة مربع مجموع حدّين بوضع $-b$ بدلاً من b للحصول على قاعدة مربع الفرق بين حدّين؛ لمساعدة الطلبة على فهم استنتاج قاعدة الفرق بين حدّين.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) التي بيّنت قاعدة مربع الفرق بين حدّين.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشاد:** أذكّر الطلبة بألويات العمليات الحسابية.

تنبيه!

قد يظنّ بعض الطلبة أن $(x-a)^2 = x^2 - a^2$ ؛ لذا يمكنني توضيح هذا الخطأ بمثال عددي.

الوحدة 2

2 $(y^2 + 3)^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(y^2 + 3)^2 = (y^2)^2 + (2 \times y^2 \times 3) + 3^2$$
$$= y^4 + 6y^2 + 9$$

مربع مجموع حدّين
 $a = y^2, b = 3$
أبسط

أتحقّق من فهمي: ✓

3 $(2c + 10)^2 = 4c^2 + 40c + 100$

4 $(d^2 + 4)^2 = d^4 + 8d^2 + 16$

توجد أيضاً قاعدة لإيجاد $(a-b)^2$ ، ويمكن إيجادها بكتابتها $(a-b)$ على صورة $a + (-b)$ ثم استعمال قاعدة $(a+b)^2$:

$$(a-b)^2 = [a + (-b)]^2 = (a)^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

مربع مجموع حدّين
أبسط

مربع الفرق بين حدّين

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** مربع $(a-b)$ يساوي مربع a مطروحاً منه مثلاً حاصل ضرب a في b مضافاً إليه مربع b .

• **بالرموز:** $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال 2 أجد ناتج كل ممّا يأتي:

1 $(2h - z)^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(2h-z)^2 = (2h)^2 - (2 \times 2h \times z) + (z)^2$$
$$= 4h^2 - 4hz + z^2$$

مربع الفرق بين حدّين
 $a = 2h, b = z$
أبسط

2 $(6-5y^3)^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(6-5y^3)^2 = (6)^2 - (2 \times 6 \times 5y^3) + (5y^3)^2$$
$$= 36 - 60y^3 + 25y^6$$

مربع الفرق بين حدّين
 $a = 6, b = 5y^3$
أبسط

- أناقش الطلبة في قاعدة ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما؛ بالاستعانة بالقطع الجبرية التي صممها الطلبة في مشروع الوحدة.

- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) التي بينت قاعدة ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما.

- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

أخطاء شائعة!

قد يظن بعض الطلبة أن $(x-a)(x+a) = x^2 + a^2$ ؛ لذا يمكنني توضيح هذا الخطأ بمثال عددي.

مثال 4: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال مربع مجموع حدين ومربع الفرق بين حدين ومجموع حدين في الفرق بينهما في كثير من المواقف الحياتية.
- أفسم الطلبة إلى مجموعات، وأطلب إليهم قراءة مثال 4 ومناقشة حله، ثم أكلف مندوباً عن إحدى المجموعات بحل المثال على اللوح، ومناقشته مع الصف بأكمله، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

أتفقد من فهمي:

3 $(7t^2 - 1)^2 = 49t^4 - 14t^2 + 1$

4 $(x^3 - 4y^2)^2 = x^6 - 8x^3y^2 + 16y^4$

يتبع ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما $(a-b)(a+b)$ قاعدة ثابتة يمكن اكتشافها واستعمالها في إيجاد ناتج الضرب بسهولة:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 a & -b \\
 \hline
 a & -b \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 a & -b \\
 \hline
 b & -b \\
 \hline
 \end{array} \\
 \hline
 \end{array}
 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 + (-ab) + ab + (-b^2) = a^2 + (-b^2)$$

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** ناتج ضرب $(a-b)(a+b)$ يساوي مربع a مطروحاً منه مربع b .

• **بالرموز:** $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

مثال 3

أجد ناتج كل مما يأتي:

1 $(c+3)(c-3)$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(c+3)(c-3) = (c)^2 - 3^2$$

$$= c^2 - 9$$

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

$$a = c, b = 3$$

أبسط

2 $(4x^2 + d^5)(4x^2 - d^5)$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(4x^2 + d^5)(4x^2 - d^5) = (4x^2)^2 - (d^5)^2$$

$$= 16x^4 - d^{10}$$

مربع مجموع حدين

$$a = 4x^2, b = d^5$$

أبسط

- أذكر الطلبة أنه عند استخدام أي من قواعد الضرب في هذا الدرس فإن كلاً من a و b أو أي منهما قد يكون متغيراً، أو عدداً أو حدًا جبرياً.
- أذكر الطلبة بأهمية كتابة وحدات القياس بعد إيجاد المطلوب من المسألة؛ فمثلاً: في المثال 4 يجب كتابة وحدة المساحة cm^2

تنويع التعليم:

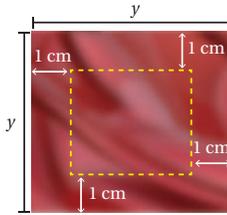
في المثال 4، قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في إيجاد تفسير للمسائل الحياتية، والتعبير عن الطول المتبقي بعد القص، لذا أقدم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم، مع التنويه بضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل؛ ما يساعدهم على حل المسائل بسهولة.

أتتحقق من فهمي:

3 $(6w + d^4)(6w - d^4) = 36w^2 - d^8$ 4 $(x^3 + 3h^7)(x^3 - 3h^7) = x^6 - 9h^{14}$

تُستعمل قوانين (مربع مجموع حدّين) و(مربع الفرق بين حدّين) و(مجموع حدّين في الفرق بينهما) في كثيرٍ من التطبيقات الحياتية والعلمية.

مثال 4: من الحياة



خياطة: قطعة قماشٍ مربعة الشكل طول ضلعها y سنتيمتراً، إذا قُصَّ شريطٌ عرضُهُ 1 cm بمحاذاة حوافها الأربع، فأجد المساحة المتبقية وسطّ قطعة القماشٍ بدلالة y .

الخطوة 1: أحدد طول ضلع قطعة القماش المتبقية في الوسط بعد القصّ. طول قطعة القماش الأصلية y سنتيمتراً قُصَّ منها 1 cm بمحاذاة حوافها الأربع. إذن، أصبح طول الضلع $(y-2)$ سنتيمتراً.

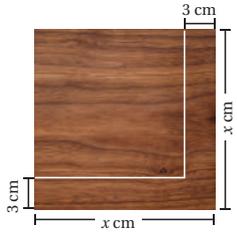
الخطوة 2: أحسب المساحة.

$$\begin{aligned} A &= s^2 \\ &= (y-2)^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (y-2)^2 &= y^2 - (2 \times y \times 2) + 2^2 \\ &= y^2 - 4y + 4 \end{aligned}$$

مساحة المربع
أعوّض $s = y - 2$
قانون مربع الفرق بين حدّين
أعوّض $a = y, b = 2$
أبسّط

إذن، المساحة المتبقية في الوسط من القماشٍ بدلالة y هي $(y^2 - 4y + 4) \text{ cm}^2$

أتتحقق من فهمي:



نجارة: يبيّن الشكل المجاور أبعاد لوح خشبيّ مربع الشكل طول ضلعه x سنتيمتراً. إذا قُصَّ شريطٌ عرضُهُ 3 cm من حافتيّ اللوح مثلما يظهر في الشكل، فأحسب مساحة المربع المتبقي من اللوح بدلالة x . $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ cm}^2$

يمكن استعمال قواعد ضرب المقادير الجبرية لإجراء بعض الحسابات الذهنية بسهولة.

مثال 5

استعمل الحساب الذهني لأجد ناتج كل مما يأتي:

1 71^2

$$71^2 = (70 + 1)^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(70 + 1)^2 = 70^2 + (2 \times 70 \times 1) + 1^2$$

$$= 4900 + 140 + 1$$

$$= 5041$$

أكتب 71^2 على صورة مربع مجموع حدين

مربع مجموع حدين

$$a = 70, b = 1$$

أضرب

أجمع

$$\text{إذن، } 71^2 = 5041$$

✓ **اتحقق من فهمي:**

2 $52^2 \quad (50 + 2)^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704$

3 $49^2 \quad (50 - 1)^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$

أتحرب
وأحل المسائل

أجد ناتج كل مما يأتي:

1 $(w + 2)^2 \quad w^2 + 4w + 4$

2 $(x - 11)^2 \quad x^2 - 22x + 121$

3 $(4m^3 - 5y)^2 \quad 16m^6 - 40m^3y + 25y^2$

4 $(w^2 - 7)(w^2 - 7) \quad w^4 - 14w^2 + 49$

5 $(5a + 4)(5a - 4) \quad 25a^2 - 16$

6 $(x^2 + 7y^4)(x^2 - 7y^4) \quad x^4 - 49y^8$



7 **هندسة:** بركة سباحة مستطيلة الشكل، طولها بالمتري $(3x + 6)$ وعرضها بالمتري $(3x - 6)$ ، أجد مساحتها بدلالة x وبأبسط صورة: $9x^2 - 36m^2$

- أوضح للطلبة إمكانية استعمال ضرب المقادير الجبرية التي تعلموها في هذا الدرس في إجراء بعض الحسابات الذهنية بسهولة.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 5 على اللوح، وأبين أهمية استعمال قاعدة مربع مجموع عددين في إيجاد مربع العدد 71 ذهنيًا.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

التدريب

4

أتحرب وأحل المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أتحرب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (10-1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكن / تمكنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أي تساؤل عن خطوات الحل المُقدمة من زميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أتحرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، وأطلب إليهم حل المسائل (18-16).
- أرسد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

المفاهيم العابرة للمواد

في السؤال 16 تؤكد أهمية التحليل وتقديم الأدلة والبراهين، فهي إحدى المفاهيم العابرة للمواد. أطلب إلى الطلبة توظيف ما تعلموه خلال الدرس لاكتشاف العبارة المختلفة، مع تقديم التبرير المناسب لذلك.

الواجب المنزلي:

أسّعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (11-13) كتاب التمارين: (1-14)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (11-15) كتاب التمارين: (10-16)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14-18) كتاب التمارين: (15-17)

إرشادات:

- في المسائل العددية (8-10) تؤكد أهمية الحساب الذهني في الحياة اليومية، وأهمية استخدام قواعد ضرب المقادير الجبرية في تسهيل حساب مربعات الأعداد القريبة من مضاعفات 10
- في السؤال 12، ألّفت انتباه الطلبة إلى صندوق المعلومة الواردة في هامش السؤال؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.
- ألّفت انتباه الطلبة إلى صندوق الإرشاد الوارد في هامش السؤال 17؛ لما له من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.

الوحدة 2

$$10) (40-3)^2 = 1600 - 240 + 9 = 1369$$

حساب ذهني: أسّعمل الحساب الذهني لأجد ناتج كل مما يأتي:

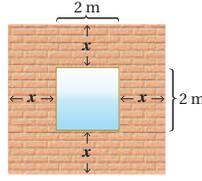
$$8) 88^2$$

$$9) 403^2$$

$$10) 37^2$$

$$8) (90-2)^2 = 8100 - 360 + 4 = 7744$$

$$9) (400+3)^2 = 160000 + 2400 + 9 = 162409$$

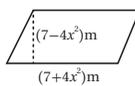


11) بيّن الشكل المجاور جداراً مربع الشكلٍ متوسطه نافذة. اعتبر عن مساحة الجدار بدلالة x بطريقتين مختلفتين. أنظر الهامش.

12) **علوم:** لوحة معدنية مربعة الشكل، طول ضلعها بالسنتيمتر (w)، إذا تعرضت للحرارة فتمددت مُحافِظَةً على شكلها وازداد طول ضلعها بمقدار 0.02 cm فأجد مساحة اللوحة بعد التمدد بدلالة w . $(w^2 + 0.04w + 0.0004) \text{ cm}^2$

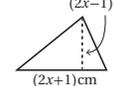
قياس: أجد مساحة كل شكل مما يأتي بدلالة x :

13)



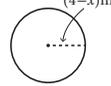
$$(49 - 16x^4) \text{ cm}^2$$

14)



$$(2x^2 - \frac{1}{2}) \text{ cm}^2$$

15)



$$\pi(16 - 8x + x^2)$$

16) **أكتشف المختلف:** أحدد العبارة المختلفة عن بقية العبارات:

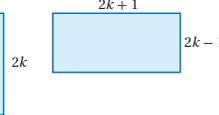
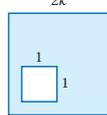
$$x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 + 6x + 18$$

$$x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 + 2x + 1$$

17) **تحذّر:** هل توجد قاعدة لحساب $(x-y)^3$ ؟
يوجد قاعدة وهي: $(x-y)^3 = (x-y)(x^2 - 2xy + y^2)$



18) **تبرير:** أبين أن مساحتي الجزأين المظللين في الشكلين المجاورين متساويتان أم لا. أبرّر إجابتي.

$$A_1 = 4k^2 - 1, A_2 = (2k+1)(2k-1) = 4k^2 - 1$$

19) **أكتب:** أكتب فقرة أبين فيها كيف أجد مربع مجموع حدّين.

أنظر إجابات الطلبة.

معلومة

تتمدد معظم المواد بالحرارة وتقلص بالبرودة، إلا أن الماء يخالف هذه القاعدة، إذ إنه يتمدد بالبرودة ويتقلص بالحرارة.

16) العبارة المختلفة هي $x^2 + 6x + 18$ كاملاً (لا يمكن كتابتها على شكل حاصل ضرب عاملين متساويين) كباقي العبارات.

مهارات التفكير العليا

إرشاد

لحل هذا السؤال، أكتب المقدار بصورة ضرب مركز.

إجابة (أندرب وأحل المسائل):

$$11) \text{ المساحة المطلوبة } (2x+2)^2 - 4$$

الطريقة (1) فك القوس ثم التحليل بإخراج العامل المشترك:

$$(2x+2)^2 - 4 = 4x^2 + 8x + 4 - 4 = 4x^2 + 8x = 4x(x+2) \text{ m}^2$$

الطريقة (2) تحليل فرق بين مربعين.

$$(2x+2)^2 - 4 = (2x+2-2)(2x+2+2) = 4x(x+2) \text{ m}^2$$

البحث وحل المسائل:

• أطلب إلى الطلبة حل السؤال الآتي:

« أستخدم قاعدة مربع مجموع حدين في إثبات العلاقتين الآتيتين.

$$1 \quad (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a^2+b^2+2ab) + (a^2+b^2-2ab)$$

$$= (a^2+b^2+a^2+b^2) + (2ab-2ab)$$

$$= 2(a^2+b^2)$$

$$2 \quad (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a+b+c)^2 = ((a+b)+c)^2$$

$$= (a+b)^2 + c^2 + 2((a+b) \times c)$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

تعليمات المشروع

• أوجه الطلبة إلى استعمال القطع الجبرية التي صنعوها في هذا الدرس أينما لزم.

✓ **إرشاد:** يمكن استبدال الرموز على القطع الجبرية بكتابة a, b أو أي رمز آخر بدلاً من x حسب الحاجة.

• أوجه الطلبة إلى بند (أكتب) للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.

• إذا لزم الأمر، أتأكد من فهم الطلبة بتوجيه سؤال، مثل:

« أجد ناتج كل مما يأتي:

$$1 \quad (x + 5)^2 \quad x^2 + 10x + 25$$

$$2 \quad (2a + 3)^2 \quad 4a^2 + 12a + 9$$

$$3 \quad (6 - y)^2 \quad 36 - 12y + y^2$$

$$4 \quad (3m - 1)^2 \quad 9m^2 - 6m + 1$$



الهدف: أحلّ مقداراً جبرياً معطى على صورة $ax + b$ أو الصورة $x^2 + bx$ باستعمال القطع الجبرية.

عند ضرب عددين أو أكثر فإن كلاً منهما يُسمى عاملاً لنتائج الضرب.

في بعض الأحيان، يكون ناتج الضرب معلوماً والمطلوب إيجاد العوامل، وتُسمى هذه العملية التحليل. يمكن استعمال القطع الجبرية لتحليل المقادير الجبرية.

هدف النشاط:

تحليل مقدار جبري على الصورة $ax + b$ أو الصورة $x^2 + bx$

المصادر والأدوات:

قطع جبرية.

خطوات العمل:

- أذكر الطلبة بمفهوم التحليل، وأوضح ذلك بأمثلة عديدة، مثل:

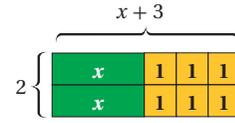
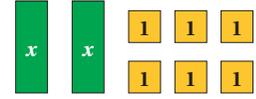
$$12 = 3 \times 4, \quad 15 = 5 \times 3$$

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أوزد كل مجموعة بالأدوات اللازمة.
- أوضح للمجموعات الهدف من النشاط، وهو استعمال القطع الجبرية لتحليل المقادير الجبرية.
- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ خطوات النشاطين 1 و 2، وأقدّم لهم الدعم اللازم.
- أطلب إلى أفراد المجموعات حل الأسئلة في بند (أندرب)، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

نشاط 1

استعمل القطع الجبرية لتحليل المقدار $2x + 6$

الخطوة 1 أمثل المقدار $2x + 6$ باستعمال قطع جبرية:

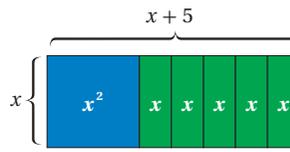
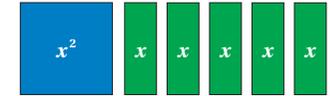


$$2x + 6 = (2)(x + 3)$$

نشاط 2

استعمل القطع الجبرية لتحليل المقدار $x^2 + 5x$

الخطوة 1 استعمل القطع الجبرية لتمثيل المقدار $x^2 + 5x$



$$x^2 + 5x = x(x + 5)$$

في الأسئلة (1-4) أنظر تمثيل الطلبة بالقطع الجبرية.

استخدم القطع الجبرية لتحليل كل مقدار جبري مما يأتي:

- 1 $5x + 5$ 2 $2x + 8$ 3 $x^2 + 7x$ 4 $x^2 + 4x$

أندرب:

إرشادات:

- أوضح للطلبة أن طول ضلع القطعة الصفراء وحدة واحدة، وطول القطعة الخضراء x وحدة وعرضها وحدة واحدة.
- أذكر الطلبة بأن المقدار الجبري يمثل مساحة المستطيل، وأن طول المستطيل وعرضه يمثلان عاملي المقدار الجبري.



أستكشف
شاشة تلفاز مستطيلة الشكل،
مساحتها $2x^2 + 60x$ سنتيمترًا مربعًا،
وعرضها $2x$ سنتيمترًا، ما طولها
بدلالة x ؟

فكرة الدرس

أحلل مقادير جبرية بإخراج العامل
المشترك الأكبر.

المصطلحات

الصورة التحليلية، التحليل، التجميع.

نتائج الدرس:

- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.

نتائج التعلم القبلي:

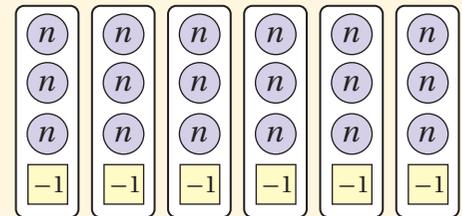
- إجراء العمليات الحسابية على الحدود والمقادير الجبرية.
- كتابة المقادير الجبرية بأبسط صورة.
- توظيف المقادير الجبرية في حل مسائل حياتية.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات، وأزود كل مجموعة بـ 18 قطعة جبرية تحمل كل منها الرمز n ، و 6 قطع تحمل كل منها العدد -1 .
- أطلب إلى الطلبة توزيع القطع الجبرية إلى مجموعات فيها العدد نفسه من كل نوع من القطع الجبرية.
- أتوصل معهم إلى أنه يمكن توزيع القطع الجبرية إلى 6 مجموعات كما في الشكل الآتي:



- أناقش الطلبة في التعبير الجبري الذي يصف توزيع القطع، وأتوصل معهم إلى المعادلة الآتية:

$$18n - 6 = 6(3n - 1)$$

كتابة الحدّ الجبري بالصورة التحليلية (factored form) تعني كتابته على صورة حاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات كلّ منها مرفوع للأس 1، وعند كتابة الحدّ الجبري بالصورة التحليلية فإننا نقول إنّه حلل تحليلًا كاملاً.

$$18x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$$

مكتوب بالصورة التحليلية
(تحليل كامل)

$$18x^3 = 6 \times 3 \times x \times x^2$$

ليس مكتوبًا بالصورة التحليلية
(ليس تحليلًا كاملاً)

تعلمت سابقاً أنّ العامل المشترك الأكبر (ع. م. أ) لعددين أو أكثر يساوي ناتج ضرب العوامل الأولية المشتركة بينهما، ويمكن أيضاً إيجاد العامل المشترك الأكبر لعددين جبريين أو أكثر بطريقة مشابهة.

مثال 1

أجد العامل المشترك الأكبر للحدّين الجبريين في كلّ ممّا يأتي:

1 $12y^2, 18y$

$$12y^2 = 3 \times 2 \times 2 \times y \times y$$

أكتب كلّ حدّ بالصورة التحليلية

$$18y = 3 \times 2 \times 3 \times y$$

ثمّ أحدد العوامل الأولية المشتركة

إذن، العامل المشترك الأكبر للحدّين الجبريين $18y$ و $12y^2$ هو: $6y = 3 \times 2 \times y$

إرشادات:

- يمكن أن تكون القطع الجبرية قصاصات من الورق تحمل الحرف n ، والعدد -1 .
- يمكن توزيع القطع الجبرية إلى مجموعتين في كل منهما 9 قطع تحمل الرمز n وثلاث قطع تحمل العدد -1 . تصبح المعادلة $18n - 6 = 2(9n - 3)$.
- أطلب إلى المجموعات التحقق من إجاباتهم بضرب المقادير الجبرية الناتجة من توزيع القطع الجبرية.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وأسألهم:

« لماذا تتطور شاشات التلفاز؟ التطور ضروري لمواكبة تطورات العصر.

« كيف كانت الشاشات قديماً؟ وكيف أصبحت؟ كانت الشاشات تبثّ صوراً بالأسود والأبيض، وتستقبل البث عن طريق شبكات استقبال معدنية، ثم تطورت إلى شاشات ذكية تستقبل البث من الصحن اللاقطة أو الإنترنت وتبثّ صوراً ملونة.

« كيف أجد طول مستطيل إذا علمت مساحته وعرضه؟ أقسم المساحة على العرض.

« كيف أجد الطول بأبسط صورة؟ تختلف الإجابات.

- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

- ناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟

« من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟

- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بكيفية إيجاد (ع. م. أ) لعددين أو أكثر بتحليل الأعداد إلى عواملها الأولية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.

مثال: أجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 12, 18, 30

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

- ع. م. أ. للأعداد 12, 18, 30 هو: $2 \times 3 = 6$
- ناقش مع الطلبة مفهوم الصورة التحليلية للحد الجبري، وأوضح لهم أن كتابة الحد الجبري بالصورة التحليلية يسمى التحليل الكامل للحد الجبري.
- أعطي الطلبة أمثلة على حدود جبرية محللة تحليلًا كاملاً، وأمثلة أخرى على حدود جبرية ليست محللة تحليلًا كاملاً.
- ناقش حل مثال 1 مع الطلبة على اللوح، مع الاستفادة من فكرة ع. م. أ. للأعداد.

$$2 \quad 20z^2 d, 10z^3 dc$$

$$20z^2 d = 5 \times 2 \times z \times z \times d$$

$$10z^3 dc = 5 \times 2 \times z \times z \times z \times d \times c$$

أكتب كل حد بالصورة التحليلية

ثم أجد العوامل الأولية المشتركة

إذن، العامل المشترك الأكبر للحدّين الجبريين $20z^2 d$ و $10z^3 dc$ هو $10z^2 d$

✓ **أتدقّق من فهمي:**

$$3 \quad 14b^2 c, 21c^3 7c$$

$$4 \quad 2y^3 x^5, 3y^5 x^3 y^3 x^3$$

التذكير

يحتوي المقدار الجبري حدًا جبريًا أو أكثر.

تعلّمت سابقاً استعمال خاصية التوزيع لضرب حدّ جبري في مقدار جبري:

$$3x(x+8) = 3x(x) + 3x(8)$$

$$= 3x^2 + 24x$$

يمكن عكس خطوات هذه العملية لإعادة كتابة مقادير جبرية على صورة حاصل ضرب حدّ جبري في مقدار جبري:

$$3x^2 + 24x = 3x(x) + 3x(8)$$

$$= 3x(x+8)$$

تحليل (factoring) المقدار الجبري بإخراج العامل المشترك الأكبر لحدوده يعني تحليله تحليلًا كاملاً باستعمال عملية عكسية لعملية التوزيع (خاصية التوزيع).

$$4y(3y+4)$$

$$2y(6y+8)$$

تحليل كامل

ليس تحليلًا كاملاً؛ لأنّ $(6y+8)$ يمكن تحليلها على صورة $2(3y+4)$

✓ **إرشاد:** يفضل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال في خطوة (تحديد العوامل الأولية المشتركة)؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تمييز العوامل المشتركة، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجة.

مثال 2 أحلّل كلّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلاً كاملاً:

1 $6x + 18$

الخطوة 1 أجد العامل المشترك الأكبر للحدّين $6x$ و 18

$$6x = 2 \times 3 \times x$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

أحلّل كلّ حدٍّ إلى عوامله الأولية وأحدّد العوامل الأولية المشتركة

إذن، العامل المشترك الأكبر هو: $2 \times 3 = 6$

الخطوة 2 أكتب كلّ حدٍّ على صورة ناتج ضرب العامل المشترك الأكبر في بقية العوامل، ثم أخرج العامل المشترك الأكبر خارج القوس.

$$6x + 18 = 6(x) + 6(3)$$

$$= 6(x + 3)$$

أعيد كتابة كلّ حدٍّ باستعمال العامل المشترك الأكبر أخرج العامل المشترك الأكبر خارج القوس

$$\text{إذن، } 6x + 18 = 6(x + 3)$$

2 $6b^2k + 8k^3b^5 + 12k^2$

الخطوة 1 أجد العامل المشترك الأكبر للحدود التي يتكوّن منها المقدار الجبري.

$$6b^2k = 2 \times 3 \times b \times b \times k$$

$$8k^3b^5 = 2 \times 2 \times 2 \times k \times k \times k \times b \times b \times b \times b \times b$$

$$12k^2 = 2 \times 2 \times 3 \times k \times k$$

أحلّل كلّ حدٍّ إلى عوامله الأولية

إذن، العامل المشترك الأكبر هو: $2 \times k = 2k$

الخطوة 2 أكتب كلّ حدٍّ على صورة ناتج ضرب العامل المشترك الأكبر في بقية العوامل، ثم أخرج العامل المشترك الأكبر خارج القوس.

$$6b^2k + 8k^3b^5 + 12k^2 = 2k(3b^2) + 2k(4k^2b^5) + 2k(6k)$$

$$= 2k(3b^2 + 4k^2b^5 + 6k)$$

أعيد كتابة كلّ حدٍّ باستعمال العامل المشترك الأكبر أخرج العامل المشترك الأكبر خارج القوس

$$\text{إذن، } 6b^2k + 8k^3b^5 + 12k^2 = 2k(3b^2 + 4k^2b^5 + 6k)$$

مثال 2

- أذكر الطلبة بخاصيّة التوزيع لضرب حد جبري في مقدار جبري، وأعطهم أمثلة على ذلك.
- أناقش الطلبة في مفهوم تحليل المقدار الجبري تحليلاً كاملاً بإخراج العامل المشترك الأكبر بين حدوده، وأوضح لهم أنها عملية عكسية لعملية استعمال خاصية التوزيع لضرب حد جبري في مقدار جبري.
- أعطي الطلبة أمثلة على مقادير جبرية محللة تحليلاً كاملاً، وأمثلة أخرى على مقادير جبرية ليست محللة تحليلاً كاملاً.
- أناقش حل مثال 2 مع الطلبة على اللوح، باتباع خطوات الحل كما وردت في المثال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة تحليل المقادير الجبرية تحليلاً كاملاً.

إرشادات:

- يفضل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال في خطوة (تحديد العوامل الأولية المشتركة)؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تمييز العوامل المشتركة، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.
- أوجه الطلبة إلى تنظيم الحل؛ لما لذلك من أهمية في تحديد العامل المشترك الأكبر تحديداً صحيحاً.

مثال 3

- أسأل الطلبة السؤال الآتي:

« إذا احتوى مقدار جبري أربعة حدود فأكثر، ووجد عامل مشترك بين حدين من حدوده وعامل مشترك آخر بين الحدود الباقية، فهل يمكن تحليل المقدار بإخراج العامل المشترك؟ تختلف الإجابات.
- ناقش مفهوم التحليل بتجميع الحدود، وأحدد لهم شروط تحليل المقدار الجبري بالتجميع الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي).
- ناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تنويع التعليم

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين تحليل

المقدار الجبري الآتي بالتجميع:

$$a^2 xy - a^3 - x^2 y + ax$$

أتحقق من فهمي:

$$3 \quad 20y + 12 \quad 4(5y + 3)$$

$$4 \quad 7d^2 - 5d \quad d(7d - 5)$$

$$5 \quad 3r^2 c^3 + 6r^5 + 21r^7 \quad 3r^2 (c^3 + 2r^3 + 7r^5)$$

$$6 \quad 2 - 16x + 8y \quad 2(1 - 8x + 4y)$$

يمكن أيضاً تحليل بعض المقادير الجبرية التي تحتوي أربعة حدود جبرية أو أكثر باستعمال طريقة التجميع (grouping)، وذلك بتجميع الحدود التي توجد عوامل مشتركة بينها، ويمكن أن تكون هذه العوامل المشتركة مقادير جبرية (ليست حدوداً فحسب).

التحليل بتجميع الحدود

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** يمكن تحليل المقدار الجبري بالتجميع إذا تحققت فيه الشروط الآتية جميعها:

- إذا احتوى أربعة حدود أو أكثر.
- إذا احتوى عوامل مشتركة تبين الحدود يمكن تجميعها معاً.
- إذا احتوى عاملين مشتركين متساويين كان أحدهما نظيراً جمعياً (معكوساً) للآخر.

$$\begin{aligned} ax + bx + ay + by &= (ax + bx) + (ay + by) \\ &= x(a + b) + y(a + b) \\ &= (a + b)(x + y) \end{aligned}$$

• **بالرموز:**

مثال 3

أحلل كل مقدار جبري مما يأتي تحليلاً كاملاً:

$$1 \quad 5ab + 10a + 7b + 14$$

$$\begin{aligned} 5ab + 10a + 7b + 14 &= (5ab + 10a) + (7b + 14) \\ &= 5a(b + 2) + 7(b + 2) \\ &= (b + 2)(5a + 7) \end{aligned}$$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

أحلل كل تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(b + 2)$ عاملاً مشتركاً

2 $6m^3 - 12mn + m^2n - 2n^2$

$$6m^3 - 12mn + m^2n - 2n^2 = (6m^3 - 12mn) + (m^2n - 2n^2)$$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= 6m(m^2 - 2n) + n(m^2 - 2n)$$

أحلل كل تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

$$= (m^2 - 2n)(6m + n)$$

أخرج $(m^2 - 2n)$ عاملاً مشتركاً

3 $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$ $(x + 2)(x^2 + 3)$ 4 $4s^2 - s + 12st - 3t$ $(4s - 1)(s + 3t)$

أتحقق من فهمي: ✓

عند تحليل المقادير الجبرية، ألاحظ أحياناً وجود معكوس بعض العوامل، فمثلاً $(3-x)$ هو معكوس $(x-3)$ لأن $(3-x) = -1(x-3)$

مثال 4

أحلل كل مقدار جبري مما يأتي تحليلًا كاملاً:

1 $2m(7m - 3) + 4(3 - 7m)$

$$2m(7m - 3) + 4(3 - 7m) = 2m(7m - 3) + 4(-1)(7m - 3)$$

أكتب $(3 - 7m)$ بصورة $-1(7m - 3)$

$$= 2m(7m - 3) - 4(7m - 3)$$

أضرب: $4(-1) = -4$

$$= (7m - 3)(2m - 4)$$

أخرج $7m - 3$ عاملاً مشتركاً

$$= 2(7m - 3)(m - 2)$$

أخرج 2 عاملاً مشتركاً

2 $15x - 5xy + 6y^2 - 18y$

$$15x - 5xy + 6y^2 - 18y = (15x - 5xy) + (6y^2 - 18y)$$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= 5x(3 - y) + 6y(y - 3)$$

أحلل كل تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

$$= 5x(3 - y) + 6y(-1)(3 - y)$$

أكتب $(y - 3)$ بصورة $-1(3 - y)$

$$= (3 - y)(5x - 6y)$$

أخرج $3 - y$

- أناقش مع الطلبة فكرة وجود عاملين أحدهما معكوس الآخر عند تحليل بعض المقادير الجبرية مثل: $(x-3)$, $(3-x)$, $(z-3y)$, $(3y-z)$ ذلك من خلال إخراج -1 عاملاً مشتركاً.
- أناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تنويع التعليم

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين تحليل المقدار الجبري الآتي بطريقتين مختلفتين:

$$8xy + 16y + 6x + 12$$

مثال 5: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم أوضح لهم أن المطلوب هو كتابة مقدار جبري لمساحة المنطقة التي لا تغطيها المرآة من اللوح الخشبي.
- أطلب إلى أحد الطلبة إيجاد مساحة المنطقة التي لا تغطيها المرآة من اللوح الخشبي بدلالة x .
- أطلب إلى طالب آخر / طالبة أخرى تحليل المقدار الذي وجدته زميله / وجدته زميلتها في الخطوة السابقة.

إرشادات:

- أذكر الطلبة بقانوني: مساحة الدائرة، ومساحة المربع.
- ألقت انتباه الطلبة إلى ترك الإجابة بدلالة π .

التدريب

4

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-19) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

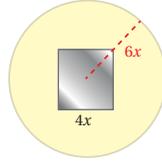
أتحقّق من فهمي:

3 $a(r-t) + m(t-r) (r-t)(a-m)$

4 $2t - 14st + 7st^2 - t^2 t(7s-1)(t-2)$

يُستعمل تحليل المقادير الجبرية في كثير من التطبيقات الحياتية والعلمية.

مثال 5: من الحياة



نجارة: يبيّن الشكل المجاور لوحًا خشبيًا دائري الشكل طول نصف قطره $3x$ سنتيمترًا، تتوسطه مرآة مربعة طول ضلعها $4x$ سنتيمترًا. أكتب مقدارًا جبريًا يمثل مساحة المنطقة التي لا تغطيها المرآة من اللوح الخشبي بدلالة x . وأحلّ المقدار تحليلًا كاملاً.

الخطوة 1 أجد مساحة المنطقة التي لا تغطيها المرآة من اللوح الخشبي بدلالة x :

$$\begin{aligned} A_1 &= r^2 \pi && \text{قانون مساحة الدائرة} \\ &= (3x)^2 \pi = 9\pi x^2 && \text{بتعويض } r = 3x \\ A_2 &= s^2 && \text{قانون مساحة المربع} \\ &= (4x)^2 = 16x^2 && \text{بتعويض } s = 4x \\ A &= A_1 - A_2 && \text{مساحة المنطقة الظاهرة من اللوح الخشبي} \\ &= 9\pi x^2 - 16x^2 && \text{بالتعويض} \end{aligned}$$

إذن، مساحة المنطقة التي لا تغطيها المرآة من اللوح الخشبي تساوي $9\pi x^2 - 16x^2$ سنتيمترًا مربعًا.

الخطوة 2 أحلّ المقدار $9\pi x^2 - 16x^2$ تحليلًا كاملاً:

$$\begin{aligned} 9\pi x^2 &= 3 \times 3 \times \pi \times x \times x \\ 16x^2 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \end{aligned}$$

أحلّل كلّ حدٍّ إلى عوامله الأولية وأحدد العوامل الأولية المشتركة

إذن، العامل المشترك الأكبر هو: $2 \times 2 \times x \times x = 4x^2$

$$\begin{aligned} 9\pi x^2 - 16x^2 &= 4x^2 (9\pi) - 4x^2 (4) \\ &= 4x^2 (9\pi - 4) \end{aligned}$$

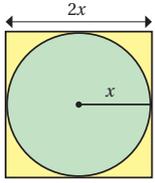
أعيد كتابة كلّ حدٍّ باستعمال العامل المشترك الأكبر
أخرج العامل المشترك الأكبر خارج القوس

إذن، $9\pi x^2 - 16x^2 = 4x^2 (9\pi - 4)$

80

أخطاء شائعة:

- قد يخطئ بعض الطلبة بعدم التحليل تحليلًا كاملاً، ولعلاج ذلك أسأل الطلبة: (هل بقي عوامل مشتركة بين الحدين داخل الأقواس أم لا؟).
- قد يخطئ بعض الطلبة باستخدام خاصية التوزيع استخدامًا غير صحيح، ولعلاج ذلك أبيّن الخطأ بمثال عددي، ثم أكتب التوزيع الصحيح.



أتحقق من فهمي

يبين الشكل المجاور قطعة أرض مربعة الشكل، يتوسطها حوض قمع دائري الشكل يُرى بمرشّ دوار. أكتب مقداراً جبرياً يمثل مساحة المنطقة غير المزروعة بالقمح بدلالة x ، وأحلل المقدار تحليلاً كاملاً.

$$4x^2 - \pi x^2 = x^2(4 - \pi)$$

أدرب وأحل المسائل

أجد العامل المشترك الأكبر للحدّين الجبريين في كلِّ مما يأتي:

- 1 $12a, 16ab$ 4a
- 2 $8a, 12b$ 4
- 3 $10x^6y^3, 45x^7y^7$ $5xy^3$
- 4 $12d^2w^2r^5, 4w^3d^{10}$ $4d^2w^2$
- 5 $n^3s^5r^5, 6ns^3r^7$ ns^3r^5
- 6 $5k^8w^3h^2, 11k^2h^4$ k^2h^2

أحلل كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلاً كاملاً:

- 7 $6r^2 - 10r$ $2r(3r - 5)$
- 8 $ab^2 - 2ab$ $ab(b - 2)$
- 9 $12n^2m - 8nm^3$ $4nm(3n - 2m^2)$
- 10 $15wx - 10wy^2$ $5w(3x - 2y^2)$
- 11 $4t^2 + 2t - 12tu$ $2t(2t + 1 - 6u)$
- 12 $12p + 24q - 6$ $6(2p + 4q - 1)$

أحلل كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلاً كاملاً:

- 13 $y - 2y^2 - 18y + 9$ $(1 - 2y)(y + 9)$
- 14 $48ab - 90a + 32b - 60$ $2(3a + 2)(8b - 15)$



15 **طاقة بديلة:** ركّب أحمد خلايا شمسية على سطح منزله، فإذا علمت أنّ مساحة اللوح الشمسي $6y(y - 4) + 10(4 - y)$ ، وطولُه $(4 - y)$ ، فأجد عرضَه بدلالة y . $10 - 6y = 2(5 - 3y)$

أكمل التحليل في كلِّ مما يأتي:

- 16 $12y - 32 = \dots (3y - 8)$ 4
- 17 $18c - 6 = \dots (3c - 1)$ 6
- 18 $t^2 + t = \dots (t + 1)$ t
- 19 $2a^2 + ab = \dots (2a + \dots)$ a

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في السؤال 15 أوضح للطلبة أهمية الطاقة البديلة في استغلال مصادر الطبيعة والتوفير والحفاظ على البيئة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، وأطلب إليهم حل المسائل (24 - 26).

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 20, 21 كتاب التمارين: (1-12)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 21, 22, 24 كتاب التمارين: 13, 14
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (23-26) كتاب التمارين: (13-15)

الإثراء 5

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

$12x^2$	$-3x$	« يتكون المستطيل المجاور من أربعة أجزاء بمساحات $12x^2, -3x, -20x, 5$
$-20x$	5	

- 1 أكتب بُعدي المستطيل بدلالة x .
- 2 أكتب مساحة المستطيل على شكل مقدار جبري، ثم أحلله بإخراج العامل المشترك الأكبر.
- 3 أقرن إجابتي في 1، 2.

نشاط التكنولوجيا:



- أفضّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بمسائل تحليل المقادير الجبرية؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى المجموعات تحليل مقادير مثل $2x + 8$ ، و $x^2 + 5x$ باستخدام القطع الجبرية كما في (نشاط مفاهيمي 9 صفحة 74) من كتاب الطالب.

6 الختام

- أوّجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، اتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه أسئلة لهم، مثل:

« أحلل كلاً من المقادير الآتية بإخراج العامل المشترك:

- 1 $40x - 16y$ $8(5x-2y)$
- 2 $7n^2 - 14n$ $7n(n-2)$
- 3 $4y^2z + 8y^2z^2 - 4y^2z^3$ $4y^2z(1+2z-z^2)$
- 4 $mn - 2m - 2 + n$ $(n-2)(m+1)$
- 5 $2vu - 8u + 3v - 12$ $(v-4)(2u+3)$

معلومة

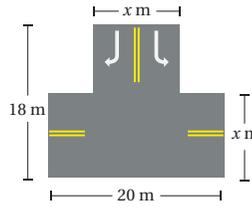
تُطلى واجهة القرص المدمج التي تخزن البيانات بطبقة رقيقة من الألمنيوم النقي، وتُستعمل أشعة الليزر في تسجيل البيانات عليها.



حواشي: حافظه أقراص مدمجة مربعة الشكل، طول ضلعها $4x$ ، فإذا كان طول نصف قطر القرص المدمج $2x$ ، فأكتب مقداراً جبرياً يمثل المساحة السوداء المحيطة بالقرص في الشكل المجاور، وأحلله تحليلًا كاملاً. $4x^2(4-\pi)$

هندسة: يمثل المقدار الجبري $2\pi r^2 + 2\pi rh$ المساحة الكلية لسطح أسطوانة حيث r طول نصف قطر القاعدة و h الارتفاع. أحل هذا المقدار الجبري تحليلًا كاملاً. $2\pi r(r+h)$

أجهزة: أعود إلى فقرة (استكشف)، وأحل المسألة. $x + 30$



مروء: يظهر في الشكل المجاور تقاطع مروري أعيد تعبيده. أكتب مقداراً جبرياً يمثل مساحة المنطقة التي أعيد تعبيدها، وأحلله تحليلًا كاملاً.

$$20x + x(18-x) = x(38-x) \text{ m}^2$$

اكتشف الخطأ: يقول كلٌّ من خالد وسلمان ومثنى إنّه حلّ المقدار الجبري تحليلًا كاملاً على النحو الآتي، أكتشف الخطأ في حلّ كلٍّ منهم، وأصحّحه.

مثنى	سلمان	خالد
$18h^2 + 45h = 3h(6h + 15)$	$2a^2 - 3a = a(2^2 - 3)$	$4g + 6 = 4(g + 2)$

مسألة مفتوحة: أملأ الفراغات في كلٍّ مما يأتي بحدود جبرية لأحصل على عبارة

صحيحة:

إجابة ممكنة: 25 $x^2y + xy^2 = xy(x + y)$ إجابة ممكنة: 26 $9z^2 - 6zx = 3z(3z - 2x)$

أكتب: 27 أكتب فقرةً أبين فيها كيفية تحليل مقدار جبري بطريقة التجميع. أنظر إجابات الطلبة.

مهارات التفكير العليا

- 24 مثنى: التحليل غير مكتمل. التحليل الصحيح $9h(2h+5)$. سلمان: خطأ في التحليل. التحليل الصحيح $a(2a-3)$. خالد: خطأ في التحليل. التحليل الصحيح $2(2g+3)$.

إرشاد: في السؤال 20، ألقت انتباه الطلبة إلى صندوق المعلومة الواردة في هامش السؤال؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

إرشاد: في السؤال 24 (اكتشف الخطأ)، أؤكد أهمية التحليل وتقديم الأدلة والبراهين، فهي إحدى المفاهيم العابرة للمواد. أطلب إلى الطلبة توظيف ما تعلموه خلال الدرس لاكتشاف الخطأ الذي وقع فيه كل منهم، مع تقديم التبرير المناسب لذلك.



أستكشف

لدى عمران بيت زجاجي للزراعة يغطي منطقة مستطيلة الشكل، مساحتها $x^2 + 5x + 6$ مترًا مربعًا وعرضها $(x + 2)$ مترًا. ما طول المنطقة التي يغطيها البيت الزجاجي؟

فكرة الدرس

أحلل ثلاثيات حدود على صورة $x^2 + bx + c$

عند ضرب مقدارين جبريين، فإن كلا منهما يكون عاملًا لنتج الضرب.

$$\begin{aligned}(x + 2)(x + 3) &= x^2 + 3x + 2x + 2 \times 3 \\ &= x^2 + (3 + 2)x + 2 \times 3 \\ &= x^2 + (5)x + 6\end{aligned}$$

خاصية التوزيع

بتجميع الحدّين المشابهين بالتبسيط

ألاحظ النمط الآتي في عملية الضرب السابقة:

$$(x + 2)(x + 3) = x^2 + (3 + 2)x + (2 \times 3)$$

$$(x + m)(x + n) = x^2 + (n + m)x + mn$$

$$\begin{aligned}&= x^2 + \underbrace{(m + n)}_b x + \underbrace{mn}_c \\ &= x^2 + bx + c\end{aligned}$$

$$b = m + n \text{ and } c = mn$$

إذن، معامل الحدّ الأوسط يساوي مجموع m و n ، والحدّ الأخير يساوي ناتج ضرب m و n .

ويمكن استعمال هذا النمط لتحليل بعض المقادير الجبرية التي على صورة $x^2 + bx + c$

تحليل ثلاثية الحدود $x^2 + bx + c$

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** لتحليل ثلاثية حدود على صورة $x^2 + bx + c$ أجد عددين صحيحين m و n مجموعهما يساوي (b) ، وحاصل ضربهما يساوي (c) ، ثم أكتب $x^2 + bx + c$ على صورة $(x + m)(x + n)$.

• **بالرموز:** $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ حيث $m + n = b$ ، $m \times n = c$

نتائج الدرس:

• تحليل ثلاثيات الحدود على صورة

$$x^2 + bx + c$$

نتائج التعلم القبلي:

- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.
- تحليل مقادير جبرية بالتجميع.
- استعمال خاصية التوزيع في ضرب مقدارين جبريين كل منهما مكون من حدّين.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقدة

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقدة التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 7: أحوط المختلف.
- أطلب إلى المجموعات تحويط المقدار الجبري المختلف في كل مجموعة من المجموعات في الورقة.
- أناقش إجابات المجموعات، وأطلب إليهم تبريرها، وأبيّن لهم أن المقدار الجبري المختلف هو المقدار الذي حُلّل تحليلًا كاملاً في كل مجموعة.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشاف)، ثم أسألهم:
« ما البيت الزجاجي المخصص للزراعة؟ بيت يتخذ شكل الخيمة، مكوّن من قضبان حديدية يغطيها زجاج شفاف قوي.»
- « ما استخدامات البيت الزجاجي؟ يستخدم لحفظ درجة حرارة تناسب المزروعات، وتمرير الشمس لها لتنمو بشكل جيد. عادة ما يستخدم في الأجواء الباردة.»
- « كيف أجد طول مستطيل إذا علمت مساحته وعرضه؟ أقسم المساحة على العرض.»
- « ما طول المنطقة التي يغطيها البيت الزجاجي؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟»
« من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟»
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أطلب إلى الطلبة ضرب مقدارين جبريين مثل: $(x + 2)(x + 3)$.
- أكتب m و n بدلاً من العددين 2 و 3 على الترتيب، وأطلب إلى الطلبة ملاحظة النمط في عملية الضرب، كما في فقرة الشرح التي تسبق المثال 1.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن معامل الحد الأوسط في المقدار الجبري على الصورة $x^2 + bx + c$ هو مجموع m و n ، والحد الأخير يساوي ناتج ضرب m و n ، وأنه يمكن استعمال هذا النمط لتحليل المقدار الجبري على الصورة $x^2 + bx + c$.
- أوضح للطلبة أن عملية تحليل ثلاثية الحدود $x^2 + bx + c$ عملية عكسية لضرب مقدارين جبريين ثنائيي الحدود على الصورة: $(x + m)(x + n)$ وأن $b = m + n$, $c = m \times n$.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) التي بيّنت تحليل ثلاثية الحدود على الصورة $x^2 + bx + c$.
- أناقش الطلبة في الحالة الأولى من تحليل ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، وهي عندما تكون c موجبة، و b موجبة أيضًا، وأوضح لهم أن إشارة كل من m و n في هذه الحالة تكون موجبة.
- أناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- أؤكد باستمرار أن إشارتي كل من m, n مرتبطتين بإشارتي c و b .
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة التحليل بضرب العاملين.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أناقش الطلبة في الحالة الثانية من تحليل ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، وهي عندما تكون c موجبة، و b سالبة، وأوضح لهم أن إشارة كل من m و n في هذه الحالة تكون سالبة.
- أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: أؤكد ضرورة التحقق من صحة التحليل بضرب العاملين.

إذا كانت إشارة c موجبة في ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، فيكون لـ m و n الإشارة نفسها. ويعتمد تحديد إشارة كل من m و n (موجبة أو سالبة) على إشارة b ، فإذا كانت إشارة b موجبة فإن إشارتهما موجبة، وإذا كانت إشارة b سالبة، فإن إشارتهما سالبة.

مثال 1

أحل $x^2 + 7x + 12$

بما أن $c = 12$ ، $b = 7$ فيجب إيجاد عددين موجبين مجموعهما 7 وحاصل ضربهما 12 أنشئ جدولاً، وأنظم فيه أزواج عوامل العدد 12 الموجبة، وأحدد العاملين اللذين مجموعهما 7

العاملان الصحيحان	3, 4	2, 6	1, 12
مجموع العاملين	7	8	13

$$x^2 + 7x + 12 = (x + m)(x + n)$$

$$= (x + 3)(x + 4)$$

أعوض $m = 3, n = 4$

أتحقق: أتتحقق من صحة التحليل بضرب العاملين:

$$(x + 3)(x + 4) = x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$= x^2 + 7x + 12 \quad \checkmark$$

خاصية التوزيع بالتبسيط

أتحقق من فهمي:

- 1 $x^2 + 11x + 10 = (x + 1)(x + 10)$
- 2 $x^2 + 9x + 14 = (x + 7)(x + 2)$

إذا كانت c موجبة، و b سالبة في ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، فإن لكل من m و n إشارة سالبة.

الوحدة 2

مثال 2

أحلل $x^2 - 10x + 16$

في ثلاثي الحدود المعطى $c = 16$, $b = -10$ ، وهذا يعني أن $n + m$ سالبة و nm موجبة. إذن، يجب أن تكون إشارة كل من n و m سالبة. أنشئ جدولاً، وأنظّم فيه أزواج عوامل العدد 16 السالبة، وأحدّد زوج العوامل الذي مجموعهُ -10

العاملان الصحيحان

أزواج عوامل العدد 16 السالبة	-1, -16	-2, -8	-4, -4
مجموع العاملين	-17	-10	-8

$$\begin{aligned} x^2 - 10x + 16 &= (x + m)(x + n) \\ &= (x - 2)(x - 8) \end{aligned}$$

أكتب القاعدة

$$m = -2, n = -8$$

أنتحق: أتتحق من صحة التحليل بضرب العاملين:

$$\begin{aligned} (x - 2)(x - 8) &= x^2 - 2x - 8x + 16 \\ &= x^2 - 10x + 16 \quad \checkmark \end{aligned}$$

خاصية التوزيع

بالتبسيط

أنتحق من فهمي:

1 $y^2 - 5y + 6 = (y - 2)(y - 3)$

2 $x^2 - 11x + 30 = (x - 5)(x - 6)$

إذا كانت إشارة c سالبة في ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، فإن لكل من m و n إشارةٍ مختلفتين.

مثال 3

أحلل $x^2 + x - 20$

في ثلاثي الحدود المعطى $c = -20$, $b = 1$ ، وهذا يعني أن إشارة $n + m$ موجبة وإشارة nm سالبة. إذن، يجب أن تكون إشارة n أو m سالبة، وليس كليهما. أنشئ قائمة منظمة من أزواج عوامل العدد (-20) مختلفة الإشارة، وأحدّد زوج العوامل الذي مجموعهُ 1

العاملان الصحيحان

أزواج عوامل العدد (-20) مختلفة الإشارة	1, -20	-1, 20	2, -10	-2, 10	4, -5	-4, 5
مجموع العاملين	-19	19	-8	8	-1	1

مثال 3

- أوضح للطلبة نمطاً مختلفاً من التحليل، وهي الحالة الثالثة من تحليل ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، وهي عندما تكون c سالبة، وأوضح لهم أن لكل من n و m إشارتين مختلفتين في هذه الحالة.
- ناقش حل المثال 3 مع الطلبة على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- أذكر الطلبة أنه إذا توصلوا للعدد n , m في التحليل $(x + m)(x + n)$ فلا داعي لإكمال باقي عوامل العدد c كما في جداول الأمثلة.
- أذكر الطلبة أن التخمين المدروس يساعد على إيجاد قيمتي n , m بسرعة.

أخطاء شائعة:

الطلبة أن زوج العوامل $-5, 4$ هو نفسه زوج العوامل $5, -4$ لأن حاصل ضرب زوجي العوامل هو -20 ؛ لذا أبين لهم أن مجموع زوجي العاملين مختلف، وألفت انتباههم إلى ضرورة كتابة جميع أزواج العوامل المحتملة في هذه الحالة، ولضمان ذلك، أكتب زوج العوامل، فإذا لم يحقق المطلوب أعكس إشارتيهما وأختبرهما.

$$x^2 + x - 20 = (x + m)(x + n) \\ = (x - 4)(x + 5)$$

أكتب القاعدة

$$m = -4, n = 5$$

أنتحق: أتتحق من صحة التحليل بضرب العاملين:

$$(x - 4)(x + 5) = x^2 + 5x - 4x - 20 \\ = x^2 + x - 20 \quad \checkmark$$

خاصية التوزيع
بالتبسيط

أنتحق من فهمي:

1 $x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$

2 $x^2 - x - 42 = (x - 7)(x + 6)$

يُستعمل التحليل لإيجاد مقدارٍ جبريٍّ يمثل طولاً أو عرضاً مستطيلٍ مساحته معطاة على صورة ثلاثي حدود $x^2 + bx + c$ ، حيث يمثل الطول والعرض عاملي ثلاثي الحدود.



مثال 4: من الحياة

يمثل ثلاثي الحدود $x^2 + 9x + 18$ مساحةً مرآةً مستطيلة الشكل بالمتري المربع. إذا كان عرض المرآة $(x + 3)$ متراً، فأجد كلاً من طولها ومحيطها بدلالة x .

الخطوة 1 أجد طول المرآة بدلالة x .

$$m = 3 \text{ إذن } x^2 + 9x + 18 = (x + 3)(x + m)$$

أبحث عن قيمة m التي ناتج ضربها في 3 يساوي 18 وناتج جمعها إلى العدد 3 يساوي 9

$$\text{إذن، } m = 6, \text{ والمقدار الجبري الذي يمثل طول المرآة هو } (x + 6)$$

الخطوة 2 أجد محيط المرآة بدلالة x .

$$P = 2l + 2w$$

$$= 2(x + 6) + 2(x + 3)$$

$$= 2x + 12 + 2x + 6$$

$$= 4x + 18$$

قانون محيط المستطيل

$$\text{أعوّض: } l = (x + 6), w = (x + 3)$$

خاصية التوزيع

أجمع الحدود المتشابهة

إذن، محيط المرآة يساوي $(4x + 18)$ متراً.

- أوضح للطلبة أهمية تحليل مقدار جبري ثلاثي الحدود على الصورة $x^2 + bx + c$ في إيجاد طول أو عرض مستطيل علمت مساحته.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم أوضح لهم المطلوب في المسألة.
- أطلب إلى أحد الطلبة إيجاد طول المرآة بدلالة x .
- أطلب إلى طالب آخر / طالبة أخرى إيجاد محيط المرآة بدلالة x .

تنبيه: قد يلتبس على الطلبة أهمية ترتيب العاملين في التحليل؛ لذا، أذكرهم أن كلا التحليلين $(x+m)(x+n)$, $(x+n)(x+m)$ صحيح.

4 التدريب

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-18) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

الوحدة 2



أتحقق من فهمي:

يمثلُ ثلاثي الحدود $x^2 - 25x + 100$ مساحة باب مستطيل الشكل بالمتري المربع.

إذا كان طول الباب $(x - 5)$ مترًا، فأجدُ كلًّا من عرضه ومحيطه بدلالة x
العرض $(x-20)$ ، المحيط $(4x-50)$

أتحرب وأحل المسائل

أحلُّ كلًّا ممَّا يأتي:

- | | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1 $x^2 + 2x - 24$
$(x+6)(x-4)$ | 2 $y^2 + 3y - 10$
$(y+5)(y-2)$ | 3 $x^2 + 29x + 100$
$(x+4)(x+25)$ |
| 4 $w^2 - 6w + 8$
$(w-2)(w-4)$ | 5 $-10q + q^2 + 21$
$(q-7)(q-3)$ | 6 $y^2 + 20y + 100$
$(y+10)^2$ |
| 7 $a^2 + 5a + 6$
$(a+2)(a+3)$ | 8 $w^2 - 9w - 10$
$(w-10)(w+1)$ | 9 $x^2 + x - 30$
$(x+6)(x-5)$ |
| 10 $13y + 30 + y^2$
$(y+3)(y+10)$ | 11 $w^2 + 11w + 18$
$(w+2)(w+9)$ | 12 $t^2 - t - 90$
$(t-10)(t+9)$ |
| 13 $f^2 + 22f + 21$
$(f+1)(f+21)$ | 14 $h^2 - h - 72$
$(h-9)(h+8)$ | 15 $m^2 - 18m + 81$
$(m-9)^2$ |

يمثلُ كلُّ ثلاثي حدودٍ ممَّا يأتي مساحةً مستطيل بالمتري المربع. أجدُ مقدارين جبريين
يمثلان طولًا وعرضًا ممكنين لكل مستطيل.

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 16 $x^2 + x - 72$
$(x+9), (x-8)$ | 17 $x^2 - 8x - 9$
$(x-9), (x+1)$ | 18 $x^2 + 2x - 48$
$(x+8), (x-6)$ |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|

أحلُّ كلًّا ممَّا يأتي:

- | | | |
|---|--|--|
| 19 $3x^3y + 18x^2y - 21xy$
$3xy(x+7)(x-1)$ | 20 $2x^3 - 2x^2 - 4x$
$2x(x-2)(x+1)$ | 21 $2x^3 - 4x^2 - 6x$
$2x(x-3)(x+1)$ |
| 22 $5x^3y - 35x^2y + 50xy$
$5xy(x-5)(x-2)$ | 23 $3x^3 + 12x^2 + 9x$
$3x(x+3)(x+1)$ | 24 $4x^3 - 8x^2 - 12x$
$4x(x-3)(x+1)$ |

إرشاد

أولًا: أخرج العامل المشترك الأكبر للحدود الثلاثة، ثمَّ أحلُّ.

مهارات التفكير العليا

- أوجِّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (27-31).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أسّتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 31, (19-24) كتاب التمارين: (1-9)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 25, 26, 31 كتاب التمارين: (10-15)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (27-31) كتاب التمارين: (15-17)

✓ **إرشاد:** في الأسئلة (19-24) أوجِّه الطلبة إلى قراءة الإرشاد المتعلق بها بإخراج العامل المشترك أولًا، وعدّ ذلك بمثابة نهج لتحليل ثلاثيات الحدود المشابهة.

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:
- « أحل المقدار الآتي:

$$(4x-5)^2 + 3(4x-5) - 70$$

نشاط التكنولوجيا:



- أفضّل الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بمسائل تحليل المقادير الجبرية؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى المجموعات تحليل ثلاثيات حدود مثل: $x^2 + 3x + 2$ أو $x^2 - 3x + 2$ باستعمال القطع الجبرية، وذلك بتكوين مستطيل يكون كل بُعد بعديته عاملاً من عوامل ثلاثي الحدود.

الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّث من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أحل كلًا مما يأتي:

$$1 \quad x^2 + 8x + 7 \quad (x+7)(x+1)$$

$$2 \quad x^2 + 5x + 4 \quad (x+4)(x+1)$$

$$3 \quad x^2 - 7x + 12 \quad (x-3)(x-4)$$

$$4 \quad x^2 - 7x + 10 \quad (x-5)(x-2)$$

$$5 \quad x^2 + 2x - 8 \quad (x+4)(x-2)$$

$$6 \quad x^2 - 2x - 24 \quad (x+4)(x-6)$$

إرشاد

مؤسسة الحسين للسرطان مركزسة لمكافحة مرض السرطان، وتتضمن مهامها: جمع التبرعات، وحشد الجهود لمكافحة السرطان، وتنفيذ برامج الوقاية ونهضة، والكشف المبكر عنه.

25 صحّة: تقوم مؤسسة الحسين للسرطان بحملة توعية بأهمية الفحص المبكر للسرطان، عن طريق لوحات إعلانية مستطيلة الشكل على الطرقات. إذا كانت مساحة إحدى هذه اللوحات $(x^2 + 14x + 48)$ متراً مربعاً وعرضها $(x + 6)$ متراً، فأجد طول اللوحة ومحيطها بدلالة (x) . **الطول $(x+8)$ ، المحيط $(4x + 28)$**



26 ورقّ صحيّ: علبة ورقّ صحيّ على شكل متوازي مستطيلات، حجمه $x^3 + 5x^2 + 4x$ ستمتراً مكعباً. أجد قياساً ممكناً لكلّ من طول العلبة وعرضها وارتفاعها بدلالة x . **الطول $(x + 4)$ ، العرض $(x+1)$ ، الارتفاع x**

مهارات التفكير العليا

تبرير: أجد 3 قيم ممكنة للعدد الصحيح m في كلّ ممّا يأتي، بحيث يكون ثلاثي الحدود قابلاً للتحليل، ثمّ أحلّه:

$$m = 6, 12, -18 \quad \text{قيم ممكنة}$$

$$28 \quad x^2 - 7x + m$$

$$27 \quad x^2 + mx - 15 \quad \text{قيم ممكنة } m = -2, 2, 14$$

$$27 \quad x^2 + mx - 15$$

أنظر تحليل الطلبة.

إرشاد

يمكنني فكّ الأقواس ثمّ التحليل، ويمكنني أيضاً فرض أنّ $y = x - 3$ وإتمام الحلّ.

29 تحدّ: أحلّ المقدار $(x-3)^2 - 2(x-3) - 8$ بفرض $y = x - 3$

$$y^2 - 2y - 8 = (y-4)(y+2) = (x-7)(x-1)$$

30 تحدّ: في الشكل المجاور مستطيل ببعده $x+a$ ، $x+b$ ، قسّم إلى أربعة أجزاء مساحة اثنين منها $6x^2$ و 6 وحدات مربعة، أبين أنّه توجد قيمتان ممكنتان لكلّ من a و b .

x^2	
	6

31 أكتشف الخطأ: حلل كلّ من آدم وماريا العبارة $y^2 + 6y - 16$ على النحو الآتي:

ماريا
$y^2 + 6y - 16 = (y+2)(y-8)$

آدم
$y^2 + 6y - 16 = (y-2)(y+8)$

$$30) \quad a = 2, b = 3, (x+2)(x+3)$$

$$a = 1, b = 6, (x+1)(x+6)$$

تحليل آدم صحيح. أبحث عن عددين حاصل ضربهما -16 ومجموعهما 6 وهما 8 و -2 . من منهنّما إجابته صحيحة؟ أبرز إجابتي.

32 أكتب: كيف أجد قيمة كلّ من m و n عند تحليل $y^2 - 3y - 4$ على صورة $(y+m)(y+n)$ ؟ أبحث عن عددين حاصل ضربهما -4 ومجموعهما -3 وهما 1 و -4 .

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 25 أؤكد أهمية مؤسسة الحسين للسرطان لمكافحة السرطان، وضرورة توفير الدعم لها للاستمرار في تقديم خدماتها.

إرشادات

- في سؤال 29 أوجّه الطلبة لقراءة الإرشاد وحل السؤال بطريقتين، وتأكيد أهمية استخدام التعويض كطريقة جديدة من طرق التحليل.
- في سؤال 31 يمكن تعرّف الإجابة الصحيحة بضرب العاملين والحصول على ثلاثي الحدود الأصلي.

نتائج الدرس:

- تحليل مقدار جبري يمثل فرقاً بين مربعين.
- تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود.

نتائج التعلم القبلي:

- استعمال خاصية التوزيع في ضرب مقدارين جبريين.
- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.
- تحليل مقادير جبرية بالتجميع.
- تحليل ثلاثي حدود على الصورة $x^2 + bx + c$

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

×		
	x^2	$-3x$
	$3x$	-9

- أرسم الشكل المجاور على اللوح، ثم أطلب إلى الطلبة رسمه على دفاترهم.

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ ما يأتي:

« تعبئة الخانات الفارغة بحيث يكون ناتج الضرب كما في الجدول. أفقي -3 ، رأسي 3 ، x »

« جمع الحدود الجبرية داخل الجدول (مساحة المستطيل الأزرق)، وكتابتها بأبسط صورة. $x^2 - 9$ »

« كتابة مساحة المستطيل الأزرق على شكل حاصل ضرب عاملين جبريين (تحليل المقدار الجبري). $(x+3)(x-3)$ »

أستكشف



يُستعمل المقدار الجبري $\frac{1}{2} dv^2 - \frac{1}{2} du^2$ لحساب

الفرق بين قيمتي الضغط الجوي فوق جناح الطائرة وأسفله، حيث d هي كثافة الهواء و v سرعة الهواء فوق الجناح و u سرعة الهواء أسفله. كيف أحل هذا المقدار الجبري تحليلاً كاملاً؟

فكرة الدرس

- أحل مقداراً جبرياً يمثل فرقاً بين مربعين.
- أحل مربعاً كاملاً ثلاثي الحدود.

المصطلحات

مربع كامل ثلاثي الحدود.

تحليل

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

تبسيط

تعلمت سابقاً كيفية ضرب مقدارين جبريين على صورة $(a-b)(a+b)$ ، حيث يكون الناتج دائماً فرقاً بين مربعين على صورة $a^2 - b^2$. ولتحليل الفرق بين مربعين يمكن اتباع خطوات عكسية لعملية ضرب مجموع حدّين في الفرق بينهما.

تحليل الفرق بين مربعين

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** الفرق بين مربعي حدّين يساوي ناتج ضرب مجموع الحدّين في الفرق بينهما.

• **بالرموز:** $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

مثال 1 أحلّ كلّ ممّا يأتي:

1 $x^2 - 25$

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$$

أكتب المقدار على صورة $a^2 - b^2$
أحلّ الفرق بين مربعين

2 $4y^2 - 9z^2$

$$4y^2 - 9z^2 = (2y)^2 - (3z)^2 = (2y-3z)(2y+3z)$$

أكتب المقدار على صورة $a^2 - b^2$
أحلّ الفرق بين مربعين

- أسأل الطلبة السؤال الآتي:

« هل توجد علاقة بين العاملين في تحليل المقدار الجبري الذي يمثل مساحة المستطيل الأزرق؟ نعم، توجد، الإشارة بين الحدّين في القوس الثاني عكس الإشارة بين الحدّين في القوس الأول.»

أتحقق من فهمي:

$$\begin{aligned} 3 \quad x^2 - 100 &= (x-10)(x+10) & 4 \quad 100y^2 - 36 &= (10y-6)(10y+6) \\ 5 \quad 81d^2 - 49r^2 &= (9d-7r)(9d+7r) & 6 \quad 64c^2 - 1 &= (8c-1)(8c+1) \end{aligned}$$

يحتاج تحليل بعض المقادير الجبرية إلى إجراء خطوتين، مثل إخراج العامل المشترك الأكبر للحدود جميعها، ثم تحليل ما تبقى من المقدار باستعمال قاعدة تحليل الفرق بين مربعين.

مثال 2

أحلل كلاً مما يأتي:

$$\begin{aligned} 1 \quad 27xy^3 - 3xy &= 3xy(9y^2 - 1) & \text{أحلل بإخراج العامل المشترك الأكبر} \\ &= 3xy(3y-1)(3y+1) & \text{أحلل المقدار } 9y^2 - 1 \text{ كفرق بين مربعين} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad y^4 - 1 &= (y^2)^2 - (1)^2 & \text{أكتب المقدار على صورة } a^2 - b^2 \\ &= (y^2 - 1)(y^2 + 1) & \text{أحلل الفرق بين مربعين} \\ &= (y-1)(y+1)(y^2 + 1) & \text{أحلل المقدار } y^2 - 1 \text{ كفرق بين مربعين} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad 2b^2 - 18 + ab^2 - 9a &= (2b^2 - 18) + (ab^2 - 9a) & \text{أجمع الحدود ذات العامل المشترك} \\ &= 2(b^2 - 9) + a(b^2 - 9) & \text{أحلل كل تجميع بإخراج العامل المشترك} \\ &= (b^2 - 9)(2 + a) & \text{أخرج المقدار } (b^2 - 9) \text{ عاملاً مشتركاً} \\ &= (b-3)(b+3)(2+a) & \text{أحلل المقدار } (b^2 - 9) \text{ كفرق بين مربعين} \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي:

$$\begin{aligned} 4 \quad b^4 - c^4 &= (b-c)(b+c)(b^2+c^2) \\ 5 \quad 6w^3 - 24w &= 6w(w-2)(w+2) \\ 6 \quad 4m^4 - 9m^2 + 8m^2k - 18k &= (2m-3)(2m+3)(m^2+2k) \end{aligned}$$

• أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:

« بماذا يتميز الطيران عن غيره من وسائل النقل؟ باختصار المسافات، وسرعة الوصول إلى الجهة المطلوبة.

« ما الذي يجعل الطائرة تطير؟ وجود فرق في ضغط الهواء فوق جناح الطائرة وأسفله.

« هل يمكن تحليل المقدار الجبري في السؤال؟ تختلف الإجابات.

• أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟

« من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟

• أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

• أناقش الطلبة بمضمون الفقرة الأولى من الدرس، وأبين لهم أن تحليل المقدار $a^2 - b^2$ عملية عكسية لإيجاد ناتج الضرب $(a-b)(a+b)$ ؛ لأن $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

• أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) التي بينت تحليل الفرق بين مربعين.

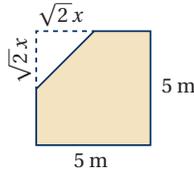
• أناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

• إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ **إرشاد:** في الفرع 2 من المثال 1، ألفت انتباه

$$a^2 = 4y^2, b^2 = 9z^2$$

الوحدة 2



مثال 3: من الحياة

هندسة معمارية: يبين الشكل المجاور مخطط غرفة جلوس في منزل رغد. أكتب مقدارًا جبريًا يمثل مساحة الغرفة، ثم أحلله. مساحة الغرفة تساوي ناتج طرح مساحة المثلث من مساحة المربع.

الخطوة 1 أكتب مقدارًا جبريًا يمثل مساحة الغرفة:

$$\begin{aligned} A_1 &= s^2 && \text{مساحة المربع} \\ &= (5)^2 = 25 && \text{بتعويض } s = 5 \\ A_2 &= \frac{1}{2}bh && \text{مساحة المثلث} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{2}x)(\sqrt{2}x) = x^2 && \text{بتعويض } b = x, h = x \\ A &= A_1 - A_2 && \text{مساحة الغرفة} \\ &= 25 - x^2 && \text{بالتعويض} \end{aligned}$$

إذن، مساحة الغرفة تساوي $25 - x^2$ مترًا مربعًا.

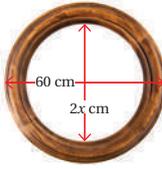
الخطوة 2 أحل المقدار $25 - x^2$

$$\begin{aligned} 25 - x^2 &= 5^2 - x^2 \\ &= (5 - x)(5 + x) \end{aligned}$$

أكتب المقدار على صورة $a^2 - b^2$

أحلل الفرق بين مربعين

إذن، $25 - x^2 = (5 - x)(5 + x)$



أعمال فنية: صنع مراد إطار صورة خشبيًا دائريًا كما في الشكل المجاور. أكتب مقدارًا جبريًا يمثل مساحة الإطار الخشبي، ثم أحلله.

$$\pi(30-x)(30+x)$$

أتحقق من فهمي

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجه.

مثال 2

- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 2، وأوضح لهم أهمية إخراج العامل المشترك الأكبر بوصفه أول إجراء أقوم به عند تحليل مقدار جبري على هذه الصورة.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 2 من المثال 2، وأوضح لهم أننا نحتاج إلى تحليل الفرق بين مربعين على أكثر من خطوة.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 3 من المثال 2، وأوضح لهم أننا نحتاج إلى التحليل أولاً، ثم إلى تحليل الفرق بين مربعين.

إرشادات

- أبين للطلبة أن بعض المسائل قد تحتوي حدودًا مثل x^8, y^8 على نمط الفرع 2
- أذكر الطلبة بشروط التحليل بالتجميع؛ لمساعدتهم على حل الفرع 3 من المثال.

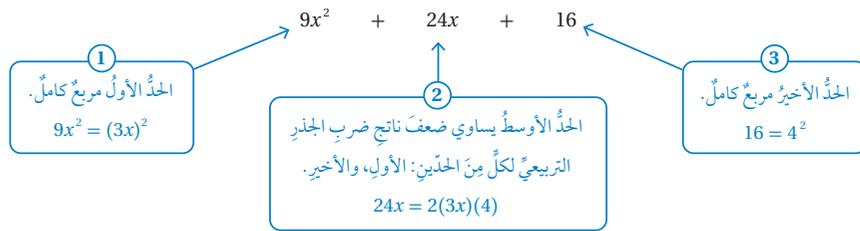
تعلمتُ سابقًا أن أعدادًا مثل 25، 49، 64 تسمى مربعاتٍ كاملة؛ لأنَّ كلًّا منها يساوي ناتج ضرب عددٍ في نفسه:

$$25 = 5 \times 5 = 5^2 \quad 49 = 7 \times 7 = 7^2 \quad 64 = 8 \times 8 = 8^2$$

ويعدُّ المقدارُ الجبريُّ الذي على صورة $(a + b)^2$ مربعًا كاملًا أيضًا؛ لأنَّه يساوي ناتج ضرب $(a + b)$ في نفسه. وتعلمتُ في الدرسِ الأولِ مِنْ هذه الوحدة أنَّ تبسيط $(a + b)^2$ و $(a - b)^2$ يتبعُ قاعدةً ثابتةً، وأنَّ النتيجةَ تكونُ دائمًا مقدارًا جبريًا يحتوي ثلاثة حدودٍ كما يأتي:

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) & (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 & &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 & &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

يسمى ناتج الضرب في كلِّ مِنَ الحالتين أعلاه **مربعًا كاملًا ثلاثي الحدود** (perfect-square trinomial)؛ لأنَّه ينتجُ مِنْ ضربٍ مقدارٍ جبريٍّ في نفسه، ويمكنُ بطريقةٍ عكسيةٍ تحليلُ أيِّ ثلاثي حدودٍ على صورة $a^2 + 2ab + b^2$ إنَّ كانَ يمثلُ مربعًا كاملًا إذا حققَ الشروطَ الثلاثة الآتية:



تحليل المربع الكامل الثلاثي الحدود

مفهوم أساسي

• **بالرموز:** $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$

• **مثال:** $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5)$

$25x^2 - 30x + 9 = (5x - 3)^2 = (5x - 3)(5x - 3)$

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أوضح لهم المطلوب في المسألة.
- أطلب إلى أحد الطلبة كتابة المقدار الجبري الذي يمثل مساحة الغرفة.
- أطلب إلى طالب آخر / طالبة أخرى تحليل المقدار الذي يمثل مساحة الغرفة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (أتذكّر)، وأبين لهم أهمية هذه القاعدة في حل كثير من المسائل الرياضية.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين كتابة مسألة حياتية على تحليل الفرق بين مربعين.

أحدد ما إذا كانت كل ثلاثية حدودٍ مما يأتي تمثل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت تمثلها فأحلها:

1 $x^2 + 6x + 9$

هل الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ؟ نعم

هل الحدُّ الأوسطُ يساوي $2 \times x \times 3$ ؟ نعم؛ لأنَّ $6x = 2(x)(3)$

هل الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ نعم؛ لأنَّ $9 = 3^2$

بما أنَّ الشرطَ جميعها متحققٌ، فإنَّ $x^2 + 6x + 9$ تشكلُ مربعاً كاملاً.

$$x^2 + 6x + 9 = (x)^2 + 2(x)(3) + (3)^2 \quad \text{أكتبُ بصورة } a^2 + 2ab + b^2$$

$$= (x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3) \quad \text{أحلُّ$$

2 $x^2 + 2x + 16$

هل الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ؟ نعم

هل الحدُّ الأوسطُ يساوي $2 \times x \times 4$ ؟ لا؛ لأنَّ $2x \neq 2(x)(4)$

هل الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ نعم؛ لأنَّ $16 = 4^2$

بما أنَّ الشرطَ الثانيَ غيرُ متحققٍ، فإنَّ $x^2 + 2x + 16$ ليستُ مربعاً كاملاً، ولا يمكنُ تحليلها.

تحقق من فهمي:

3 $x^2 - 24x + 144$
مربع كامل $(x-12)^2$

4 $4x^2 - 12x + 9$
مربع كامل $(2x-3)^2$

5 $x^2 + 10x + \frac{1}{25}$
ليست مربعاً كاملاً، ولا يمكنُ تحليلها.

حينَ لا تُساوي قيمةُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ 1، فإنَّ منَ الأسهلِ البدءَ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، ثمَّ اختيارَ طريقةِ التحليلِ المناسبةِ بحسبِ الترتيبِ المبينِ في الجدولِ الآتي:

• أذكر الطلبة بمفهوم المربع الكامل في الأعداد مثل:

... 36, 25, 16، وفي المقادير والحدود الجبرية

مثل: $x^2, 9y^4, (a-b)^2, (a+b)^2, \dots$

• أوضح للطلبة مفهوم المربع الكامل ثلاثي الحدود،

وأركز على المعلومات الواردة في الصناديق المرتبطة بالحدود الثلاثة.

• أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق

(مفهوم أساسي) التي بينت تحليل المربع الكامل ثلاثي الحدود.

• أناقش مع الطلبة حل المثال 4 على اللوح، وأكد لهم

أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

• أطلب إلى الطلبة قراءة ملخص طرق التحليل، ثم

أطلب إلى عدد منهم التعبير عنه بلغتهم الخاصة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى أنه إذا كان الحد

الثابت في ثلاثي الحدود سالباً فإن ثلاثي الحدود لا

يشكل مربعاً كاملاً.

أخطاء شائعة:

• قد يخطئ بعض الطلبة بعدم تحليل

المقادير الجبرية تحليلاً كاملاً مثل:

$$4x^2 - 16y^2 = (2x+4y)(2x-4y)$$

ذلك أسأل الطلبة بصورة مستمرة عن وجود

عوامل مشتركة بين الحدود داخل الأقواس أم لا.

• قد يحلل بعض الطلبة المقادير الجبرية تحليلاً

غير صحيح، ولعلاج ذلك أطلب إلى الطلبة

التحقق من صحة التحليل بضرب عاملي

التحليل للحصول على ثلاثي الحدود الأصلي.

أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-22) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (25-27).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 23, 26 كتاب التمارين: (1-15)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 24, 25, 26 كتاب التمارين: (13-19)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (24-27) كتاب التمارين: (20-24)

تحليل المقادير الجبرية

ملخص المفهوم

طريقة التحليل	عدد الحدود الجبرية
إخراج العامل المشترك الأكبر	2 أو أكثر
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	2
$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	3
$x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$ $m + n = b$ and $mn = c$	$x^2 + bx + c$
$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$	4 أو أكثر

أُتدرب وأحلّ المسائل

أحلّل كلّاً ممّا يأتي:

- $u^2 - 64$
 $(u-8)(u+8)$
- $\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{25}$
 $(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5})(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5})$
- $36y^2 - 1$
 $(6y-1)(6y+1)$
- $v^4 - 625r^2$
 $(v^2-25r)(v^2+25r)$
- $a^2 - w^2z^2$
 $(a-wz)(a+wz)$
- $-16y^2 + 49$
 $(7-4y)(7+4y)$

أتذكر

أتذكر أنّ:

$$a^2 - b^2 = -b^2 + a^2$$

أحلّل كلّاً ممّا يأتي:

- $ab^2 - 100a$
 $a(b-10)(b+10)$
- $x - x^3$
 $x(1-x)(1+x)$
- $12b^3 + 2b^2 - 192b - 32$
 $2(6b+1)(b-4)(b+4)$
- $d^3 - 5d^2 - 100d + 500$
 $(d-5)(d-10)(d+10)$

أحدّد أنّ كلّ ثلاثية حدودٍ ممّا يأتي تمثل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت تمثله فأحلّلها:

- $w^2 - 18w + 81$
مربع كامل $(w-9)^2$
- $x^2 + 2x - 1$
ليس مربعاً كاملاً
- $y^2 + 8y + 16$
مربع كامل $(y+4)^2$
- $9x^2 - 30x + 10$
ليس مربعاً كاملاً

البحث وحل المسائل :

• أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة الإثرائية الآتية:

« أحل كل ما يأتي:

$$1 \quad 9x^4 - 37x^2y^2 + 4y^4$$

$$(3x^2 - 2y^2 - 5xy)(3x^2 - 2y^2 + 5xy)$$

$$2 \quad 4x^4 - 21x^2y^2 + 9y^4$$

$$(2x^2 - 3y^2 - 3xy)(2x^2 - 3y^2 + 3xy)$$

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى المجموعات تحليل مقادير جبرية باستخدام القطع الجبرية كما يأتي:
- تحليل فرق بين مربعين مثل $x^2 - 16$. يمكن الاستعانة بنماذج شبيهة بالنموذج صفحة 70 من كتاب الطالب.
- تحليل ثلاثيات حدود مثل $x^2 + 10x + 25$ أو $x^2 - 6x + 9$ بتكوين مربع، بحيث يكون طول ضلع المربع الناتج أحد العاملين المتساويين لتحليل ثلاثي الحدود.

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
 - إن لزم الأمر، اتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
- « أحل كل ما يأتي:

$$3 \quad m^2 - 16 \quad (m-4)(m+4)$$

$$4 \quad 4x^2 - 9y^2 \quad (2x-3y)(2x+3y)$$

$$5 \quad x^3 - 25xr^2 \quad x(x-5r)(x+5r)$$

$$6 \quad w^2 - 18w + 81 \quad (w-9)^2$$

$$7 \quad 2y^2 + 16y + 32 \quad 2(y+4)^2$$

أحل كل ما يأتي:

$$15 \quad 3t^3 + 24t^2 + 48t$$

$$17 \quad 27g^2 - 90g + 75$$

$$19 \quad 5x^2 - 60x + 180$$

$$21 \quad 12x^2 - 84x + 147$$

$$3t(t+4)^2$$

$$3(3g-5)^2$$

$$5(x-6)^2$$

$$3(2x-7)^2$$

$$50g^2 + 40g + 8$$

$$18y^2 - 48y + 32$$

$$16r^3 - 48r^2 + 36r$$

$$4x^2 - 80x + 400$$

$$2(5g+2)^2$$

$$2(3y-4)^2$$

$$4r(2r-3)^2$$

$$4x(x-10)^2$$

$$4(x-10)^2$$

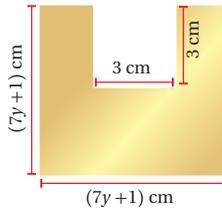
معلومة

درجة الانصهار هي درجة الحرارة التي تتحول عندها المادة من الحالة الصلبة إلى الحالة السائلة، ودرجة انصهار النحاس 1085°C



23

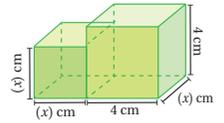
نحاس: يبين الشكل المجاور صفيحة من النحاس قبل صهرها وتحويلها إلى مستطيل له المساحة نفسها، أجد قياسين ممكنين لطول المستطيل وعرضه بدلالة y .



يبيّن الشكل المجاور مخططاً لمستودعي تخزين متجاورين. أكتب مقداراً جبرياً يمثل الفرق بين حجمي المستودعين، ثم أحله.

$$x(4-x)(4+x)$$

24



تحذّر: مثلث قائم الزاوية مساحته $9y^2 - 16$ وحدة مربعة. أجد قياسين ممكنين لطول قاعدته وارتفاعه بدلالة y .

$$2(3y-4), (3y+4)$$

25

أكتشف الخطأ: حلّل إبراهيم المقدار

$$n^2 - 64 = n^2 - 8^2$$

$$= (n-8)^2$$

$n^2 - 64$ تحليلاً كاملاً على النحو الآتي:

هل إجابته صحيحة؟ أبرز إجابتي.

غير صحيحة؛ لأن المقدار فرق بين مربعين. التحليل الصحيح $(n-8)(n+8)$ تبرير: أصف طريقتين لتبسيط $(2x-5)^2 - (x-4)^2$ ، وأبين أي الطريقتين أسهل، مبرراً إجابتي. أنظر الهامش.

27

أكتب: أكتب طريقة تحليل فرق بين مربعين. أنظر إجابات الطلبة.

28

مهارات التفكير العليا

إرشادات

- في سؤال 23 أسأل الطلبة عن أهمية النحاس في الحياة اليومية وعن سبب صهره.
- في السؤال 24 أوضح للطلبة أهمية رسم مخطط قبل البدء بتنفيذ البناء، وهذا ما هو معمول به في بناء العمارات والجسور وصناعة السيارات.

إجابة أندرب وأحل المسائل:

27 الطريقة الأولى تحليل فرق بين مربعين:

$$\left((2x-5) - (x-4) \right) \left((2x-5) + (x-4) \right)$$

$$= (x-1)(3x-9) = 3(x-1)(x-3)$$

الطريقة الثانية فك الأقواس ثم التحليل:

$$4x^2 - 20x + 25 - (x^2 - 8x + 16) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$= 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x-1)(x-3)$$

الطريقة الأولى أسهل؛ لأنها تختصر الوقت، وتتجنب فك الأقواس؛ فتكون نسبة الخطأ فيها أقل.

أستكشف



يمثل المقدار الجبري $x^3 + 5x^2 + 4x$ حجم حجر بناء عازل للحرارة بالسنتيمتر المكعب. إذا كانت مساحة قاعدة الحجر $(x^2 + x)$ سنتيمترًا مربعًا، فأجد ارتفاعه بدلالة x .

فكرة الدرس

أكتب مقادير جبرية نسبية في أبسط صورة.

المصطلحات

المقدار الجبري النسبي.

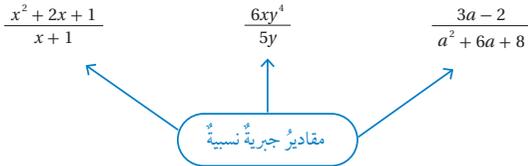
نتائج الدرس:

- كتابة مقادير جبرية نسبية بأبسط صورة.

نتائج التعلم القبلي:

- إجراء العمليات الحسابية الأربع على الكسور.
- كتابة الكسور بأبسط صورة.
- تحليل العبارات الجبرية.
- ضرب المقادير الجبرية وتبسيطها.
- تبسيط مقادير أسية باستخدام قوانين الأسس.

المقدار الجبري النسبي (rational algebraic expression) هو كسر بسطه ومقامه مقداران جبريان.



يكون المقدار الجبري النسبي في أبسط صورة إذا كان العامل المشترك الأكبر لكل من بسطه ومقامه يساوي 1

مثال 1

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1 $\frac{-5x^2y^3}{20x^4y}$

$$\begin{aligned} \frac{-5x^2y^3}{20x^4y} &= \frac{(5x^2y)(-y^2)}{(5x^2y)(4x^2)} \\ &= \frac{\cancel{5x^2y}(-y^2)}{\cancel{5x^2y}(4x^2)} \\ &= \frac{-y^2}{4x^2} \end{aligned}$$

العامل المشترك الأكبر للبسط والمقام يساوي $(5x^2y)$

أقسم كلاً من البسط والمقام على $(5x^2y)$

أبسط

✓ أتتحقق من فهمي:

2 $\frac{35yz^2}{14y^2z} \quad \frac{5z}{2y}$

3 $\frac{14a^3b^2}{42ab^3} \quad \frac{a^2}{3b}$

التهيئة

1

- أكتب النص الآتي على اللوح:
- « حوضان للسباحة كل منهما على شكل متوازي مستطيلات، حجم الأول $10x^2y^6$ وحدة مكعبة، وحجم الثاني $20x^4y^3$ وحدة مكعبة.
- أطلب إلى الطلبة كتابة نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني. $\frac{10x^2y^6}{20x^4y^3}$.
- أطلب إلى الطلبة كتابة النسبة بين حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني بأبسط صورة باستخدام قوانين الأسس. $\frac{y^3}{2x^2}$.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وأسألهم:
 - « ماذا يعني عازل للحرارة؟ لا يسمح بانتقال درجة الحرارة بين الجو الخارجي وداخل البناء.
 - « ما شكل الحجر؟ متوازي مستطيلات.
 - « ما صيغة حساب حجم متوازي مستطيلات؟
 - الحجم = الطول × العرض × الارتفاع = مساحة القاعدة × الارتفاع
 - « كيف أجد ارتفاع متوازي مستطيلات؟ أقسم حجمه على مساحة قاعدته.
 - « ما ارتفاع الحجر بدلالة x ؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- ناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أقدم للطلبة مفهوم المقدار الجبري النسبي مع الأمثلة، وأسترشد بما ورد في الفقرة الأولى من الدرس.
- أذكر الطلبة بمفهوم (ع. م. أ) في الأعداد، وأقدم مثلاً عددياً أكتب فيه كسرًا بأبسط صورة؛ بقسمة البسط والمقام على (ع. م. أ) بينهما.
- أذكر الطلبة بمفهوم (ع. م. أ) بين الحدود الجبرية عن طريق أمثلة مناسبة.
- ناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكّل من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدریب الوارد في بند (أنحَقّق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

✓ **إرشاد:** يمكن حل المثال باستخدام قوانين الأسس ومقارنة النتيجة معاً.

يمكنني استعمال طرائق التحليل التي تعلمتها في الدروس السابقة لاختصار أيّ عواملٍ مشتركةٍ لكلٍّ من بسط المقدار الجبريِّ النسبيِّ ومقامه.

مثال 2 أكتبُ كلاً ممّا يأتي في أبسط صورة:

1 $\frac{6x + 12}{6}$

$$\frac{6x + 12}{6} = \frac{6(x + 2)}{6} = (x + 2)$$

أخرجُ العددَ (6) عاملاً مشتركاً لحدود البسط

أقسمُ كلاً من البسط والمقام على (6)

2 $\frac{2x^2 + 2x}{2x}$

$$\frac{2x^2 + 2x}{2x} = \frac{2x(x + 1)}{2x} = \frac{2x(x + 1)}{2x} = x + 1$$

أخرجُ (2x) عاملاً مشتركاً لحدود البسط

أقسمُ البسط والمقام على (2x)

3 $\frac{x - 1}{x^3 - x^2}$

$$\frac{x - 1}{x^3 - x^2} = \frac{x - 1}{x^2(x - 1)} = \frac{\cancel{x - 1}}{x^2(\cancel{x - 1})} = \frac{1}{x^2}$$

أحللُ المقام

أقسمُ كلاً من البسط والمقام على (x-1)

أتحقق من فهمي:

4 $\frac{2x + 2}{2} \quad x + 1$

5 $\frac{16x^2 + 8x}{2x + 1} \quad 8x$

6 $\frac{x - 2x^2}{8 - 16x} \quad \frac{x}{8}$

يمكن استعمال طريقة التجميع - التي تعلمتها سابقاً - في هذه الوحدة لتحليل بسط المقدار الجبريِّ النسبيِّ أو مقامه أو كليهما واختصار أيّ عواملٍ مشتركةٍ لهما. وعند تحليل بسط المقدار الجبريِّ النسبيِّ ومقامه ألاحظُ أحياناً وجود معكوس بعض العوامل، فمثلاً $-(6-x)$ هو معكوس $(6-x)$ ؛ لأن $(6-x) = -1(x-6)$ ؛ لذا أكتبُ $\frac{(6-x)}{(x-6)}$ على صورة $\frac{-1(x-6)}{(x-6)}$

- أذكر الطلبة بطرائق التحليل التي تعلموها في الدروس السابقة.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 2 على اللوح، وأذكرهم بطريقة التحليل التي استعملت في كل سؤال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة التحقق بعد الانتهاء من حل المسألة أن العامل المشترك الأكبر بين البسط والمقام 1 لضمان أن الناتج في أبسط صورة.

- أذكر الطلبة بالتحليل بطريقة التجميع التي تعلموها في درس سابق، وأذكرهم بأن $(b-a) = -(a-b)$
- أناقش مع الطلبة حل المثال 3 على اللوح، وأذكرهم بطريقة التحليل التي استعملت في كل فرع من أفرع المثال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية اختصار العامل ومعكوسه بين البسط والمقام ووضع الإشارة السالبة مباشرة، دون الحاجة إلى خطوة إخراج -1 عاملاً مشتركاً من حدود المعكوس أولاً.

- أذكر الطلبة بتحليل ثلاثيات الحدود وتحليل الفرق بين مربعين وتحليل المربع الكامل ثلاثي الحدود التي تعلموها في الدرسين السابقين.
- ناقش مع الطلبة حل المثال 4 على اللوح، وأذكرهم بطريقة التحليل التي استعملت في كل فرع من أفرع المثال.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة!

- قد يخطئ بعض الطلبة بالاختصار بصورة غير صحيحة كما في الأمثلة الآتية:

$$\bullet \frac{2x}{x+2} = \frac{x}{x+1}$$

$$\bullet \frac{x+2}{x+3} = \frac{2}{3}$$

$$\bullet \frac{5x+y}{x} = 5+y$$

ولعلاج ذلك أوضح للطلبة أن الاختصار يكون بين العوامل المشتركة في البسط والمقام، فمثلاً في الحالة الأولى 2 ليس من عوامل المقام، أما في الحالة الثانية فإن x ليس عاملاً من عوامل البسط أو المقام، وفي الحالة الثالثة x ليس عاملاً من عوامل البسط.

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

$$\textcircled{1} \frac{5xy - 10x + 2y - 4}{2 - y} = \frac{(5xy - 10x) + (2y - 4)}{2 - y}$$

$$= \frac{5x(y-2) + 2(y-2)}{2 - y}$$

$$= \frac{(y-2)(5x+2)}{(2-y)}$$

$$= \frac{(y-2)(5x+2)}{-(y-2)}$$

$$= \frac{\cancel{(y-2)}(5x+2)}{\cancel{-(y-2)}} = -(5x+2)$$

أجمع الحدود ذات العامل المشترك

أحلل كل تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $y-2$ عاملاً مشتركاً لحدود البسط

أكتب $(2-y)$ على صورة $-(y-2)$

أقسم كلاً من البسط والمقام على $(y-2)$

أتحقق من فهمي:

$$\textcircled{2} \frac{2ab - 6b + 6 - 2a}{a - 3} \quad 2(b-1)$$

$$\textcircled{3} \frac{5h - 3g}{3g^2 - 5gh + 3g - 5h} - \frac{1}{g+1}$$

تحتوي بعض المقادير الجبرية النسبية ثلاثيات حدود على الصورة $x^2 - bx + c$ أو مقادير جبرية على صورة فرق بين مربعين، ويمكنني استعمال طرائق التحليل التي تعلمتها في الدروس السابقة لتحليل هذه المقادير الجبرية، واختصار أي عوامل مشتركة لكل من بسط المقادير الجبرية النسبية ومقايدها.

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

$$\textcircled{1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \frac{(x-2)(x-1)}{x-2}$$

$$= \frac{\cancel{(x-2)}(x-1)}{\cancel{x-2}} = x - 1$$

أحلل ثلاثية الحدود

أقسم كلاً من البسط والمقام على $(x-2)$

$$\begin{aligned} 2 \quad \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - 16} &= \frac{(x+2)(x+4)}{(x-4)(x+4)} \\ &= \frac{(x+2)\cancel{(x+4)}}{(x-4)\cancel{(x+4)}} = \frac{x+2}{x-4} \end{aligned}$$

أحلل ثلاثية الحدود في البسط والفرق بين المربعين في المقام

أقسم كلاً من البسط والمقام على $(x + 4)$

$$\begin{aligned} 3 \quad \frac{x^2 + 10x + 25}{x^2 + 5x} &= \frac{(x+5)^2}{x(x+5)} \\ &= \frac{(x+5)\cancel{(x+5)}}{x\cancel{(x+5)}} = \frac{x+5}{x} \end{aligned}$$

أحلل ثلاثية الحدود في البسط

أخرج x عاملاً مشتركاً لحدود المقام

أقسم كلاً من البسط والمقام على $(x + 5)$

✓ **أتحقق من فهمي:**

$$4 \quad \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 6} \quad x - 6$$

$$5 \quad \frac{x^2 + 9x + 8}{x^2 - 64} \quad \frac{x+1}{x-8}$$

$$6 \quad \frac{x^2 + 8x + 16}{2x + 8} \quad \frac{x+4}{2}$$

يُستعمل تبسيط المقادير الجبرية النسبية في كثير من التطبيقات العلمية والهندسية.

مثال 5: من الحياة 



تحفظ عائشة ألعابها في صندوق على شكل متوازي مستطيلات حجمه $x^3 + 11x^2 + 10x$ سنتيمترًا مكعبًا وارتفاعه $(x + 1)$ سنتيمترًا. أجد مساحة قاعدة الصندوق بدلالة x .

حجم الصندوق V يساوي مساحة القاعدة B مضروبًا في الارتفاع h . إذن، مساحة القاعدة تساوي ناتج قسمة الحجم على الارتفاع.

- أوضح للطلبة أهمية تبسيط المقادير الجبرية النسبية في كثير من التطبيقات العلمية والهندسية.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم أوضح لهم المطلوب في المسألة.
- ناقش حل المثال مع الطلبة على اللوح، وأبين لهم ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشاد:** يمكن الربط بين مثال 5 والمسألة المطروحة في فقرة (أستكشف) في هذا الدرس وسؤال الطلبة عن المعطى والمطلوب وكيفية الحل في كل منهما.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين كتابة مسألة حياتية على تبسيط المقادير الجبرية النسبية.

أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوّجّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-10) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن/ تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من زميل/ الزميلة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 11 أؤكد أهمية ممارسة حق الانتخاب لكل من تنطبق عليه الشروط ويدرج اسمه في قوائم الناخبين.

مهارات التفكير العليا

- أوّجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (15-17).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12 كتاب التمارين: (1-15)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (11-14) كتاب التمارين: (10-16)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (15-17), 11, 12 كتاب التمارين: (16-18)

$$B = \frac{V}{h}$$

$$= \frac{x^3 + 11x^2 + 10x}{(x+1)}$$

$$= \frac{x(x^2 + 11x + 10)}{(x+1)}$$

$$= \frac{x(x+10)(x+1)}{(x+1)}$$

$$= x(x+10)$$

قانون مساحة القاعدة

أعوّض

أخرج (x) عاملاً مشتركاً لحدود البسط

أحلّل ثلاثة الحدود التي داخل القوس

أبسط

إذن، مساحة قاعدة الصندوق $x(x+10)$ cm

تحقق من فهمي:

مخروط مثلجات حجمه $w^3 - 49w$ سنتيمترًا مكعبًا، ومساحة قاعدته $w^2 + 7w$ سنتيمترًا مربعًا، أجد ارتفاعه بدلالة x .

$$3(w-7)$$

أُتدرب وأحلّ المسائل

أكتبُ كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:

$$1 \quad \frac{64qr^2s}{16q^2rs} \cdot \frac{4r}{q}$$

$$2 \quad \frac{24a^3b^4c^7}{6a^6c^2} \cdot \frac{4b^4c^5}{a^3}$$

$$3 \quad \frac{y^2+yz-y-z}{y+z}$$

$$4 \quad \frac{n^2-9}{n^2-5n+6} \cdot \frac{n+3}{n-2}$$

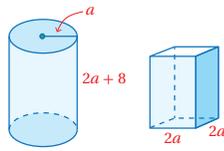
$$5 \quad \frac{x^2-x-30}{x^2-36} \cdot \frac{x+5}{x+6}$$

$$6 \quad \frac{w^4-1}{1-w^2}$$

$$7 \quad \frac{4x^3-12x^2+8x}{6x^3+6x^2-36x} \cdot \frac{2(x-1)}{3(x+3)}$$

$$8 \quad \frac{x^2-81}{2x-18} \cdot \frac{x+9}{2}$$

$$9 \quad \frac{x^2+2x-3}{x^2+8x+15} \cdot \frac{x-1}{x+5}$$



10 قياس: يظهر في الشكل المجاور عبوتنا معلبات غذائية لهما الحجم نفسه. أجد ارتفاع العبوة التي على شكل متوازي مستطيلات بدلالة a .

إرشاد: في السؤال 10 أذكر الطلبة بقانون حجم الأسطوانة.

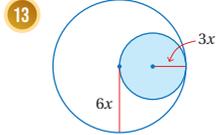


انتخابات: صندوق اقتراع على هيئة متوازي مستطيلات، حجمه $(15x^3 - 8x^2 + x^3)$ سنتيمتراً مكعباً، ومساحة قاعدته $(3x - 3x^2)$ سنتيمتراً مربعاً، أجد ارتفاع الصندوق.

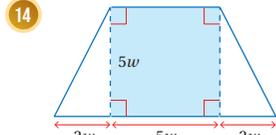
$$x - 5$$

هندسة: المستطيل A طوله $(2x + 6)$ وحدة وعرضه $(3x)$ وحدة، والمستطيل B طوله $(x + 2)$ وحدة ومساحته تزيد بمقدار 12 وحدة مربعة على مساحة المستطيل A. أكتب مقداراً جبرياً في أبسط صورة يمثل عرض المستطيل B. $6(x + 1)$

هندسة: أكتب في أبسط صورة النسبة المئوية لمساحة المنطقة المظللة من الشكل في كل ما يأتي:



$$\frac{9x^2 \pi}{36x^2 \pi} \times 100\% = \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$$



$$\frac{25w^2}{\frac{1}{2}(14w)(5w)} \times 100\% = \frac{5}{7} \times 100\% \approx 71.4\%$$

مهارات التفكير العليا

15 تحدد: كتبت سوسن مقداراً جبرياً نسبياً بأبسط صورة، ثم انسكب بعض القهوة على أجزاء من الحل، هل يمكن تحديد المقدار الجبري الأصلي؟

$$\frac{4x^2 + 12x}{2x + 6} = \frac{4x(x+3)}{2(x+3)} = 2x$$

$$\frac{4x}{2(x+3)} = 2x$$

16 تحدد: مقداراً جبرياً نسبياً على صورة $\frac{x^2 + bx - c}{x^2 + d}$ ، وعند كتابته في أبسط صورة يصبح $\frac{x-7}{x+2}$ ، هل يمكن تحديد قيمة كل من b, c, d ؟ $d = -4, b = -9, c = -14$

17 تحدد: أكتب المقدار الجبري الآتي في أبسط صورة:

$$\frac{m-n}{m+10n} \quad \frac{m^2-n^2}{m^2+11mn+10n^2}$$

18 أكتب: فقرة أئين فيها كيفية تبسيط المقادير الجبرية النسبية. أنظر إجابات الطلبة.

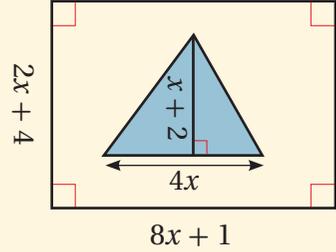
إرشادات

- في السؤالين 13 و 14 ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة الإجابة على صورة نسبة مئوية.
- في السؤال 15 (تحدد)، أوجه الطلبة إلى توظيف ما تعلموه لتحديد المقدار الجبري المغطى بالقهوة، فمثلاً يمكن تطبيق استراتيجية الحل العكسي، مع تأكيد ضرورة تقديم التبرير المناسب.
- في السؤال 16 (تحدد)، يجب أن يكون $(x + 2)$ عاملاً من عوامل المقام؛ أي صورة -2 تساوي صفراً. كذلك $(x - 2)$ و $(x - 7)$ عاملان من عوامل البسط؛ أي أن صورة 2 تساوي صفراً وصورة 7 تساوي صفراً.
- في سؤال 17 (تحدد)، المقام ثلاثي حدود يمكن تحليله؛ لذا يجب أن يكون أحد عوامله $(m+n)$ ليتم الاختصار مع البسط.

البحث وحل المسائل:

• أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة الإثرائية الآتية:

1 معتمداً الشكل الآتي، أكتب نسبة مساحة المنطقة المثلثة إلى مساحة المنطقة المستطيلة على صورة مقدار نسبي بأبسط صورة. $\frac{x}{8x+1}$



2 أكتب مقداراً جبرياً نسبياً يصبح بعد تبسيطه $\frac{7x}{x+3}$.

إجابة ممكنة: $\frac{14x^2}{2x^2 + 6x}$

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة استكمال العمل بالمشروع باختيار أحد المقادير الجبرية التي حللتها المجموعة باستخدام القطع الجبرية، وشرح كيفية تحليلها، والصعوبات التي واجهتهم وكيف تغلبوا عليها.

- أوجه الطلبة إلى النظر في بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدث من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1 $\frac{5x^2 y}{15xy^3} \quad \frac{x}{3y^2}$

2 $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1} \quad \frac{x - 1}{x + 1}$

3 $\frac{3y^2 + 6y}{y^2 - 4} \quad \frac{3y}{y - 2}$

4 $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 7x + 10} \quad \frac{x + 3}{x - 2}$

اختبار نهاية الوحدة:

- أوجه الطلبة إلى (اختبار نهاية الوحدة)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (1-9) فردياً.
- أختار بعض الإجابات غير الصحيحة، وأناقشها مع الصف، وأبين الخطأ، وأقدم الصواب.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (10-27)، وأتجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها لمناقشتها على اللوح.

اختبار نهاية الوحدة

6 قطعة أرض مستطيلة الشكل، مساحتها $(x^2+3x-10)$ وحدة مربعة، إذا كان أحد أبعادها $(x+5)$ وحدة، فإنّ بعدها الآخر هو:

- a) $x-2$ b) $x+2$
c) $x-5$ d) $x+10$

7 $\frac{x^2-36}{6-x}$

- a) $-x-6$ b) $x-6$
c) $x+6$ d) $6-x$

8 تحليل المقدار w^4-1 إلى عوامله الأولية تحليلاً كاملاً:

- a) $(w-1)(w+1)$ b) $(w-1)(w+1)(w^2+1)$
c) $(w-1)(w^3+1)$ d) $(w-1)(w^2+2w+1)$

9 يقبل المقدار الجبري x^2-100 القسمة من دون باق على:

- a) $x+100$ b) $x-5$
c) $x-100$ d) $x-10$

أكتب كلاً ممّا يأتي بأبسط صورة:

- 10 $(2x-7)(2x+7)$ 11 $(6y-3x)(6y-3x)$
 $4x^2-49$ $36y^2-36xy+9x^2$
12 $(x-4)^2$ 13 $(3d+6)^2$
 $x^2-8x+16$ $9d^2+36d+36$

أختار رمز الإجابة الصحيحة في كل ممّا يأتي:

1 ناتج ضرب المقدار $(2x-4)(2x+4)$ يساوي:

- a) $2x^2-16$ b) $4x^2-16$
c) $4x^2+16$ d) $4x-16$

2 مربع طول ضلعيه $(x-6)$ وحدة، فتكون مساحته:

- a) $x^2+12x-36$ b) x^2-36
c) $x^2-12x+36$ d) x^2+36

3 المقدار الجبري الذي يمثل مربعاً كاملاً هو:

- a) $y^2+26y+25$ b) $y^2-8y-16$
c) $y^2-8y+16$ d) y^2-25

4 قيمة b التي تجعل المقدار $(x^2+bx+144)$ مربعاً كاملاً هي:

- a) 16 b) -12
c) 12 d) -24

5 تحليل المقدار $(4x^2y-4y)$ إلى عوامله الأولية تحليلاً كاملاً:

- a) $4y(x-1)(x+1)$ b) $4y(x^2-1)$
c) $(2x-2)(2x+2)$ d) $(x-1)(x+1)$

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

26 $\frac{5x+15}{x^2+10x+21}$ 27 $\frac{2x^2+6x+4}{3x^2+9x+6} \cdot \frac{2}{3}$

$\frac{5}{x+7}$

تدريب على الاختبارات الدولية

28 أي الآتيه عاملان لثلاثي الحدود x^2+x-42 ؟

- a) $(x-7)(x-6)$ b) $(x+7)(x-6)$
c) $(x-7)(x+6)$ d) $(x+7)(x+6)$

29 عند كتابة المقدار الجبري $(2x+5)(2x-5)$ في أبسط صورة ينتج:

- a) $4x^2-20x-25$ b) $4x^2+20x+25$
c) $4x^2-25$ d) $2x^2-5$

30 إذا كان n عدداً صحيحاً موجباً، فإن حاصل ضرب عددٍ سابقٍ في عددٍ لاحقٍ له يُعطى بالعلاقة:

- a) n^2-1 b) n^2+1
c) n^2-2 d) $(n+1)^2$

31 إذا كان $a-b=3$ ، $a^2-b^2=33$ فأجد قيمة $a+b$:

- a) 14 b) 30 c) 36 d) 11

أحل كل مقدار جبري مما يأتي تحليلًا كاملاً:

14 $3yw^2-12y+2w^2-8$ $(w-2)(w+2)(3y+2)$

15 $x^2-10x+25$ 16 $9y^2-4$
 $(x-5)^2$ $(3y-2)(3y+2)$

17 بيّن الشكل المجاور مهبطاً

للطائرات العمودية في إحدى المستشفيات، فإذا كان طول

نصف قطر الدائرة الصغرى يقل 8 أمتار عن طول نصف قطر الدائرة الكبرى، فأكتب مقداراً جبرياً يمثل الفرق بين مساحتي الدائرتين، ثم أحلّه تحليلًا كاملاً.

18 كرة قدم: ملعب كرة قدم مساحته $(x^2-28x-29)$ متراً مربعاً، وطولُه $(x+1)$ متراً، أجد محيطه بدلالة x .

عرض الملعب $(x-29)$ متر، محيط الملعب $(4x-56)$ متر. أحل كل ما من المقادير الجبرية الآتية تحليلًا كاملاً:

19 $4s^2-s+12st-3t$ $(4s-1)(s+3t)$

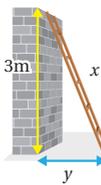
20 $6m^3-12mn+m^2n-2n^2$ $(m^2-2n)(6m+n)$

21 $x^2-18x+72$ 22 $3x^2-48$
 $(x-12)(x-6)$ $3(x-4)(x+4)$

23 $100-(x+9y)^2$ 24 $3x^2-15x+18$
 $(10-x-9y)(10+x+9y)$ $3(x-6)(x+1)$

25 يستند سلم إلى حائط كما في

الشكل المجاور. إذا كان طول السلم x وارتفاع الحائط $3m$ ، فأجد المقدار الجبري الذي يمثل مربع المسافة الأفقية بين الحائط والسلم، ثم أحلّه.



$y^2 = x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

تدريب على الاختبارات الدولية

• أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.

• أحفز الطلبة على الاهتمام بحل هذه الأسئلة ومثيلاتها، والمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين اختباراتي المدرسية نماذج مماثلة لهذه الأسئلة.

إرشادات:

- في سؤال 17 أوضح للطلبة سبب وجود مهبط للطائرات العمودية في المستشفيات.
- في سؤال 25 أذكر الطلبة باستخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد y^2 .

إجابة اختبار نهاية الوحدة:

(17) x : طول نصف قطر الدائرة الصغرى، فيكون طول نصف قطر الدائرة الكبرى $x+8$.

$A_1 = (x+8)^2 \pi$, $A_2 = x^2 \pi$

$A = A_1 - A_2 = 16\pi(x+4)$

كتاب التمارين

الوحدة 2

تحليل المقادير الجبرية

أستعد لإدراة الوحدة

مثال: أكتب كل مقدار جبري وما يأتي في أبسط صورة:

- a) $3x + 4x$
 $3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$ الحدان $3x$ و $4x$ متشابهان. أجمع مُعاملَي الحدَّين، ثم أضغ x
- b) $4x - 3x$
 $4x - 3x = (4 - 3)x = x$ الحدان متشابهان. أطرح مُعاملَي الحدَّين، ثم أضغ x
- c) $7zt + 6zt$
 $7zt + 6zt = (7 + 6)zt = 13zt$ الحدان $7zt$ و $6zt$ متشابهان. أجمع مُعاملَي الحدَّين، ثم أضغ zt
- d) $9y^5 - y^5$
 $9y^5 - y^5 = (9 - 1)y^5 = 8y^5$ الحدان $9y^5$ و y^5 متشابهان. أطرح مُعاملَي الحدَّين، ثم أضغ y^5

التفكير

الحدود المتشابهة هي حدود تحتوي على المتغيرات نفسها، وبالأسس نفسها.

حدود غير متشابهة	حدود متشابهة
x, x^3, x^5	$x, 34x, -5x$
$17, xy, xy^2$	$2xy, -28xy, xy$
$w, 3z, 14m$	$7n^2, -5n^2, n^2$

يُمكننسى أن أجمع أي حدَّين متشابهين أو أطرحهما، وذلك بجمع مُعاملَيْهما أو طرحهما فقط وإبقاء المتغيرات.

24

الوحدة 2

تحليل المقادير الجبرية

أستعد لإدراة الوحدة

أختبرُ معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأخدي من الإجابة، أستعينُ بالمثال المُعطى.

استعمال قوانين الأسس الصحيحة في تبسيط المقادير الجبرية (الدرس 1)

أجدُ ناتج كلِّ مما يأتي بأبسط صورة:

- 1) $2 \times y \cdot 2y$ 2) $2n \times 6m \cdot 12nm$
 3) $4t \times 3t^3 \cdot 12t^4$ 4) $2x^2 \times y^2 \times x^4 \cdot 2x^6 y^2$

مثال: أجدُ ناتج $4m^2 \times 3y^2 \times m^3$ بأبسط صورة:

$$\begin{aligned} 4m^2 \times 3y^2 \times m^3 &= 4 \times 3 \times m^2 \times m^3 \times y^2 && \text{الخاصية التبادلية} \\ &= (4 \times 3) \times (m^2 \times m^3) \times y^2 && \text{الخاصية التجميعية} \\ &= 12m^5 y^2 && \text{قاعدة ضرب القوى} \end{aligned}$$

جمع المقادير الجبرية وطرحها (الدرس 1)

أكتبُ كلِّ مقدار جبري وما يأتي في أبسط صورة:

- 5) $6x + 2x \cdot 8x$ 6) $2.5y + 0.5y \cdot 3y$
 7) $3gf - gf \cdot 2gf$ 8) $12yu^3 - 6yu^5 \cdot 6yu^5$
 9) $3.5x + 1.5x \cdot 5x$ 10) $7y + 4y \cdot 11y$
 11) $c^3r - 6c^3r \cdot -5c^{3r}$ 12) $bd - 4bd \cdot -3bd$

23

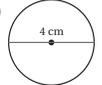
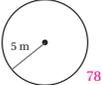
الوحدة 2

تحليل المقادير الجبرية

أستعد لإدراة الوحدة

مساحة الدائرة (الدرس 1)

أجدُ مساحة كلِّ دائرة مما يأتي:

- 22)  2827.4 mm^2 23)  12.6 cm^2 24)  78.5 m^2

مثال: أجدُ مساحة الدائرة المجاورة.



$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ &= 3.14 \times (8)^2 \\ &= 200.96 \end{aligned}$$

صيغة مساحة الدائرة
 أعوض $r = 8, \pi = 3.14$
 أجدُ الناتج

إذن، مساحة الدائرة تساوي 200.96 m^2

العامل المشترك الأكبر (الدرس 2)

أجدُ العامل المشترك الأكبر لكلِّ من الأعداد الآتية:

- 25) 6, 18 6 26) 18, 42, 36 6 27) 27, 18, 9 9

مثال: أجدُ العامل المشترك الأكبر للأعداد 42, 30, 36

$$\begin{aligned} 42 &= (2) \times (3) \times 7 \\ 30 &= (2) \times (3) \times 5 \\ 36 &= (2) \times (3) \times 2 \times 3 \end{aligned}$$

أحللُ كلَّ عدد إلى عوامله الأولية وأضع دائرة حول العوامل المشتركة

إذن، العامل المشترك الأكبر للأعداد 42, 30, 36 هو $2 \times 3 = 6$

26

الوحدة 2

تحليل المقادير الجبرية

أستعد لإدراة الوحدة

ضرب المقادير الجبرية (الدرس 1)

أكتبُ كلَّ مما يأتي في أبسط صورة:

- 13) $6 \times (-3b) \cdot -18b$ 14) $-2 \times (4w) \cdot -8w$ 15) $-2u \times 5u \cdot -10u^2$
 16) $8d \times (-7d) \cdot -56d^2$ 17) $3xy \times (-xy^2) \cdot -3x^2 y^3$ 18) $(-dq^2)(-3dq)$
 19) $(b + 4)(b + 1) \cdot b^2 + 5b + 4$ 20) $(3x - 1)(4x - x^2 + 2) \cdot -3x^2 + 13x^2 + 2x - 2$ 21) $(4 - p)(2p - p^2 + 1) \cdot p^3 - 3p^2 + 8xp + 4$

مثال: أكتبُ كلَّ مما يأتي في أبسط صورة:

a) $2x(3x - y)$

$$2x(3x - y) = 6x^2 - 2xy$$

أضربُ حدًا جبريًا في مقدار جبري

b) $(x + 4)(x + 3)$

$$\begin{aligned} (x + 4)(x + 3) &= (x^2 + 3x) + (4x + 12) \\ &= x^2 + (3x + 4x) + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

يمكنني أيضًا استخدام خاصية التوزيع بطريقة مختلفة كما يأتي:

$$(x + 4)(x + 3)$$

$$\begin{aligned} &= x(x + 3) + 4(x + 3) \\ &= (x^2 + 3x) + (4x + 12) \\ &= x^2 + (3x + 4x) + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

أفضل المقدار $(x+4)$ إلى حدَّين $x+4$
 ثم أضربُ كلَّ منهما في المقدار $(x+3)$
 أستخدمُ خاصية التوزيع
 أجمعُ الحدود المتشابهة
 أكتبُ المقدار في أبسط صورة

25

كتاب التمارين

الدرس 2 التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر

أجد العامل المشترك الأكبر للحدود الجبرية في كل مما يأتي:

1 $6x^2, 2y$ 2 $21x^3, 14x$ 3 $5x^2, 20xy, 10y^2, x^4, 5x$

أحل كل مقدار جبري مما يأتي تحليلًا كاملاً:

4 $4x - 10$
 $2(2x - 5)$

5 $2vx^3 + 8k^2x^5$
 $2x^3(v + 4k^2x^2)$

6 $12wy^5 + 4w^3y + 16wy^2$
 $4wy(3y^4 + w^2 + 4y)$

7 $w^2 + 2w + wy + 2y$
 $(w + 2)(y + w)$

8 $6x^3 + x^2 + 6xy + y$
 $(6x + 1)(x^2 + y)$

9 $(2x+1) + (2x+1)^2$
 $2(2x + 1)(x + 1)$

10 $d^3 + d^2 + d + 1$
 $(d + 1)(d^2 + 1)$

11 $2w(x-7) + (7-x)$
 $(x - 7)(2w - 1)$

12 $ab + 5b + 7a + 35$
 $(a + 5)(b + 7)$



13 لوحة جدارية: لوحة جدارية مستطيلة الشكل مساحتها $(x^3 - 3x^2 + 6x - 18)$ وحدة مربعة، وطولها $(x^2 + 6)$ وحدة. أجد عرض اللوحة بدلالة x .

14 هندسة: مثلث قائم الزاوية مساحته $3x^2 + 18x$ وحدة مربعة، وارتفاعه $3x$. أجد طول قاعدته بدلالة x .
طول نصف القاعدة $6 + x$ ، طول القاعدة $12 + 2x$

15 تغليف: تغلف شركة منتجاتها في صناديق كرتونية على شكل متوازي مستطيلات، إذا علمت أن حجم الصندوق $(4x^3 + 12x^2 + 3x + 9)$ وحدة مكعبة، ومساحة قاعدته $(4x^2 + 3)$ وحدة مربعة، فأجد ارتفاعه بدلالة x .
الارتفاع $3 + x$



28

الدرس 1 حالات خاصة من ضرب المقادير الجبرية

أجد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة:

1 $(h - 10)^2$ $h^2 - 20h + 100$ 2 $(y - 2x)^2$ $y^2 - 4xy + 4x^2$ 3 $(5 - 3x)^2$ $25 - 30x + 9x^2$

أجد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة:

4 $(5c + 2b)(5c + 2b)$
 $25c^2 + 20cb + 4b^2$

5 $(r + 8)^2$
 $r^2 + 16r + 64$

6 $(2n + 3)^2$
 $4n^2 + 12n + 9$

أجد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة:

7 $(m - 7)(m + 7)$
 $m^2 - 49$

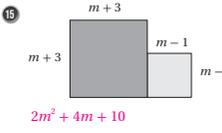
8 $(2d - 3)(2d + 3)$
 $4d^2 - 9$

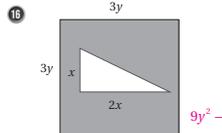
9 $(2 + xy)(2 - xy)$
 $4 - x^2y^2$

حساب ذهني: استعمل الحساب الذهني لأجد ناتج كل مما يأتي: (10-14) أنظر الهامش.

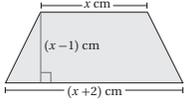
10 103^2 11 1007^2 12 95^2 13 991^2 14 49×51

هندسة: أجد مساحة المنطقة المظللة في كل شكل مما يأتي:

15  $2m^2 + 4m + 10$

16  $9y^2 - x^2$

17 سيارات: يبين الشكل المجاور نافذة سيارة على شكل شبه منحرف. أكتب مساحة النافذة بدلالة x ، ثم أجد المساحة عندما $x = 56$
 $x^2 - 1, 3135$



27

إجابات (الدرس 1):

- 10 $(100+3)^2 = 10000+600+9 = 10609$
- 11 $(1000+7)^2 = 1000000+14000+49=1014049$
- 12 $(100-5)^2 = 10000-1000+25 = 9025$
- 13 $(1000-9)^2 = 1000000-18000+81 = 982081$
- 14 $(50-1)(50+1) = 2500-1 = 2499$

كتاب التمارين

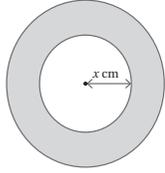
الدرس 4 حالات خاصة من التحليل

أحلل كلاً من المقادير الآتية إلى عواملها:

- $a^2 - 49 (a-7)(a+7)$
- $100 - w^2 (10-w)(10+w)$
- $9y^2 - 36 (3y-6)(3y+6)$
- $x^2 y^2 - 64 (xy-8)(xy+8)$
- $r^2 - 0.36m^2 (r-0.6m)(r+0.6m)$
- $24c^2 - 6 (2c-1)(2c+1)$
- $5y^3 m - 45ym^3 (ym(y-3m)(y+3m))$
- $w^4 - k^4 (w-k)(w+k)(w^2+k^2)$
- $-y^2 + 144x^2 (12x-y)(12x+y)$
- $\frac{1}{16}y^2 - \frac{4}{9} (\frac{1}{4}y - \frac{2}{3})(\frac{1}{4}y + \frac{2}{3})$
- $xb^2 - x^3 + y^2 b^2 - y^2 x^2 (b-x)(b+x)(x+y^2)$
- $(3y+2)^2 - (2y+3)^2 (5y-1)(y+1)$

أحد ما إذا كانت كل ثلاثة حدود مما يأتي تمثل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت فاحلها:

- $x^2 + 20x + 100$ مربع كامل $(x+10)^2$
- $x^2 + 10x + 16$ ليس مربعاً كاملاً
- $y^2 - 16y + 64$ مربع كامل $(y-8)^2$
- $w^2 + 8w - 16$ ليس مربعاً كاملاً
- $4x^2 + 12x + 9$ مربع كامل $(2x+3)^2$
- $25x^2 + 10x + 1$ مربع كامل $(5x+1)^2$
- $4 - 4x + x^2$ مربع كامل $(x-2)^2$
- $\frac{1}{4}w^2 + 6w + 36$ مربع كامل $(\frac{1}{2}w+6)^2$
- $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ مربع كامل $(x+\frac{1}{3})^2$



تريد إيمان تغطية جدار مربع الشكل بورق الجدران. إذا كانت مساحة الجدار $(x^2 - 8x + 16)$ مترًا مربعًا، فأجد طول الجدار بدلالة x .

في الشكل المجاور قرص رمادية مساحته $\pi cm^2 (x^2 + 6x + 9)$ ، أجد:

- طول نصف قطر القرص بدلالة x .
- عرض المنطقة المظللة.

30

الدرس 3 تحليل ثلاثيات الحدود $x^2 + bx + c$

أحلل كلاً مما يأتي:

- $x^2 + 2x + 1 (x+1)^2$
- $x^2 + 9x + 20 (x+5)(x+4)$
- $x^2 + 8x + 7 (x+1)(x+7)$
- $x^2 - 7x + 10 (x-5)(x-2)$
- $x^2 - 5x - 6 (x-6)(x+1)$
- $x^2 + 3x - 40 (x-5)(x+8)$
- $x^2 + 16x - 17 (x+17)(x-1)$
- $100 + x^2 - 29x (x-4)(x-25)$
- $x^2 + 99x - 100 (x+100)(x-1)$

أجد جميع القيم الممكنة للمد m بحيث يكون المقدار الجبري قابلاً للتحليل:

- $x^2 + mx + 6$ $m = 5, -5, 7, -7$
- $x^2 + mx - 10$ $m = -3, 3, -9, 9$
- $x^2 - 7x + m, m > 0$ $m = 6, 12, 10$

ماء خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات حجمه $(2x^3 + 4x^2 - 30x)$ مترًا مكعبًا. إذا كان ارتفاع الخزان $2x$ مترًا، فأجد بعدين ممكنين لتعاديته بدلالة x .

أجد مقدارًا جبريًا يمكن أن يمثل محيط مستطيل مساحته $(x^2 + 14x + 24)$ وحدة مربعة.

تقول: إذا كانت مساحة غرفة $(x^2 + 22x + 121)$ مترًا مربعًا، فهل يمكن أن تكون الغرفة مربعة الشكل؟ أبرر إجابتي.

نعم ممكن لأن المقدار $x^2 + 22x + 121$ مربع كامل وتحليله $(x+11)^2$



حواسيب: يظهر على شاشة الحاسوب المجاورة نافذة برنامج مساحتها $(x^2 - 8x + 15)$ سنتيمترًا مربعًا.

أجد طول نافذة البرنامج بدلالة x .

إذا كانت نافذة البرنامج تصغيرًا لشاشة الحاسوب ومساحتها تساوي $\frac{1}{4}$ مساحة الشاشة، فأجد طول الشاشة.

$$2(x-3) \text{ cm}$$

$$\frac{1}{4} \times \text{مساحة الشاشة}$$

29

الدرس 5 تبسيط المقادير الجبرية النسبية

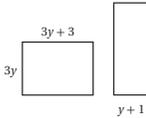
أكتب المقادير الجبرية الآتية بأبسط صورة:

- $\frac{5x+20}{5} x+4$
- $\frac{3y^2+6y}{3y} y+2$
- $\frac{7-x}{x-7} -1$
- $\frac{x^2-25}{x-5} x+5$
- $\frac{w^3-w}{1-w} -w(w+1)$
- $\frac{x^2-11x+10}{x-1} x-10$
- $\frac{x^2+3x+2}{x^2+7x+10} \frac{x+1}{x+5}$
- $\frac{(x-3)^2}{x^2-6x+9} 1$
- $\frac{x^3-x^2+x-1}{x-1} x^2+1$
- $\frac{xy+5y+7x+35}{yx+5y} \frac{y+7}{y}$
- $\frac{(x+2)^2-4x-8}{(x+2)} x-2$
- $\frac{x^8-16y^8}{x^2+2y^2} (x^4+4y^4)(x^2-2y^2)$
- $\frac{(x+2)^2}{3x^3+12x^2+12x} \frac{1}{3x}$
- $\frac{x^2-w^2}{w^2-x^2} -1$
- $\frac{6w+18y}{w^2-9y^2} \frac{6}{w-3y}$



زراعة: يمثل المقدار الجبري $x^2 - x - 12$ عدد أشجار الزيتون في إحدى المزارع، ويمثل المقدار الجبري $x^2 - 16$ عدد أشجار المشمش فيها، أكتب نسبة أشجار الزيتون إلى أشجار المشمش بأبسط صورة.

$$\frac{x+3}{x+4}$$



قياس: في الشكل المجاور مستطيلان لهما المساحة نفسها، أجد طول المستطيل الذي إلى اليمين.

$$9y$$



إضاءة: مصباح إنارة واجهته دائرية الشكل طول نصف قطرها $x-7$ وحدة، ويُحدث بقعة ضوء على الأرض دائرية الشكل مساحتها $\pi(x^2 - 49)$ وحدة مربعة. أجد بأبسط صورة نسبة مساحة واجهة المصباح إلى مساحة بقعة الضوء التي يُحدثها.

$$\frac{x-7}{x+7}$$

31

المعادلات الخطية بمتغيرين

الوحدة

3



مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			ورقة المصادر 8	1
الدرس 1: المعادلة الخطية بالصورة القياسية	<ul style="list-style-type: none"> تعرف الصيغة القياسية للمعادلة الخطية. تمثيل المعادلة الخطية بيانياً بإنشاء جدول قيم. تمثيل المعادلة الخطية بيانياً باستعمال المقطعين من المحورين الإحداثيين. وصف مدلول كل من مقطعي معادلة خطية من المحورين الإحداثيين في مواقف حياتية. 	<ul style="list-style-type: none"> الصورة القياسية. المقطع x. المقطع y. الحد الثابت. 	<ul style="list-style-type: none"> ورق الرسم البياني. أدوات هندسية. أجهزة الكمبيوتر. برمجية جيو جبرا. 	3
الدرس 2: ميل المستقيم	<ul style="list-style-type: none"> إيجاد ميل مستقيم مارّ في نقطتين معلومتين. استعمال ميل المستقيم لتفسير معنى (معدّل التغير) في مواقف حياتية. 	<ul style="list-style-type: none"> ميل المستقيم. التغير الرأسي. التغير الأفقي. معدّل التغير. 	<ul style="list-style-type: none"> ورق الرسم البياني. أدوات هندسية. أجهزة الكمبيوتر. شبكة الإنترنت. برمجية جيو جبرا. جهاز Data Show. 	3
الدرس 3: معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع	<ul style="list-style-type: none"> كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع. تمثيل المعادلة الخطية بيانياً باستعمال الميل والمقطع y. كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانياً بصيغة الميل والمقطع y. 	صيغة الميل والمقطع.	<ul style="list-style-type: none"> ورقة المصادر 9 شريط لاصق. ورق الرسم البياني. أدوات هندسية. أجهزة الكمبيوتر. شبكة الإنترنت. 	3
الدرس 4: معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة	<ul style="list-style-type: none"> كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة. تمثيل المعادلة الخطية بيانياً باستعمال الميل ونقطة. كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانياً بصيغة الميل ونقطة. 	صيغة الميل ونقطة.	<ul style="list-style-type: none"> ورق الرسم البياني. أدوات هندسية. أجهزة الكمبيوتر. برمجية جيو جبرا. جهاز Data Show. 	3
الدرس 5: المستقيمات المتوازية والمتعامدة	<ul style="list-style-type: none"> كتابة معادلة مستقيم مارّ بنقطة معلومة وموازٍ لمستقيم معلوم. كتابة معادلة مستقيم مارّ بنقطة معلومة وعمودي على مستقيم معلوم. تحديد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك إذا علمت معادلة كلّ منهما. 	<ul style="list-style-type: none"> مستقيمان متوازيان. مستقيمان متعامدان. معكوس المقلوب. 	<ul style="list-style-type: none"> ورقة المصادر 10 ورق الرسم البياني. أدوات هندسية. أجهزة الكمبيوتر. برمجية جيو جبرا. جهاز Data Show. 	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			<ul style="list-style-type: none"> جهاز كمبيوتر جهاز Data Show. برمجية جيو جبرا. أوراق A4. 	1
اختبار نهاية الوحدة				2
المجموع				19 حصة

ما أهمية هذه الوحدة؟

تُستعمل المعادلات الخطية في نمذجة المواقف العلمية والحياتية، ويقدم لنا مفهوم ميل مُنحنى المعادلة الخطية تفسيراً لكيفية تغيّر كمية بالنسبة إلى كمية أخرى، مثل تحديد شدة انحدار الطرق بإيجاد نسبة تغيّر الارتفاع إلى المسافة الأفقية المقطوعة؛ وذلك لتنبه السائقين على الحذر عند القيادة في الطرق الشديدة الانحدار، مثل طريق وادي الموجب جنوب الأردن.



1 نظرة عامة على الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة الصورة القياسية للمعادلة الخطية، وسيمثلونها بيانياً في المستوى الإحداثي بصورة مستقيم، ويجدون الميل للمستقيم المارّ في نقطتين معلومتين بوصفه قيمة التغيّر الرأسي مقسوماً على التغيّر الأفقي لإحداثيي النقطتين، ويصفونه (موجب، سالب، أفقي، غير معرف).

وسيتعرف الطلبة أيضاً في هذه الوحدة كيفية كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، ويفسرون دلالة الميل والمقطع في مواقف حياتية، وسيتعرفون أيضاً معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة، ويستعملون ذلك في تمثيل المستقيم بيانياً بالاستفادة من النقطة المعلومة، وتحديد نقطة أخرى عن طريق التحرك أفقياً ورأسياً حسب قيمة الميل.

إضافة إلى ما سبق سيتعرف الطلبة المستقيمين المتوازيين والمستقيمين المتعامدين في المستوى الإحداثي، وعلاقة هذين المفهومين بميل المستقيم.

سأتعلّم في هذه الوحدة:

- إيجاد ميل الخطّ المستقيم.
- إيجاد معادلة الخطّ المستقيم بطرائق متعددة.
- العلاقة بين ميلَي مستقيمين متوازيين ومتعامدين.

تعلّم سابقاً:

- ✓ التعبير عن الاقتران الخطي بطرائق متعددة.
- ✓ تمثيل الاقتران الخطي بيانياً.
- ✓ تمثيل التناوب الطردي بيانياً أو في جدول.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع



- تبسيط المقادير الجبرية بمتغير واحد باستعمال خصائص العمليات الحسابية.
- إيجاد قيمة مقدار جبري عند قيم معطاة للمتغيرات.
- تمييز العلاقات التناسبية الموضحة في جدول أو في رسم بياني.
- وصف العلاقة بين حدود متتالية خطية.
- تمييز الاقتران الخطي.
- تمثيل الاقتران الخطي بيانياً.

الصف الثامن



- إيجاد ميل الخطّ المستقيم.
- إيجاد معادلة الخطّ المستقيم باستعمال نقطتين عليه.
- تمييز العلاقة بين ميلَي مستقيمين متوازيين.
- تمييز العلاقة بين ميلَي مستقيمين متعامدين.
- برهنة حقائق في الهندسة المستوية باستعمال الميل.
- إيجاد معادلة المستقيم بطرق مختلفة وبمعطيات مختلفة.
- حل مسائل هندسية وحياتية على معادلة مستقيم ومستقيمين متوازيين أو متعامدين.

الصف التاسع



- توظيف قانون البعد بين نقطة ومستقيم في المستوى الإحداثي في حل مسائل رياضية.
- حل مسائل هندسية وحياتية على مفاهيم الهندسة الإحداثية.
- برهنة خواصّ متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة المرسومة في المستوى الإحداثي باستعمال مفاهيم الهندسة الإحداثية.

مشروع الوحدة: 2

هدف المشروع: يهدف المشروع إلى توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة من مهارات تمثيل المعادلة الخطية بمتغيرين، وتفسير دلالة كل من الميل ومقطع المستقيم من المحاورين الإحداثيين.

ويهدف المشروع أيضاً إلى تنمية مهاراتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على أن تحتوي كل مجموعة على مستويات متفاوتة، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهمات في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب إليهم إنجازه. وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول معززة بالشواهد (مثل: الصور، والفيديوهات، وملفات برمجية جيو جبرا، وأوراق الملاحظات، وغيرها).
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أوضح للطلبة مسبقاً معايير تقييم المشروع (أستعمل أداة تقييم المشروع).

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبين للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع (publisher, Power Point, ...).
 - « تختار كل مجموعة أحد طلبتها؛ ليقف أمام الصف ويعرض خريطة الأردن على واجهة برمجية جيو جبرا، ويتحدث عن المحافظتين اللتين اختارهما لتوضيح معادلة وميل ومقاطع المستقيم المارّ بهما، ودور كل واحد منهم في العمل. تكمن أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة.
 - « أطلب إلى الطلبة ذكر بعض الصعوبات التي واجهتهم في أثناء تنفيذ المشروع، وكيفية حلّهم لهذه المشكلة؛ لتعزيز مهاراتهم في حلّ المشكلات.

مشروع الوحدة: المعادلات الخطية والخريطة



• أستعمل الرمز m بدلاً من a في مربع الحوار ليدلّ على الميل، ثمّ أأخذ أقل قيمة وأعلى قيمة للميل (مثلاً أقل قيمة -20 وأعلى قيمة 20).

4 أكرّز الخطوة السابقة لإدراج مؤشر للتحكم في قيمة المقطع y ، وأستعمل الرمز b بدلاً من الرمز a .

5 أكتب في شريط الإدخال معادلة المستقيم بصورة الميل والمقطع $(y = mx + b)$ ؛ ليظهر تمثيل بياني لمستقيم.

6 أحرّك مؤشر الميل ومؤشر المقطع y لتغيّر موقع الخط؛ ليمرّ بمحافظتين أختارهما (مثلاً: الزرقاء والكرّك)، ثمّ أجد ميل المستقيم المارّ بالمحافظتين والمقطع y له من خلال المعادلة في شريط الإدخال.

7 لتغيير صورة المعادلة إلى الصورة القياسية؛ أنقر بزرّ الفأرة الأيمن على صيغة المعادلة في شريط الإدخال، ثمّ أختار الصورة القياسية للمعادلة من القائمة المنسدلة.

8 أرسم مستقيماً آخر في المستوى موازياً للمستقيم السابق مع الانتباه إلى اختيار رمزين آخرين للدلالة على الميل والمقطع y ، ثمّ أحرّكه حتى يمرّ في إحدى المحافظتين على الخريطة، وأحدد معادلته وميله والمقطع y له.

9 أكرّز الخطوات السابقة مع محافظتين أخرى.

• أستعدّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي سنوظّف فيه ما نتعلّمه في هذه الوحدة عن تمثيل المعادلة الخطية بمتغيرين.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أبحث مع أفراد مجموعتي في شبكة الإنترنت عن خريطة المملكة الأردنية الهاشمية، ثمّ أحفظها على جهاز الحاسوب.

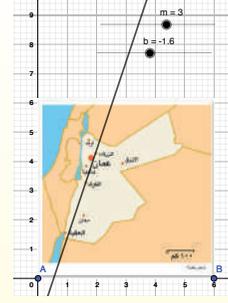
2 أستعمل برمجية جيو جبرا لتمثيل معادلات خطية تربط بعض المحافظات الأردنية إحداها بالأخرى من خلال الخطوات الآتية:

• أنقر على أيقونة **Image** من شريط الأدوات، ثمّ أختار صورة خريطة الأردن.

• أعدل موقع صورة الخريطة، وأختار مقاساً مناسباً لها بتحريك النقطتين A و B اللتين تظهران عليها.

3 لإدراج مؤشر للتحكم في قيمة الميل أتبع الإجراءات الآتية:

• أنقر على أيقونة **Slider** من شريط الأدوات، ثمّ أنقر على الموقع الذي أريدّه في الشاشة ليظهر مربع حوار.



أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	صورة الخريطة مثبتة في المكان الصحيح في الربع الأول من المستوى.			
2	اختيار صورة مناسبة لخريطة الأردن تظهر عليها المحافظات بوضوح.			
3	تحديد أقل قيمة وأعلى قيمة على المنزلة التي تتحكم بميل المستقيم.			
4	كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع كتابة صحيحة.			
5	ظهور المستقيم الموازي للمستقيم الواصل بين محافظتين بصورة صحيحة.			
6	التعاون والعمل بروح الفريق.			
7	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
8	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			
9	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

3 تقديم نتاج صحيح كامل.

هدف النشاط:

- تمييز المعادلات الخطية من غير الخطية.
- إيجاد قيمة متغير إذا علمت قيمة المتغير الآخر في معادلات خطية.

خطوات العمل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية (أو رباعية)، ثم أوزع عليهم الجزء (A) من ورقة المصادر 8: المعادلات الخطية وغير الخطية.
- أطلب إلى المجموعات تصنيف المعادلات (بلصقها في الجدول) إلى مجموعتين: (خطية، وغير خطية)، وتبرير إجاباتهم.
- ناقش إجابات الطلبة، وأقدم لهم التغذية الراجعة المناسبة.

إرشاد: اختصارًا للوقت يفضل قص بطاقات المعادلات في الجزء (A) من ورقة المصادر 8 قبل الحصة الصفية.

- أعطي كل مجموعة كيسين صغيرين يحتوي أحدهما على قصاصات المعادلات من الجزء (B) من ورقة المصادر 8، ويحتوي الكيس الآخر على القيم المعطاة للمتغيرات في هذا الجزء.
- أطلب إليهم سحب معادلة من الكيس الأول، وسحب قيمة المتغير من الكيس الثاني بطريقة عشوائية، ثم حساب قيمة المتغير المجهول في المعادلة.
- ناقش إجابات الطلبة، وأقدم لهم التغذية الراجعة المناسبة.

التكليف: إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في تمييز المعادلة الخطية أو إيجاد قيمة متغير بمعلومية قيمة المتغير الآخر، فأقدم أمثلة إضافية لمعالجة الفاقد لديهم.

توسعة: أقدّم للطلبة معادلات خطية تُستعمل فيها أعداد نسبية، نحو:

« أجد قيمة y أو قيمة x باستعمال قيمة المتغير المعطاة في كل مما يأتي:

1 $y = \frac{1}{2}x + 5$, $x = 3$

2 $y = 2x - \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{2}$

3 $4x - 3y = 0$, $x = \frac{1}{4}$

نتائج الدرس:

- تعرّف الصيغة القياسية للمعادلة الخطية.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانياً بإنشاء جدول قيم.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانياً باستعمال المقطعين من المحورين الإحداثيين.
- وصف مدلول كل من مقطعي معادلة خطية من المحورين الإحداثيين في مواقف حياتية.

نتائج التعلم القبلي:

- تعيين النقاط في المستوى الإحداثي.
- تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

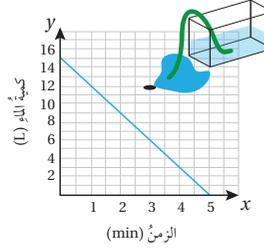
أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أذكر الطلبة بمفهوم المعادلة الخطية بمتغير واحد، مثل: $2 - 4x = 6$ ، وأوضح لهم حلّها على اللوح.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم رسم المستوى الإحداثي على ورق الرسم البياني الموجود في كتاب التمارين، وتعيين النقاط: $A(1, 2)$, $B(-2, 1)$, $C(-2, -2)$.
- أطلب إلى المجموعات التوصيل بين النقطتين A و B بمستقيم باستعمال المسطرة، ثم أسألهم:
 - « ما المحور (المحاور) التي قطعها المستقيم AB ؟
 - « ما إحداثيا نقطة (نقاط) التقاطع مع كل من المحورين x و y ؟
- أكرر الخطوة السابقة مع النقطتين B و C ، ومع النقطتين A و C .
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن استنتاجاتهم بلغتهم الخاصة، وأقدم التغذية الراجعة المناسبة لهم.

أستكشف



يُبين التمثيل البياني المجاور العلاقة بين كمية الماء المتبقية في حوض بالترات والزمن المنقضي بالدقائق منذ بدء تصريف الماء من الحوض.

1 ما كمية الماء التي كانت في الحوض عند بدء التصريف؟

2 كم دقيقة يحتاج إليها تصريف الحوض من الماء تصريفاً كاملاً؟

فكرة الدرس

- تعرّف الصيغة القياسية للمعادلة الخطية.
- أمثل المعادلة الخطية بيانياً.

المصطلحات

الصورة القياسية، الحد الثابت، المقطع x ، المقطع y

المعادلة الخطية هي المعادلة التي يمكن كتابتها على الصورة $Ax + By = C$ ، وتُسمى **الصورة القياسية** (standard form) للمعادلة الخطية.

الصورة القياسية للمعادلة الخطية

مفهوم أساسي

- **بالكلمات** الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي:

$$Ax + By = C$$

حيث $A \geq 0$ ، ولا تكون قيمتا A و B معاً صفراً، حيث A, B, C أعداد صحيحة، العامل المشترك الأكبر لها 1.

مثال 1

أحدّد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك أكتبها على الصورة القياسية.

1 $y = 6 - 5x$

أعيد كتابة المعادلة بحيث يكون كلا المتغيرين في الطرف نفسه من المعادلة.

$$y = 6 - 5x$$

المعادلة الأصلية

$$y + 5x = 6 - 5x + 5x$$

أضيف $5x$ إلى طرفي المعادلة

$$5x + y = 6$$

أبسط

المعادلة $5x + y = 6$ معادلة خطية بالصورة القياسية، حيث $A = 5$, $B = 1$, $C = 6$.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم:
 - « أين تُخزّن مياه الأمطار عادةً؟ في السدود، في البحيرات، في الآبار، ...
 - « كيف يمكن تخزين المياه في البيوت عادةً؟ في خزانات.
 - « بفرض أن لدينا خزاناً فيه كمية ثابتة من المياه، هل تبقى كمية المياه في الخزان ثابتة عندما تُفتح الحفريات في البيت؟ لا
 - « هل تزيد الكمية أم تنقص؟ تنقص.
 - « بالاعتماد على التمثيل البياني في بند (أستكشف)، ما كمية الماء التي كانت في الحوض عند بدء التصريف؟
 - « بالاعتماد على التمثيل البياني، بعد كم دقيقة أصبح حوض الماء فارغاً من الماء تماماً؟
 - أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
 - أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟
 - أعزز الإجابات الصحيحة.

- لا يقل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: (اقتربت من الإجابة الصحيحة، من يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال، وأعززه / أعززاها كما عززت من قدم الإجابة الصحيحة.

- أوضح للطلبة أن المعادلة الخطية يظهر بها متغيران مثل: x و y أو أحدهما على الأقل، بحيث يكونان منفصلين عن بعضهما بإشارة الجمع أو إشارة الطرح أو إشارة المساواة، ويكون الأس لكل منهما العدد 1
- أدون على اللوح بعض الأمثلة للمعادلة الخطية، وبعض اللأمثلة، وأوضح الشروط السابقة، نحو:

معادلة خطية	معادلة ليست خطية
$x + y = 3$	$x^2 + y = 3$
$y = 6$	$\sqrt{x} = 4$
$2y = 4x + 1$	$y = \frac{3}{x}$

- أطلب إلى الطلبة ذكر أمثلة ولا أمثلة مشابهة، مع إعطاء التبرير، وأعالج الأخطاء التي يمكن أن تظهر في إجاباتهم بتأكيد أهمية توافر جميع الشروط المذكورة أعلاه.
- أناقش مع الطلبة المفهوم الأساسي للصورة القياسية للمعادلة الخطية، وأؤكد شروط المعاملات: A, B, C

الوحدة 3

2 $3xy - 4x = 7$

بما أن الحد $3xy$ فيه متغيران، فإنه لا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By = C$ ، إذن فالمعادلة ليست خطية.

3 $4x - 8y = 12$

بما أن العامل المشترك الأكبر للأعداد 4 و 8 و 12 ليس 1، فإن المعادلة ليست مكتوبة بالصورة القياسية.

ولكتابتها بالصورة القياسية؛ أقسم كل طرف على ع. م. أ. للأعداد 4 و 8 و 12

$$4x - 8y = 12$$

$$4(x - 2y) = 12$$

$$\frac{4(x - 2y)}{4} = \frac{12}{4}$$

$$x - 2y = 3$$

إذن، فالمعادلة $x - 2y = 3$ خطية مكتوبة بالصورة القياسية، حيث $A = 1$ ، $B = -2$ ، $C = 3$

4 $\frac{7}{5}x = -4$

لتحويل معاملات المعادلة إلى أعداد صحيحة، أضرب طرفي المعادلة في 5

$$\frac{7}{5}x = -4$$

$$5 \times \left(\frac{7}{5}\right)x = 5(-4)$$

$$7x = -20$$

ويمكن كتابة المعادلة $7x = -20$ بالصورة القياسية وهي: $7x + 0y = -20$

إذن، فالمعادلة خطية بالصورة القياسية، حيث $A = 7$ ، $B = 0$ ، $C = -20$

✓ **أتحقق من فهمي:**

5 $2x = 1 - 3y$

خطية، $2x + 3y = 1$

6 $x^2 - 8y = 3$

ليست خطية

7 $\frac{1}{5}y = 2$

خطية، $0x + y = 10$

التمثيل البياني للمعادلة الخطية هو مستقيم يمر في النقاط جميعها التي تمثل حلولاً للمعادلة، وأي نقطة تقع على هذا المستقيم تمثل حلاً للمعادلة.

- ناقش مع الطلبة حل المثال 1 على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة في الفرع 2 من المثال 1 إلى أن المعادلة المعطاة ليست خطية رغم أن الأس للمتغيرين x و y هو العدد 1، وأسألهم عن سبب ذلك، وبعد الاستماع لبعض إجابات الطلبة، أوضح لهم أن الحد $3xy$ يتضمن متغيرين وثابتاً، وجميعها بينها عملية الضرب.
- أكد للطلبة عند مناقشة الفرع 4 من مثال 1 أنه يمكن ظهور متغير واحد فقط في المعادلة الخطية (x أو y)، وفي هذه الحالة فإن معامل المتغير غير الظاهر في المعادلة هو صفر.

تنبيه:

أنبه الطلبة إلى ضرورة جعل العامل المشترك الأكبر بين معاملات A ، B ، C يساوي 1، لتعد المعادلة الخطية $Ax + By = C$ على الصورة القياسية.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

أفكار

حل المعادلة الخطية هو الزوج المرتب الذي ينتج عن تعويضه في المعادلة عبارة صحيحة.

يمكن تمثيل المعادلة بإنشاء جدول قيم، وذلك باختيار قيم للمتغير x وتعويضها في المعادلة لإيجاد قيم y المقابلة لها، ثم تمثيل الأزواج المرتبة الناتجة في المستوى الإحداثي.

مثال 2

1 أمثل المعادلة $2x - y = 1$ بيانياً.

الخطوة 1 أحل المعادلة بالنسبة إلى y ؛ لتسهيل عملية إيجاد قيم y المقابلة لقيم x .

$$2x - y = 1$$

$$2x - y - 2x = 1 - 2x$$

$$\frac{-y}{-1} = \frac{1-2x}{-1}$$

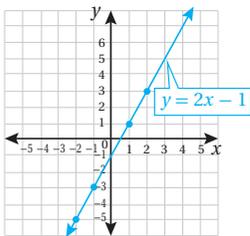
$$y = 2x - 1$$

المعادلة الأصلية
أطرح $2x$ من كلا الطرفين
أقسم طرفي المعادلة على -1
أبسط

الخطوة 2 أنشئ جدول قيم.

أختار قيماً للمتغير x ، ثم أعوضها في المعادلة لأجد قيم y المقابلة لها.

x	$2x - 1$	y	(x, y)
-2	$2(-2) - 1$	-5	$(-2, -5)$
-1	$2(-1) - 1$	-3	$(-1, -3)$
0	$2(0) - 1$	-1	$(0, -1)$
1	$2(1) - 1$	1	$(1, 1)$
2	$2(2) - 1$	3	$(2, 3)$



الخطوة 3 أمثل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، ثم أرسم مستقيماً يمرُّ بها جميعاً.

أفكار

عند تمثيل المعادلة بيانياً، أستعمل الأسهم لتوضيح أن المستقيم غير مُنتهِ.

• أوضح للطلبة مفهوم التمثيل البياني للمعادلة الخطية، وأذكرهم بمفهوم حل المعادلة الخطية، وأبين لهم إمكانية تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي.

• أناقش مع الطلبة الخطوة 1 من خطوات حل المثال 2 على اللوح، وأكد ضرورة حل المعادلة بالنسبة إلى y ؛ أي كتابة المعادلة على صورة: $y = \dots$ قبل البدء بتمثيلها بيانياً.

• أذكر الطلبة بكيفية إيجاد القيمة العددية لمتغير إذا عُلِّمت قيمة المتغير الآخر.

• أناقش الطلبة في الخطوة 2 من خطوات حل المثال على اللوح.

• أذكر الطلبة بكيفية تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي من خلال مناقشة الخطوة 3، ثم أطلب إليهم استعمال المسطرة لرسم مستقيم يمرُّ بالنقاط، وأكد أهمية وضع رؤوس أسهم لطرفي المستقيم؛ للدلالة على امتداده اللامتناهي.

إرشاد

بناء الطلاقة الإجرائية: عند حل معادلة خطية مثل $2x - y = 1$ بالنسبة إلى y ، قد يجد بعض الطلبة نقل الحدود من طرف إلى آخر في المعادلات مع مراعاة تغيير إشاراتها أسهل من حيث الإجراءات:

$$2x - y = 1$$

+y

$$-1$$

حيث تصبح المعادلة بالصورة: $2x - 1 = y$ ، وهي تكافئ الصورة: $y = 2x - 1$

إرشادات

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن قيمة المتغير x في الجدول يفرضونها بأنفسهم، ويفضل اختيار قيم بسيطة ومتنوعة لتسهيل الحسابات، مثل: $2, 1, 0, -1, -2$ ، ولكن لا بأس لو اختيرت قيم غيرها.
- أوضح للطلبة أن جعل y في الطرف الأيسر من المعادلة يسهل حساب قيمتها عند التعويض بقيمة x .
- أذكر الطلبة بأن أي نقطة تقع على المستقيم هي حل للمعادلة الخطية.

- أوضح للطلبة أنه لتمثيل المستقيم في المستوى الإحداثي يكفي تعيين أي نقطتين يمر بهما المستقيم، وأسهل طريقة لذلك هي إيجاد نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين الإحداثيين إن أمكن، ثم أوضح للطلبة مفهوم المقطع x والمقطع y .
- ناقش مع الطلبة حل الفرع 1 من المثال 3 على اللوح، وأوضح لهم أن تحديد مقطع المستقيم من المحور y يكون بتعويض قيمة $x = 0$ في معادلة المستقيم، أما تحديد مقطع المستقيم من المحور x فيكون بتعويض قيمة $y = 0$ في المعادلة، وأؤكد أهمية جعل معامل المتغير المتبقي 1 في المعادلة بعد تعويض الصفر للمتغير الآخر.
- ناقش مع الطلبة حل الفرعين 2 و 3 من المثال 3 على اللوح؛ لتوضيح كيفية تمثيل المستقيم الأفقي والمستقيم الرأسي.

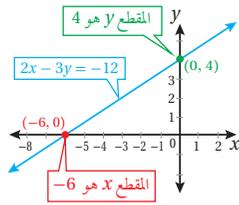
أخطاء شائعة:

- قد لا يميز بعض الطلبة بين النقطة الواقعة على أحد المحورين الإحداثيين وبين المقطع x أو المقطع y ، أوضح لهم بعض الأمثلة، مثل:
- النقطة $(-3, 0)$ تقع على المحور x ، وقيمة المقطع x تساوي -3
 - النقطة $(0, 5)$ تقع على المحور y ، وقيمة المقطع y تساوي 5

تحقق من فهمي: (2-3) أنظر ملحق الإجابات.

2 أمثل المعادلة $y = 3x$ بيانياً.

3 أمثل المعادلة $2y - 4x = 6$ بيانياً.



بما أنه يمكن تمثيل المستقيم بنقطتين، فإن أسهل طريقة لتمثيل المعادلة الخطية هي إيجاد نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين الإحداثيين (إن أمكن).

يسمى الإحداثي x للنقطة التي يقطع عندها المستقيم المحور x **المقطع x** (x -intercept)، ويسمى الإحداثي y للنقطة التي يقطع عندها المستقيم المحور y **المقطع y** (y -intercept).

مثال 3

أمثل كل معادلة مما يأتي بيانياً باستعمال المقطع x والمقطع y :

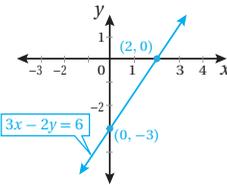
1 $3x - 2y = 6$

الخطوة 1 أجد المقطع x والمقطع y .

$3x - 2y = 6$	المعادلة الأصلية
$3(0) - 2y = 6$	أعوّض $x = 0$
$\frac{-2y}{-2} = \frac{6}{-2}$	أقسم كلا الطرفين على -2
$y = -3$	أبسط

$3x - 2y = 6$	المعادلة الأصلية
$3x - 2(0) = 6$	أعوّض $y = 0$
$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$	أقسم كلا الطرفين على 3
$x = 2$	أبسط

إذن، فالمقطع x هو 2 ، والمقطع y هو -3



الخطوة 2 أمثل نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين الإحداثيين في المستوى الإحداثي، ثم أرسم مستقيماً يصل بين النقطتين.

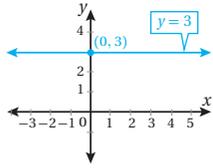
بما أن المقطع x هو 2 ، فإن المستقيم يقطع المحور x في النقطة $(2, 0)$ ، وبما أن المقطع y هو -3 ، فإن المستقيم يقطع المحور y في النقطة $(0, -3)$ ، أمثل النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم أرسم مستقيماً يصل بينهما.

2 $y = 3$

الخطوة 1 أكتب المعادلة بالصورة القياسية.

$y = 3$
 $0x + 1y = 3$

المعادلة الأصلية
الصورة القياسية للمعادلة



الخطوة 2 أجد المقطع x والمقطع y .

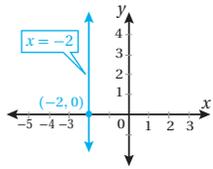
ألاحظ أن المقطع y هو 3، ولا يوجد مقطع x ، وألاحظ أيضًا أن قيمة $y = 3$ لأي قيمة x ؛ لذا فإن التمثيل البياني للمعادلة $y = 3$ هو مستقيم أفقي يقطع المحور y في النقطة $(0, 3)$.

3 $x = -2$

الخطوة 1 أكتب المعادلة بالصورة القياسية.

$x = -2$
 $1x + 0y = -2$

المعادلة الأصلية
الصورة القياسية للمعادلة



الخطوة 2 أجد المقطع x والمقطع y .

ألاحظ أن المقطع x هو -2، ولا يوجد مقطع y ، وألاحظ أيضًا أن قيمة $x = -2$ لأي قيمة y ؛ لذا فإن التمثيل البياني للمعادلة $x = -2$ هو مستقيم رأسي يقطع المحور x في النقطة $(-2, 0)$.

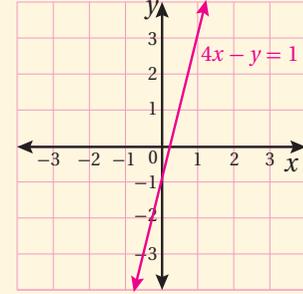
✓ **أتحقق من فهمي: (4-6) أنظر الهامش.**

4 $4x - y = 1$

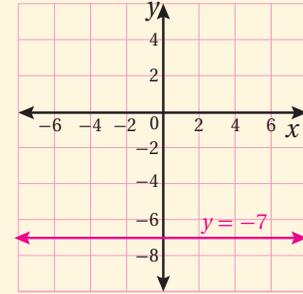
5 $y = -7$

6 $x = 5$

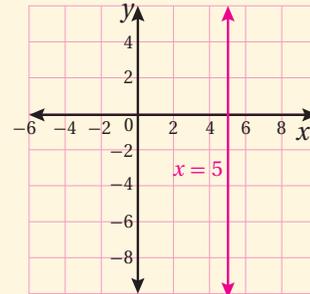
(4) أنظر رسم الطلبة، المقطع x يساوي $\frac{1}{4}$ ، المقطع y يساوي -1



(5) أنظر رسم الطلبة، لا يوجد مقطع x ، المقطع y يساوي -7



(6) أنظر رسم الطلبة، المقطع x يساوي 5، لا يوجد مقطع y



- أرسم على اللوح الشكل المعطى في المثال 4
- أسأل الطلبة:
 - « ماذا يمثل المحور x في المسألة؟ الزمن.
 - « ماذا يمثل المحور y في المسألة؟ طول فتيل الشمعة.
 - « كيف يمكن وصف العلاقة بين المتغيرين؟ علاقة عكسية، إذ إن طول الفتيل يقل مع الزمن.
 - « ما نوع التناسب الممثل في الشكل؟ تناسب عكسي.
- أذكر الطلبة بمفهوم التناسب العكسي.
- أوضح للطلبة مدلول كل من المقطع y والمقطع x ، وأكد أهمية الانتباه إلى ما يمثله كل من المحورين x و y عند إعطاء وصف لفظي لمدلول المقطع.

إرشاد: يمكن عرض الشكل إذا توفر لدي

جهاز Data Show، ويمكن أيضاً توزيع ورقة عمل تتضمن المسألة والشكل المعطى فيها، وتنفيذ إجراءات التدريس بالعمل في مجموعات.

سؤال إضافي:

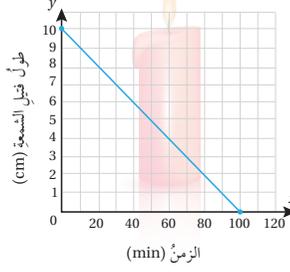
- « كم يصبح طول الشمعة عندما تنقضي ساعة واحدة منذ بدء إشعال الفتيل؟ 4 cm

4 التدريب

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-14) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن/ تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

مثال 4: من الحياة



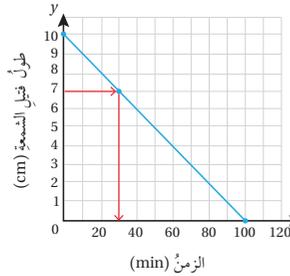
شمعة: يبيّن التمثيل البياني المجاور العلاقة بين طول فتيل شمعةٍ بالسنتيمترات و الزمن بالدقائق منذ بدء إشعاله.

- 1 أجد المقطع x والمقطع y للعلاقة.

المقطع x هو 100	قيمة $x = 100$ عندما قيمة $y = 0$
المقطع y هو 10	قيمة $y = 10$ عندما قيمة $x = 0$

2 أصف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

المقطع y يساوي 10 ويعني أن طول فتيل الشمعة 10 cm عند إشعاله، المقطع x يساوي 100، وهذا يعني أن فتيل الشمعة احترقَ احتراقاً كاملاً بعد 100 دقيقة، ولم يبق منه شيء.



3 بعد كم دقيقة يكون طول فتيل الشمعة 7 cm؟

أحدّد 7 cm على المحور y ، ثم أحدّد النقطة التي تقابلها على المستقيم، وأحدّد الإحداثي x للنقطة وهو 30. إذن، يكون طول فتيل الشمعة 7 cm بعد 30 دقيقة من إشعاله.

أتحقق من فهمي:

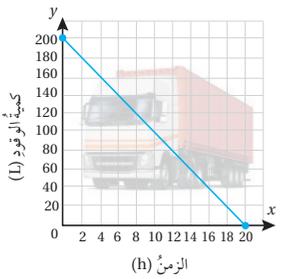
وقود: يبيّن التمثيل البياني المجاور العلاقة بين عدد لترات الوقود المتبقية في خزان شاحنة وعدد ساعات قيادتها.

- 4 أجد المقطع x والمقطع y للعلاقة.

(4-6) أنظر ملحق الإجابات.

5 أصف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

6 بعد كم ساعة قيادة يبقى في خزان الشاحنة 100 L من الوقود؟



المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي الأسئلة 12، 13، 14 (رحلة) أعزز الوعي البيئي لدى الطلبة بالمحافظة على بيئة صحية وآمنة بعدم إلقاء المخلفات أو النفايات في أماكن التنزه والشواطئ، والمحافظة على نظافتها وجمالها.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى فقرة (مهارات التفكير العليا)، وأطلب إليهم حل المسائل (22-23).
- أرسد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 22 (تحدّ) أوجه الطلبة إلى أنه يمكن إيجاد أكثر من حل لهذا السؤال.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 15, 16, 17 كتاب التمارين: (1-3), (5-7)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 23, (17-15) كتاب التمارين: (4-10)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18-23) كتاب التمارين: 11, 12, 13

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أوجه الطلبة لوضع خطوات توضح كيفية كتابة المعادلة: $\frac{2x}{3} - 1 = \frac{3y}{4}$ بالصورة القياسية، ثم تحديد مقطعيها من المحورين x و y .

المعادلة بالصورة القياسية: $8x - 9y = 12$

المقطع y يساوي $-\frac{4}{3}$ ، والمقطع x يساوي $\frac{3}{2}$

أتحرب وأحل المسائل

أحدّد ما إذا كانت كل معادلة ممّا يأتي خطيّة أم لا، وإذا كانت كذلك أكتبها على الصورة القياسية:

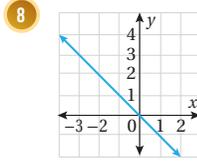
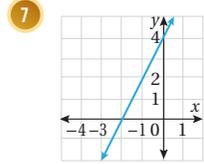
1 $2x = 7y$ 2 $y = 1 - x^2$ 3 $9xy + 11x = 6$

خطية، $2x - 7y = 0$ ليست خطية ليست خطية

أمثّل كل معادلة ممّا يأتي بيانيًا بإنشاء جدول قيم: (4-6) أنظر ملحق الإجابات.

4 $y = -1$ 5 $y - x = 8$ 6 $3x + 2y = 15$

أجدد المقطع x والمقطع y لكل معادلة ممّا يأتي:



المقطع x يساوي 0 المقطع y يساوي -2، والمقطع y يساوي 4

أمثّل كل معادلة ممّا يأتي بيانيًا باستعمال المقطع x والمقطع y :

(9-11) أنظر ملحق الإجابات.

9 $x = 4y - 6$ 10 $x + 6 = 0$ 11 $\frac{4x}{3} = \frac{3y}{4} + 1$



رحلة: ملأ رامي خزان سيارته بالوقود استعدادًا لرحلة إلى مدينة العقبة. والمعادلة $y = 18 - 2x$ تعطي كمية الوقود بالتراتب المتبقية في خزان السيارة بعد قيادتها x ساعة.

12 أجدد المقطع x والمقطع y للمعادلة المعطاة، ثم أستعمل المقطعين لتمثيل المعادلة بيانيًا. المقطع x يساوي 9، والمقطع y يساوي 18. أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطتين (9, 0)، (0, 18).

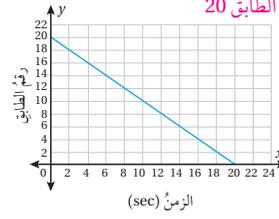
13 أصف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

14 بعد كم ساعة من قيادة السيارة يتبقى $\frac{1}{4}$ الوقود في الخزان؟

بعد 6.75 ساعة، أي بعد 6 ساعات و 45 دقيقة.

الوحدة 3

بناية: يبيّن التمثيل البياني المجاور العلاقة بين رقم الطابق في أحد الأبراج التجارية والزمن الذي يقضيه الراكب بالثواني في المصعد حتى يصل إلى هذا الطابق. فإذا علمت أنّ رقم الطابق الأرضي 0، فأجب عن كلّ ممّا يأتي:



15 من أي طابق صعد الراكب إلى المصعد؟ من الطابق 20

16 بعد كم ثانية وصل الراكب إلى الطابق الأرضي؟ 20 s

17 بعد كم ثانية وصل الراكب إلى الطابق الثامن؟ 12 s

أتذكّر

الأعداد الكليّة:
0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

هندسة: محيط المستطيل في الشكل المجاور 12 cm



$$x + y = 6$$

18 أكتب معادلة بالصورة القياسية تمثل محيط المستطيل.

19 أجد المقطع x والمقطع y للتمثيل البياني لمعادلة محيط

المستطيل. المقطع x يساوي 6، والمقطع y يساوي 6

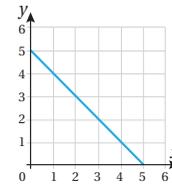
20 أمثل المعادلة بيانياً. أنظر ملحق الإجابات.

21 أجد ثلاثة أزواج مرتبة تمثل أبعاد المستطيل، على أن تكون قيم x و y أعداداً كليّة.

إجابة ممكنة: (1, 5), (2, 4), (3, 3).

مهارات التفكير العليا

22 **تحلّ:** يبيّن التمثيل البياني المجاور المستقيم $x + y = 5$.



أرسم مستقيماً على الصورة $x = a$ ، ومستقيماً

على الصورة $y = b$ ، على أن تكون المساحة بين

المستقيمتين الثلاثة 4.5 وحدات مربعة.

23 أنظر ملحق الإجابات.

تبرير: أمثل المعادلات $x = 5$, $x = 2$, $y = -2$, $y = 1$ في المستوى الإحداثي

نفسه، ثم أجد الشكل الهندسي المغلق الناتج عن المستقيمتين. أبرز إجابتي.

24 **أكتب:** كيف أكتب معادلة خطية بالصورة القياسية؟

أنظر إجابات الطلبة.

(23) مربع طول ضلعه 3 وحدات. المسافة بين $x = 5$ و $x = 2$ يساوي 3، المسافة بين $y = 1$ و $y = -2$ يساوي 3

113

نشاط التكنولوجيا:

• أوّجه الطلبة إلى استعمال برمجة جيو جبرا لتمثيل المستقيم الذي معادلته $2y + 4x = 5$ ، وإيجاد المقطع x والمقطع y بدقة عن طريق البرمجة، على النحو الآتي:

« فتح برمجة جيو جبرا.

« استعمال لوحة المفاتيح لإدخال المعادلة

$2y + 4x = 5$ في شريط Input ثم ضغط

مفتاح Enter.

• أطلب إلى الطلبة تغيير معاملي المتغيرين في المعادلة وملاحظة التغير في قيمة المقطع x وقيمة المقطع y ، وأطلب إليهم وصف شكل المستقيم عندما يكون أحد المعاملين صفراً. ويمكن إجراء التغيير على المعاملات بالنقر المزدوج على معادلة المستقيم وتغيير قيمة معامل x في جزء Algebra، أو تغيير قيمة معامل y ، أو تغيير كلا القيمتين، ثم ضغط مفتاح Enter بعد كل تغيير.

تعليمات المشروع

• أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن صورة لخريطة المملكة الأردنية الهاشمية تظهر عليها المدن الرئيسية، والاحتفاظ بالصورة على جهاز الحاسوب في ملف محدد، ثم أوّجههم لكيفية إدراجها على برمجة جيو جبرا وفق الآتي:

« بعد فتح برمجة جيو جبرا، أختار قائمة Edit، ومن نافذتها المنبثقة أختار Insert Image from File.

« أحدد الصورة من الملف الذي حفظتها فيه، ثم أختار Open.

« أوضح للطلبة أن النقطتين A , B اللتين تظهران عند زاويتين للصورة يُمكن بهما التحكم بموقع الصورة وتكبيرها أو تصغيرها في المستوى الإحداثي المخصص للرسومات في برمجة جيو جبرا.

6 الختام

• أوّجه الطلبة إلى بند (أكتب) للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.

• إذا لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال، مثل:

« أجد ناتج كل ممّا يأتي:

1 أمثل المعادلة $y + 2x = 6$ بيانياً بإنشاء جدول قيم.

2 أمثل المعادلة $y - x = 4$ بيانياً باستعمال المقطع x والمقطع y .



تُستعمل إشارات المرور المجاورتان لتنبه السائقين على مقدار انحدار الطريق، وذلك بإيجاد نسبة الارتفاع أو الهبوط إلى كل 100 m أفقيًا. فما الفرق بين الإشارتين؟
نسبة انحدار الطريق 10% أكبر من نسبة انحدار الطريق 8%، مما يعني أن الطريق في الحالة الأولى أشد انحدارًا.

فكرة الدرس

أجد ميل المستقيم.

المصطلحات

ميل المستقيم، التغير الرأسي، التغير الأفقي، معدل التغير.

نتائج الدرس:

- إيجاد ميل مستقيم ما في نقطتين معلومتين.
- استعمال ميل المستقيم لتفسير معنى (معدل التغير) في مواقف حياتية.

نتائج التعلم القبلي:

- تمثيل معادلة مستقيم بيانيًا في المستوى الإحداثي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقدة التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقدة التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم رسم المستوى الإحداثي على ورق الرسم البياني الموجود في نهاية كتاب التمارين، وتعيين النقطة (1, 1) في المستوى الإحداثي وعدّها نقطة الانطلاق.

- أطلب إلى الطلبة تعيين النقطة (1, 3) في المستوى الإحداثي نفسه، ثم أسألهم الأسئلة الآتية:

« أي الإحداثيين تغير؟ الإحداثي y .

« ما مقدار هذا التغير؟ وحدتان.

- أوضح للطلبة أن التغير في الإحداثي y يُسمى (التغير الرأسي).

- أطلب إلى الطلبة تعيين النقطة (5, 1) في المستوى الإحداثي نفسه، ثم أسألهم السؤالين السابقين، ثم أوضح لهم أن التغير في الإحداثي x يُسمى (التغير الأفقي).

أستكشف

تُستعمل إشارات المرور المجاورتان لتنبه السائقين على مقدار انحدار الطريق، وذلك بإيجاد نسبة الارتفاع أو الهبوط إلى كل 100 m أفقيًا. فما الفرق بين الإشارتين؟
نسبة انحدار الطريق 10% أكبر من نسبة انحدار الطريق 8%، مما يعني أن الطريق في الحالة الأولى أشد انحدارًا.

ميل المستقيم (slope of a line) هو مصطلح يُستعمل لوصف مقدار انحدار المستقيم. فالميل هو نسبة التغير الرأسي (rise) إلى التغير الأفقي (run).

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

ولإيجاد ميل المستقيم غير الرأسي في المستوى الإحداثي يمكننا إيجاد نسبة التغير في الإحداثي y (التغير الرأسي) إلى التغير في الإحداثي x (التغير الأفقي) بين أي نقطتين على المستقيم.

ميل المستقيم

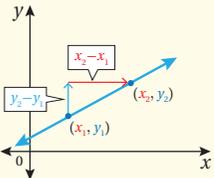
مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

• **بالرموز:** يمكن إيجاد الميل (m) للمستقيم غير الرأسي المارّ بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) على النحو الآتي:

$$m = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

التغير في y ←
التغير في x ←



تنبيه: أوضح للطلبة أن اتجاه الحركة نحو اليمين من نقطة الانطلاق يعني أن التغير الأفقي موجب، ويكون سالبًا عند التحرك من نقطة الانطلاق باتجاه اليسار، وكذلك يكون التغير الرأسي موجبًا أو سالبًا حسب اتجاه الحركة من نقطة الانطلاق إلى أعلى أو إلى أسفل على الترتيب.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وأسألهم:

« ما أهمية إشارات المرور؟ إرشاد السائقين لضبط سرعة المركبة أو الانتباه لخطر ما.

« ما الذي يدلّ عليه اللون الأصفر في إشارات المرور؟ التحذير من وجود خطر.

« ما الأخطار التي تنبّه إليها الإشارات الموضحة في الصور؟ خطر الانزلاق، أو فقدان السيطرة على المركبة.

« ما الذي يُفهم من النسب المئوية الظاهرة في الشكل؟ مقدار انحدار الطريق.

« ما الفرق بين الإشارتين؟ تدل الإشارة التي على اليمين على أن انحدار الطريق أكبر.

- أستمع لإجابات بعض الطلبة، وأقدم التغذية الراجعة المناسبة.

أدون المفهوم الأساسي لميل المستقيم بالكلمات وكيفية التعبير عنه بالرموز على اللوح، ثم أرسّم الحالات الأربع التي توضح الميل (الموجب، السالب، الصفر، غير المعرف) وأوضحها للطلبة، وأؤكد أن التحرك من اليسار إلى اليمين في الحالات الثلاث الأولى.

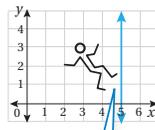
مثال 1

- أناقش مع الطلبة الحالات الأربع لحساب ميل المستقيم المارّ بنقطتين معلومتين من خلال حل المثال 1 معهم على اللوح، وأوضح لهم التغيير الرأسي والأفقي بالتمثيل في المستوى الإحداثي.

تنبيه: قد يظن بعض الطلبة خطأً أن حاصل قسمة عدد على صفر يساوي صفرًا؛ لذا أوضح لهم أن أي عدد (غير الصفر) مقسومًا على صفر هو قيمة غير معرفة، وأن العدد صفر مقسومًا على عدد (غير الصفر) يساوي صفرًا.

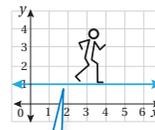
يمكن أن يكون ميل المستقيم سالبًا أو موجبًا أو صفرًا أو غير مُعرّف كما يظهر في التمثيلات البيانية أدناه. للمقارنة بين ميل المستقيمت المختلفات أتخيّل نفسي أسير على كل منحني من اليسار إلى اليمين:

الميل غير مُعرّف



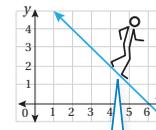
مستقيم عمودي

الميل صفر



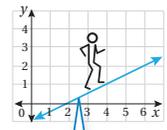
مستقيم أفقي

الميل سالب



ينحدر المستقيم إلى الأسفل عند التحرك من اليسار إلى اليمين

الميل موجب

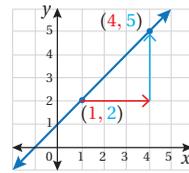


يرتفع المستقيم إلى الأعلى عند التحرك من اليسار إلى اليمين

مثال 1

أجد ميل المستقيم المارّ بكلّ نقطتين ممّا يأتي:

1 (1, 2), (4, 5)



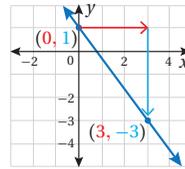
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 2}{4 - 1} = \frac{3}{3} = 1$$

صيغة الميل

أعوّض عن (x_1, y_1) بـ (1, 2) وعن (x_2, y_2) بـ (4, 5) أبسط

إذن، ميل المستقيم هو 1

2 (0, 1), (3, -3)



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 1}{3 - 0} = -\frac{4}{3}$$

صيغة الميل

أعوّض عن (x_1, y_1) بـ (0, 1) وعن (x_2, y_2) بـ (3, -3) أبسط

إذن، ميل المستقيم هو $-\frac{4}{3}$

إرشادات

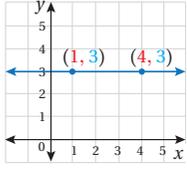
- يساعد استعمال لوح متنقل خاص بالمستوى الإحداثي على تمثيل المعادلات بسهولة، ويوفر الوقت المستفاد في رسم المحاورين الإحداثيين وتقسيمهما، ويمكن إعداده بسهولة برسم المستوى الإحداثي على طبق من الكرتون المقوّى ثم تغطيته بلاصق شفاف.
- إذا توفر جهاز Data Show يمكن عرض الأشكال التي توضح الحالات الأربع للميل من كتاب الطالب.

إرشادات:

- يُفضّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال في خطوة تحديد التغير الرأسي والأفقي؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيل التغير، وبخاصة أولئك الذين يمتنعون بذكاء بصري.
- أوضح للطلبة أن ميل المستقيم المارّ بالنقطتين (x_1, y_1) , (x_2, y_2) يُمكن أن يُحسب على النحو الآتي:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

3 (1, 3), (4, 3)



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{3 - 3}{4 - 1}$$

$$= \frac{0}{3} = 0$$

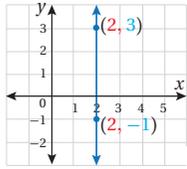
صيغة الميل

أعوّض عن (x_1, y_1) بـ (1, 3)
وعن (x_2, y_2) بـ (4, 3)

أبسّط

إذن، ميل المستقيم هو 0

4 (2, 3), (2, -1)



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-1 - 3}{2 - 2}$$

$$= \frac{-4}{0}$$

صيغة الميل

أعوّض عن (x_1, y_1) بـ (2, 3)
وعن (x_2, y_2) بـ (2, -1)

أبسّط

إذن، ميل هذا المستقيم غير مُعرّف.

أتحقق من فهمي:

5 (-1, 2), (3, 5) $\frac{3}{4}$

6 (-1, -2), (-4, 1) -1

7 (1, 2), (-3, 2) 0

8 (1, 5), (1, -4) غير معرف

إذا علّم ميل المستقيم وإحداثيات نقطة عليه، فيمكن إيجاد الإحداثيات المجهول لأي نقطة أخرى على المستقيم.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة

عند حساب ميل المستقيم المارّ بنقطتين مثل: (2, 5), (3, 4) فيكتبون:

$$m = \frac{3-2}{4-5} \text{ أو } m = \frac{4-3}{5-2} \text{ أو } m = \frac{4-5}{2-3}$$

وتنتج مثل هذه الأخطاء عن خطأ في تسمية إحداثيات النقاط؛ ولعلاج ذلك أوجه الطلبة إلى تسمية النقطتين على النحو الآتي:

$$\begin{array}{cc} (x_2, y_2) & (x_1, y_1) \\ \downarrow \downarrow & \downarrow \downarrow \\ (3, 4) & (2, 5) \end{array}$$

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

1 أجد قيمة s التي تجعل ميل المستقيم المارّ بالنقطتين $(-2, 1)$ و $(3, s)$ يساوي $\frac{3}{5}$
أفترض أنّ النقطة $(-2, 1)$ هي (x_1, y_1) ، والنقطة $(3, s)$ هي (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

صيغة الميل

$$\frac{3}{5} = \frac{s - 1}{3 - (-2)}$$

$$x_1 = -2, x_2 = 3, y_1 = 1, y_2 = s$$

$$\frac{3}{5} = \frac{s - 1}{5}$$

أبسط

$$5(s - 1) = 3 \times 5$$

خاصية الضرب التبادلي

$$5s - 5 = 15$$

خاصية التوزيع

$$5s = 20$$

أجمع 5 لكلا الطرفين

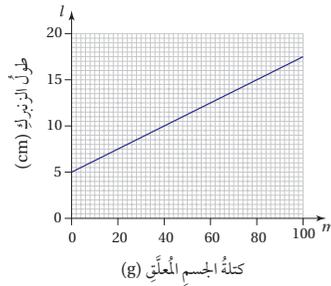
$$s = 4$$

أقسم طرفي المعادلة على 5

✓ **أتحقق من فهمي:**

2 أجد قيمة k التي تجعل ميل المستقيم المارّ بالنقطتين $(3, 1)$ و $(k, 2)$ يساوي $-\frac{1}{6}$ $k = -3$

معدل التغير (rate of change) هو نسبة تصف مقدار تغير كمية بالنسبة إلى تغير كمية أخرى، ويمكننا استعمال ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين هاتين الكميتين لتفسير معنى معدل التغير في المسائل الحياتية.



مثال 3: من الحياة

يبيّن التمثيل البيانيّ المجاور طول زنبرك l بالسنتيمترات، عند تعليق جسم كتلته m غرام به.

1 أجد طول الزنبرك قبل تعليق أي كتلة به.

طول الزنبرك قبل تعليق أي كتلة به 5 cm ، وهي القيمة التي تقابل الكتلة 0 g في التمثيل.

- أيّن للطلبة إمكانية إيجاد إحداثي مجهول لأي نقطة على مستقيم، إذا عُلم ميل المستقيم وإحداثيا نقطة أخرى عليه.
- أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأحرص على تسمية النقطتين تسمية صحيحة، وأذكرهم بكيفية حل المعادلة الخطية بمتغير واحد.

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة مفهوم (معدل التغير) وعلاقته بميل المستقيم.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أوضح لهم المطلوب من كل فرع من أفرع المثال، وكيفية قراءة التمثيل البياني واستخراج المعلومات المطلوبة منه.
- أكد أهمية توخي الدقة عند تحديد نقطتين على المستقيم في التمثيل البياني المعطى، وأذكر الطلبة بأن أي نقطتين تقعان على المستقيم يمكن استعمالهما لإيجاد الميل.

✓ إرشاد: يمكن استعمال زنبرك تُعلّق به أثقال

ذات كتل مختلفة لتوضيح العلاقة بين كتلة الجسم المعلق وطول الزنبرك (أستفسر عن توفر الزنبرك والأثقال في مختبر العلوم في المدرسة).

سؤال إضافي:

لتدريب الطلبة على التعامل مع الكسور والأعداد الكسرية، أوجّه للطلبة السؤال الإضافي الآتي:

« أجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين $m = \frac{-7}{20}$ ؟ $(2, \frac{1}{2}), (-3, 2\frac{1}{4})$

أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوَّجَّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-8)، والمسألتين 12 و 13 ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.

- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من زميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب وكتاب التمارين. ففي السؤال 14 أوضح للطلبة أهمية توفير الممرات المائلة التي تسهل حركة ذوي الإعاقات الحركية، وأوجههم إلى أن الخُلق السويّ يوجب على الجميع احترام ذوي الإعاقات ومساعدتهم، وعدم السخرية منهم أو التنمّر عليهم.

2 أجد معدّل تغير طول الزنبرك بالنسبة إلى كتلته، ثم أبين ماذا يمثل.

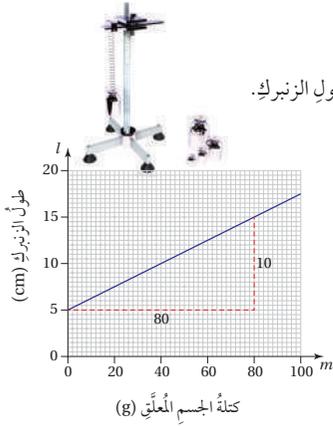
لإيجاد معدّل التغير أجد ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين الكتلة وطول الزنبرك.

أستعمل النقطتين (0, 5) و (80, 15) لإيجاد ميل المستقيم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{صيغة الميل}$$

$$= \frac{15 - 5}{80 - 0} \quad \text{أعوّض عن } (x_1, y_1) \text{ بـ } (0, 5) \text{ وعن } (x_2, y_2) \text{ بـ } (80, 15)$$

$$= \frac{10}{80} = \frac{1}{8} \quad \text{أبسّط}$$



كتلة الجسم المعلق (g)

إذن، ميل المستقيم هو $\frac{1}{8}$ ، وهو يمثل معدّل التغير في طول الزنبرك لكلّ غرام من الكتلة، حيث إن طول الزنبرك يزداد بمقدار $\frac{1}{8}$ cm لكلّ غرام يُضاف إليه.

أتحقّق من فهمي:

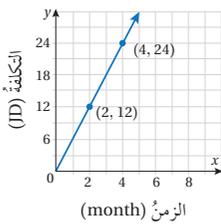
يبين التمثيل البياني المجاور متوسط تكلفة تشغيل ثلاجة (بالدينار) شهراً عدة.

3 أجد تكلفة تشغيل الثلاجة مدة 3 أشهر. JD 18

4 أجد معدّل تغير تكلفة تشغيل الثلاجة بالنسبة إلى الزمن، ثم أوضح ماذا يمثل.

معدّل التغير 6، و يمثل معدّل تكلفة التشغيل بالنسبة للزمن

حيث تزداد التكلفة بمقدار 6 JD لكل شهر إضافي من التشغيل.



أُتدرب وأحلّ المسائل

أندكر

أراعي الترتيب عند تعويض إحداثيات الزوجين المُرتبين في

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{صيغة الميل}$$

أجد ميل المستقيم المارّ بكلّ نقطتين ممّا يأتي:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1 (3, 3), (5, 7) | 2 (6, 1), (4, 3) -1 |
| 3 (-2, -6), (-2, 6) غير معرّف | 4 (5, -7), (0, -7) 0 |
| 5 (-1, 0), (0, -5) -5 | 6 (4, 1), (12, 8) $\frac{7}{8}$ |

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، وأطلب إليهم حل المسائل (19 - 21).

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 19, (9-11) كتاب التمارين: 5, 6, 10
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 20, (14-18) كتاب التمارين: 1, 4, 9, 10
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (16-21) كتاب التمارين: 2, 3, (7-10)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:
« ABCD مستطيل إحداثيات 3 من رؤوسه $A(-2, 2)$, $B(-2, 8)$, $C(6, 8)$ المستقيم المارّ بالرأسين B و D بطريقتين مختلفتين.

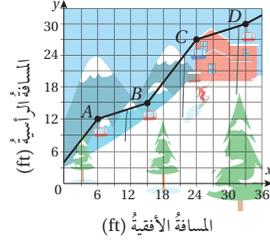
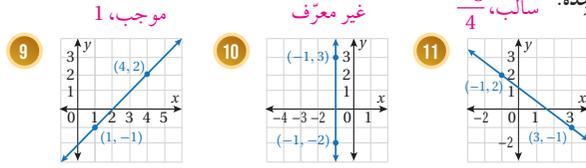
ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية، ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

الوحدة 3

أجد قيمة s التي تجعل ميل المستقيم (m) المارّ بكلّ نقطتين ممّا يأتي على نحوٍ ما هو مُعطى:

7 $(6, -2), (s, -6), m = 4$ 8 $(9, s), (6, 3), m = -\frac{1}{3}$

أحدّد ما إذا كان ميل كلّ مستقيم ممّا يأتي سالباً أم موجباً أم صفراً أم غير معرّف، ثمّ أجدّه:



ترنّج: بيّن التمثيل البيانيّ المجاور المنظر الجانبيّ لمضعد ترنّج.

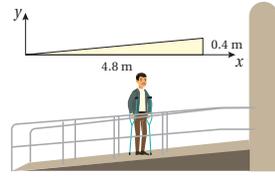
أجد ميل كلّ من: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD}

أأي جزء من مضعد الترنّج يُعدّ الأشدّ انحداراً؟ أبرّر إجابتي.

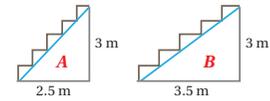
\overline{BC} ، لأن ميله أكبر من ميل باقي الأجزاء.

منحدرات: تتصّ قوانين البناء المتعلقة

بمنحدرات وصول الأشخاص ذوي الإعاقة الحركية إلى الأبنية على أنّ كلّ ارتفاع رأسيّ بمقدار 0.4 m يتطلّب مساراً أفقيّاً طوله 4.8 m. أجد ميل هذا المنحدر.



$\frac{1}{12}$



درج: بيّن الشكل المجاور درجين مُصمّمين للدخول إلى أحد المباني. فأأي الدرجين أختار صعوداً للدخول إلى

المبنى؟ أبرّر إجابتي. إجابة محتملة: B ، لأنه أقل انحداراً

(ميل A هو $1.2 = \frac{3}{2.5} < \frac{3}{3.5} \approx 0.86$ هو B إذا رغبت بذل جهد أقل في الصعود.)

أتعلّم

كلّما زادت القيمة المطلقة للميل، كان المستقيم أشدّ انحداراً.

12 $\overline{CD}: m = \frac{1}{3}$,

$\overline{BC}: m = \frac{4}{3}$, $\overline{AB}: m = \frac{1}{3}$

✓ إرشاد:

في السؤال 15، أقبّل إجابات الطلبة الذين يختارون صعود الدرج ذي الميل الأكبر، إذ قد يبررون ذلك برغبتهم في تمرين عضلات أرجلهم وبذل مجهود أكبر.

توسعة:

أطلب إلى الطلبة إعداد مقالة من خلال البحث في شبكة الإنترنت عن أشهر مواقع التزلج العالمية، وتدعيم المقالة بالصور، مع ضرورة توثيق مصادر المعلومات.

نشاط التكنولوجيا:

أوجّه الطلبة إلى تصفّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي:

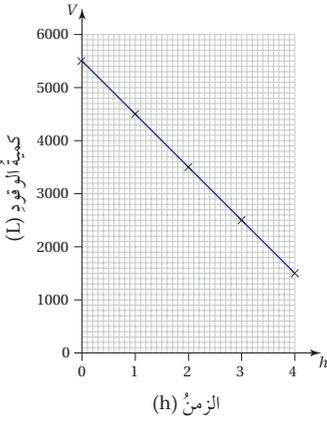


إذ يجب الطلبة عن أسئلة تتعلق بميل المستقيم، عن طريق لعبة تفاعلية.

تعليمات المشروع:

أوجّه الطلبة إلى تنفيذ خطوات مشروع الوحدة (3-6)، وأحرص على توضيح هذه الخطوات باستعمال جهاز Data Show أو على أجهزة الكمبيوتر أو على الهاتف النقال وباستعمال برمجية جيوجبرا؛ للتأكد من إتقانهم مهارة التحكم بميل المستقيم m والتحكم بمقطعه من المحور الرأسي b بإدراج منزلق Slider، وإجراء إعادة التسمية المطلوبة.

ملحوظة: في حال عدم توفر جهاز Data Show، أدون الإجراءات على اللوح، وأطلب إلى الطلبة تنفيذها باستعمال أجهزة الحاسوب.



طائرة: يبيّن التمثيل البياني المجاور كمية الوقود V بالترات في خزان طائرة بعد h ساعة.

16 ما كمية الوقود في خزان الطائرة عند انطلاقها؟ $5500 L$

17 ما كمية الوقود في الخزان بعد مرور $3.5 h$ ؟ $2000 L$

18 أجد معدّل تغيير كمية الوقود في الخزان بالنسبة إلى الزمن، ثمّ أبيّن ماذا يمثل.

معدّل التغير -1000 ، وهذا يعني استهلاك $1000 L$ من الوقود لكل ساعة طيران.

مهارات التفكير العليا

19 **اكتشف الخطأ:** أوجد مهندّم ميل المستقيم المارّ بالنقطتين $(0, 2)$ ، $(5, 4)$ ، وكان حله على النحو الآتي:

لم يراعي الترتيب عند تعويض الزوجين المرتبين في صيغة الميل.

$$m = \frac{2-4}{5-0} = -\frac{2}{5} \quad \times$$

الصحیح:

$$m = \frac{2-4}{0-5} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

أبيّن الخطأ الذي وقع فيه مهندّم وأصحّحه.

إرشاد

أوظّف الميل في تبرير إجابتی.

20 **تبریر:** هل تقع النقاط $A(1, 3)$ ، $B(4, 2)$ ، $C(-2, 4)$ على المستقيم نفسه؟ أبرّر إجابتی. نعم؛ لأن ميل $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = -\frac{1}{3}$

21 **مسألة مفتوحة:** أجد نقطتين تقعان على مستقيم ميله -9 - إجابة ممكنة: $(0, 30)$ ، $(1, 21)$.

22 **اكتب:** كيف أجد ميل مستقيم مارّ بنقطتين؟ أنظر إجابات الطلبة.

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه أسئلة لهم، مثل:

« أجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين: $(-1, 3)$ ، $(2, 6)$

$$m = 1$$

إرشاد: في السؤال 20 (تبرير) قد يحتاج بعض الطلبة إلى توضيح كيف يمكن توظيف الميل لتبرير وقوع النقاط الثلاث المعطاة على استقامة واحدة، وذلك بتأكيد حساب الميل لكل نقطتين معاً.

المفاهيم العابرة للمواد

في السؤال 20، أؤكد أهمية تبرير الإجابة وتقديم الحجج المنطقية، فهي إحدى المفاهيم العابرة للمواد.

نتائج الدرس:

- كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانياً باستعمال الميل والمقطع y .
- كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانياً بصيغة الميل والمقطع y .

نتائج التعلم القبلي:

- إيجاد ميل المستقيم ومقطعيه من المحورين الإحداثيين من معادلة معطاة.
- تمثيل مستقيم في المستوى الإحداثي.

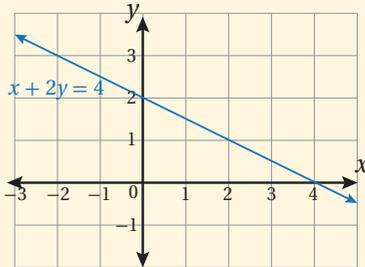
مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أرسم الشكل الآتي على اللوح:



- أكتب معادلة المستقيم الممثل بالصورة القياسية.
- أطلب إلى الطلبة تحديد المقطع y والميل.
- أطلب إلى الطلبة إعادة كتابة المعادلة من الصورة القياسية إلى صورة مكافئة يكون فيها المتغير y على الطرف الأيسر وحده.
- أطلب إلى الطلبة تحديد الميل والمقطع y من الصورة المكافئة، وأستمع لملاحظاتهم.

أستكشف



يبلغ متوسط درجة الحرارة على سطح الأرض 20°C تقريباً. وترتفع درجة الحرارة تحت سطح القشرة الأرضية بمعدل 25°C لكل كيلومتر من العمق. أكتب معادلةً بمتغيرين تمثل درجة الحرارة لكل كيلومتر تحت سطح الأرض.

فكرة الدرس

أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وأمثلها بيانياً.

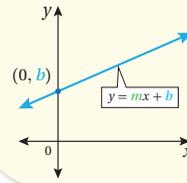
المصطلحات

صيغة الميل والمقطع

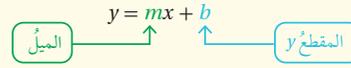
تعلمت سابقاً كيفية إيجاد الميل والمقطعين الإحداثيين للمستقيم. ويمكنني استعمال الميل والمقطع y لكتابة معادلة أي مستقيم بصيغة الميل والمقطع (slop-intercept form).

صيغة الميل والمقطع

مفهوم أساسي



• **بالكلمات:** صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي: $y = mx + b$ ، حيث m ميل المستقيم، و b المقطع y له.



• **بالرموز:**

مثال 1

1 أكتب معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{4}{5}$ والمقطع y له -7 بصيغة الميل والمقطع.

أعوّض الميل والمقطع y في صيغة الميل والمقطع

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{4}{5}x + (-7)$$

$$y = \frac{4}{5}x - 7$$

صيغة الميل والمقطع

$$m = \frac{4}{5}, b = -7$$

أبسّط

$$y = \frac{4}{5}x - 7$$

إذن، معادلة المستقيم $y = \frac{4}{5}x - 7$

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
« ما أهمية اعتدال درجة الحرارة على سطح الأرض؟ لتكون بيئة مناسبة للحياة. »
- « كم تبلغ درجة حرارة الأرض على عمق 1 km؟ $20 + 1 \times 25 = 45$ »
- « كم تبلغ درجة حرارة الأرض على عمق 2 km؟ $20 + 2 \times 25 = 70$ »
- « كيف يمكن التنبؤ بدرجة حرارة الأرض على عمق x km؟ $20 + x \times 25$ »
- « أكتب معادلة بمتغيرين تمثل درجة الحرارة لكل كيلومتر تحت سطح الأرض. »
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟ »
« من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟ »
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أدون معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع على اللوح كما وردت في المفهوم الأساسي، مع توضيح الرموز الواردة فيها.
- أوضح المعادلة لصيغة الميل والمقطع بالرسم.
- أدون على اللوح بعض الأمثلة لمعادلات خطية مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، وأطلب إلى الطلبة تحديد كل من m و b .

- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 1 على اللوح، وأوضح كيفية تعويض كل من الميل والمقطع y في صيغة المعادلة $y = mx + b$.
- أذكر الطلبة بحل المعادلة الخطية بمتغير واحد عند حل الفرع 2 من المثال 1، وأوضح لهم كيفية الاستفادة من النقطة المعطاة لتحديد قيمة المقطع y ، مع تأكيد أهمية تسلسل خطوات الحل بالترتيب الموضح.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 3 من المثال 1 على اللوح، وأوضح لهم أن الميل في هذا الفرع من المثال غير معطى، ولكن يمكن إيجاده باستعمال صيغة الميل، بما أن نقطتين يمر بهما المستقيم معلومتان.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنّباً لإحراجه.

إرشادات: ✓

- أوجّه الطلبة إلى الانتباه للإشارتين - , + عند تعويض قيمة كل من m, b في صيغة المعادلة.
- عند مناقشة الخطوة 2 من الفرع 3، أوجّه الطلبة إلى أنه يمكن استعمال النقطة $(5, -8)$ لتحديد المقطع y ، وأطلب إليهم التحقق من ذلك.

2 أجد معادلة المستقيم المارّ بالنقطة $(1, 5)$ وميله 2 بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 أستعمل الميل وإحداثيّ النقطة لإيجاد قيمة b .

$$\begin{aligned} y &= mx + b && \text{صيغة الميل والمقطع} \\ 5 &= 2(1) + b && \text{أعوّض } m = 2, y = 5, x = 1 \\ 5 &= 2 + b && \text{أبسّط} \\ 5 - 2 &= 2 + b - 2 && \text{أطرح 2 من كلا الطرفين} \\ 3 &= b && \text{أبسّط} \end{aligned}$$

2 أعوّض الميل والمقطع y في صيغة الميل والمقطع.

$$\begin{aligned} y &= mx + b && \text{صيغة الميل والمقطع} \\ y &= 2x + 3 && \text{أعوّض } m = 2, b = 3 \end{aligned}$$

إذن، معادلة المستقيم $y = 2x + 3$

3 أكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين $(2, 1)$ و $(5, -8)$ بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 أستعمل النقطتين في إيجاد الميل.

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} && \text{صيغة الميل} \\ &= \frac{-8 - 1}{5 - 2} && \text{أعوّض عن } (x_1, y_1) = (2, 1) \\ &= \frac{-9}{3} = -3 && \text{وعن } (x_2, y_2) = (5, -8) \\ &&& \text{أبسّط} \end{aligned}$$

إذن، الميل -3

2 أستعمل الميل وإحداثيّ إحدى النقطتين لإيجاد قيمة b

$$\begin{aligned} y &= mx + b && \text{صيغة الميل والمقطع} \\ 1 &= -3(2) + b && \text{أعوّض } m = -3, y = 1, x = 2 \\ 1 &= -6 + b && \text{أبسّط} \\ 1 + 6 &= -6 + b + 6 && \text{أجمع 6 إلى الطرفين} \\ 7 &= b && \text{أبسّط} \end{aligned}$$

إذن، فالمقطع y هو 7

الخطوة 3 أعرض الميَل والمقطع y في صيغة الميَل والمقطع.

$$y = mx + b$$

صيغة الميَل والمقطع

$$y = -3x + 7$$

$$m = -3, b = 7$$

إذن، معادلة المستقيم $y = -3x + 7$

أتحقق من فهمي:

4 أكتب معادلة المستقيم الذي ميله 5 والمقطع y له -2 بصيغة الميَل والمقطع. $y = 5x - 2$

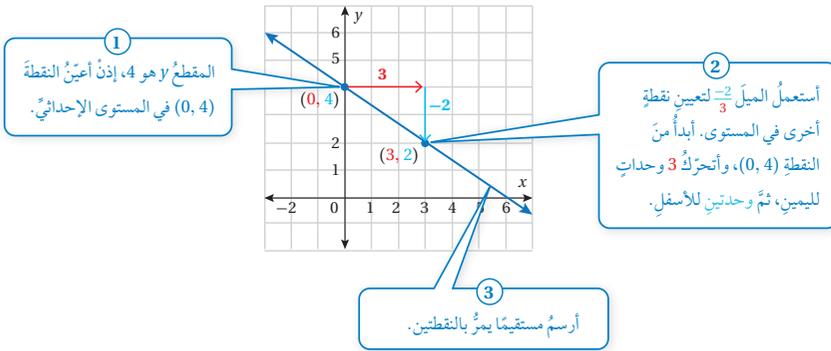
5 أجد معادلة المستقيم المارّ بالنقطة $(-1, 0)$ وميله $\frac{1}{3}$ بصيغة الميَل والمقطع. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

6 أكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين $(0, -4)$ و $(-2, 6)$ بصيغة الميَل والمقطع. $y = -5x - 4$

يمكن استعمال الميَل والمقطع y من المعادلة الخطية المكتوبة بصيغة الميَل والمقطع لتمثيل المستقيم.

مثال 2

1 أمثل المعادلة $y = -\frac{2}{3}x + 4$ بيانياً باستعمال الميَل والمقطع y .



توسعة: أوجه الطلبة إلى إمكانية إيجاد إحداثي نقطة ثانية على المستقيم باختيار قيمة للمتغير x (مثلاً: 6) وتعويضها في المعادلة، ثم إيجاد قيمة المتغير y (طريقة الجدول)، ثم تمثيل المستقيم المارّ بالنقطتين.

- أوضح للطلبة إمكانية تمثيل مستقيم علمت معادلته بصيغة الميَل والمقطع.
- ناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح وفق الخطوات الموضحة على الشكل، إذ يُمكن البدء بتعيين النقطة $(0, 4)$ ، ثم التحرك إلى اليمين بمقدار 3 وحدات، وإلى أسفل بمقدار وحدتين (لأن الميل يساوي $-\frac{2}{3}$)، ثم تعيين نقطة جديدة عند النقطة التي وصلت إليها وهي $(3, 2)$ ، وأستعمل المسطرة لرسم مستقيم يمرّ بالنقطتين.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- وأكد عند مناقشة الخطوة 2 أن بسط الميل يدل على تحرك (تغيير) رأسي وأن مقام الميل يدل على تحرك (تغيير) أفقي.
- ألقت انتباه الطلبة إلى أنه إذا عدنا البسط +2 والمقام -3، فإنه يمكن تحديد نقطة أخرى هي $(-3, 6)$ يمر بها المستقيم.
- إذا كان اللوح معدنياً فيمكن مناقشة حل المثال بتثبيت مغناطيس ملون عند موقع النقطة $(0, 4)$ على اللوح على المحور y ، ثم التحرك إلى اليمين بمقدار 3 وحدات، وإلى أسفل بمقدار وحدتين، ثم تعيين نقطة جديدة بتثبيت مغناطيس ملون عند النقطة التي وصلت إليها وهي $(3, 2)$ ، وأستعمل المسطرة لرسم مستقيم يمرّ بالنقطتين، أما إذا لم يتوفر لوح معدني فيمكن استعمال لوح من الكرتون المقوى، واستبدال المغناطيسين بدبوسين ملونين.
- يُفضّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال في خطوة تحديد التغيير الرأسي والأفقي في المستوى الإحداثي؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيّل التغيير، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

مثال 3

- أسأل الطلبة: هل يُمكن كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع إذا أعطي لنا تمثله البياني؟
- يُمكن إعادة توجيه السؤال السابق على النحو التالي: ما الذي أحتاج إلى تحديده عندما يُعطى تمثيل بياني لمستقيم، بهدف كتابة معادلته بصيغة الميل والمقطع؟
- أستمع لإجابات الطلبة، وأناقشها.
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال 3، وأوضح لهم في الخطوة 2 أننا اخترنا النقطتين $(-1, -2)$ و $(1, 6)$.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات

- أوضح للطلبة أنه يمكن اختيار أي نقطتين على المستقيم ثم التحرك من إحدهما أفقيًا ورأسياً وصولاً إلى النقطة الأخرى لتحديد الميل.
- أوضح للطلبة أنه يمكن استبدال الخطوة 2 باختيار التحرك أفقيًا خطوة واحدة لليمين أو اليسار بدءاً من نقطة المقطع y ، وعندها يكون الميل هو مقدار التغير الرأسي بين نقطة المقطع والنقطة الجديدة التي نصل إليها على المستقيم، مع تأكيد أهمية الانتباه للإشارتين $+$ ، $-$ وفق اتجاه الحركة أفقيًا ورأسياً.

توسعة: أطلب إلى الطلبة اختيار أي

نقطتين على المستقيم ثم إعادة حساب قيمة الميل، والتحقق من صحة الحل.

✓ **أتحقق من فهمي:** (2-4) أنظر ملحق الإجابات.

2 $y = 2x + 1$

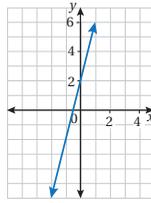
3 $y = x - 4$

4 $y = 3 - x$

تعلمت سابقاً كيفية تمثيل معادلة خطية مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، وبالعكس يُمكنني كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع عُرفَ تمثيلها البياني.

مثال 3

1 أكتب معادلة المستقيم المُمثَّلة بيانياً في الشكل المجاور بصيغة الميل والمقطع:



الخطوة 2 أجد الميل.

أختار نقطتين على المستقيم وأتكونا النقطتين $(1, 6)$ ، $(-1, -2)$ ، وأجد مقدار

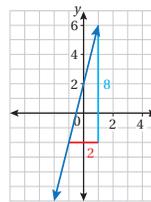
التغير الرأسي والتغير الأفقي بينهما.

عدد الخطوات الأفقية: 2

عدد الخطوات الرأسية: 8

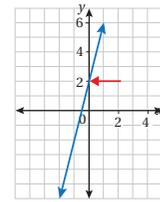
$$\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \text{الميل}$$

$$m = \frac{8}{2} = 4$$



الخطوة 1 أجد المقطع y .

ألاحظ أن المستقيم قطع المحور y عند 2، إذن، فالمقطع y هو 2



الخطوة 3 أكتب معادلة

أعوّض الميل والمقطع y في صيغة الميل والمقطع.

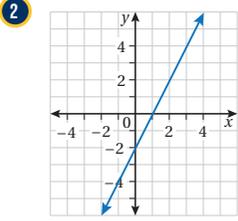
صيغة الميل والمقطع

أعوّض $m = 4$ ، $b = 2$

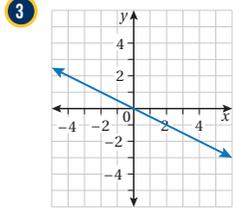
إذن، معادلة المستقيم $y = 4x + 2$

أتحقق من فهمي:

أكتب معادلة المستقيم الممثل بيانياً في كل شكل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:



$$y = 2x - 2$$



$$y = -\frac{1}{2}x$$

غالبًا ما يمثل المقطع y القيمة الابتدائية في المسائل الحياتية التي يتم نمذجتها بمعادلة خطية، ويمثل الميل معدّل التغيّر الثابت.

مثال 4: من الحياة



بطارية: إذا كانت النسبة المئوية لطاقة بطارية جهاز حاسوبٍ محمولٍ مشحونةً شحناً تاماً (بالصيغة العشرية) 1.00، وبعد تشغيل الجهاز تبدأ طاقة البطارية بالتناقص بنسبة 0.2 كل ساعة.

أفكر

لماذا عُبر عن نسبة التناقص في طاقة البطارية بـ -0.2 في المعادلة؟

1 أكتب معادلة خطية بمتغيرين لإيجاد نسبة الطاقة المتبقية في البطارية بعد مرور ساعاتٍ عدّة على تشغيل جهاز الحاسوب. افترض أن x هي عدد ساعات تشغيل الحاسوب، و y هي نسبة الطاقة المتبقية في البطارية.

نسبة الطاقة المتبقية	نسبة التناقص في الطاقة	عدد ساعات التشغيل	نسبة الطاقة عند بداية التشغيل
↓	↓	↓	↓
y	$=$	-0.2	\times
		x	$+$
			1

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، وأناقش معهم المعطيات، ثم أوضح لهم المطلوب في المسألة.
- أطلب إلى الطلبة إعطاء وصف لشكل العلاقة بين نسبة الطاقة المتبقية في البطارية وعدد ساعات تشغيل الجهاز، بالاعتماد على معطيات المثال.
- أناقش الطلبة في حل المثال على اللوح، وأوضح لهم أهمية استعمال الميل في تطبيقات حياتية مختلفة، وأوجههم إلى صندوق (أفكر) لتوضيح معنى النسبة السالبة في تناقص معدّل التغيّر (الميل).

إرشاد: عند تمثيل المعادلة بيانياً في الفرع 4 على اللوح، أوكد أنه لا حاجة لنا بالمحاور السالبة، وأوضح للطلبة أن المحور x يمثل الزمن بالساعات، وقيمته موجبة دائماً، وأن المحور y يمثل الطاقة المخزنة في بطارية الجهاز، وقيمها موجبة دائماً كذلك؛ لأن الطاقة المخزنة لا يمكن أن تقل عن صفر، وأنه عند البدء بتشغيل الجهاز تكون $x = 0$ h وعندها قيمة المقطع $y = 1$ ، ما يعني أن البطارية مشحونة شحناً تاماً، وأن نسبة التناقص في الطاقة المخزنة في بطارية الجهاز يُستدل عليها من تحديد قيمة ميل المستقيم، وأن المقطع $x = 5$ h نحصل عليه عندما $y = 0$ ؛ أي عند نفاذ الطاقة من البطارية.

تنويع التعليم:

توسعة: أسأل الطلبة المتميزين:

- بعد كم ساعة من بدء تشغيل الجهاز ستتناقص طاقة البطارية إلى النصف؟ 2.5 h
- ما مقدار الطاقة المتبقية في البطارية بعد 3 ساعات من بدء تشغيل الجهاز؟ 0.4

أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-3)، والمسائل (5-13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

2 أصف ما يمثله المقطع y والميل في المسألة.

المقطع y يساوي 1، وهو يمثل نسبة الطاقة بداية التشغيل بالصيغة العشرية، وتعني أن البطارية مشحونة بنسبة 100%، أما الميل فيمثل نسبة التناقص في طاقة البطارية كل ساعة (وهي نسبة ثابتة).

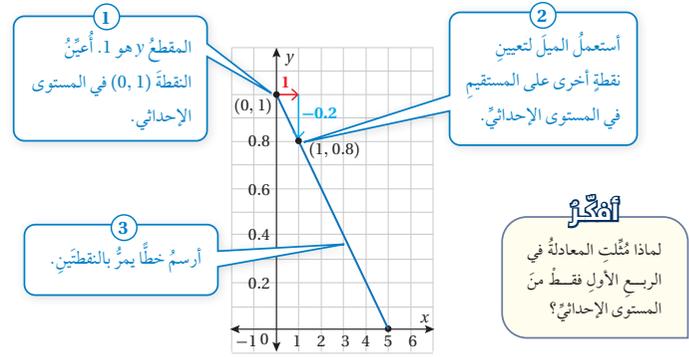
3 أجد المقطع x للمعادلة، ثم أصف ما يمثله في المسألة.

لإيجاد المقطع x ، أعوض $y = 0$ ، ثم أحل المعادلة لأجد قيمة x .

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية} & y = -0.2x + 1 \\ \text{أعوض } y = 0 & 0 = -0.2x + 1 \\ \text{أطرح 1 من كلا الطرفين} & 0 - 1 = -0.2x + 1 - 1 \\ \text{أقسّم طرفي المعادلة على } -0.2 & \frac{-0.2x}{-0.2} = \frac{-1}{-0.2} \\ \text{أبسط} & x = 5 \end{aligned}$$

إذن، فالمقطع x هو 5، وهو يدل على أن البطارية ستفقد شحنتها كلياً بعد 5 ساعات من تشغيل جهاز الحاسوب.

4 أمثل المعادلة بيانياً باستعمال الميل والمقطع y .



5 بعد كم ساعة تكون نسبة الطاقة في البطارية 0.75؟

$$y = -0.2x + 1$$

$$0.75 = -0.2x + 1$$

$$0.75 - 1 = -0.2x + 1 - 1$$

$$\frac{-0.2x}{-0.2} = \frac{-0.25}{-0.2}$$

$$x = 1.25$$

المعادلة الأصلية

أعوّض $y = 0.75$

أطرح 1 من كلا الطرفين

أقسم طرفي المعادلة على -0.2

أبسّط

إذن، ستكون نسبة الطاقة في البطارية 0.75 بعد ساعة وربع.

تحقق من فهمي:

اشتراك هاتف: تدفع فرح اشتراكًا شهريًا لها نفقاتها قيمته 5 دنانير، وتدفع قرشين عن كل دقيقة تتحدث فيها بالهاتف. (1-4) أنظر ملحق الإجابات.

1 أكتب معادلة خطية بمتغيرين لإيجاد تكلفة ما تدفعه فرح عند تحديثها عددًا من الدقائق خلال الشهر.

2 أصف ما يمثله المقطع y والميل في المسألة.

3 أجد المقطع x للمعادلة، ثم أصف ما يمثله في المسألة.

4 أمثل المعادلة بيانيًا باستعمال الميل والمقطع y .

أدرب وأحل المسائل

1 أكتب معادلة المستقيم الذي ميله 1 والمقطع y له -1 بصيغة الميل والمقطع. $y = x - 1$

2 أجد معادلة المستقيم المارّ بنقطة الأصل وميله 4 بصيغة الميل والمقطع.

$$y = 4x + 0 \Rightarrow y = 4x$$

3 أكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين $(-2, 4)$ و $(3, -1)$ بصيغة الميل والمقطع.

$$y = -x + 2$$

4 أكتب معادلة المستقيم الأفقي الذي يقطع المحور y في النقطة $(0, -5)$ بصيغة

$$y = 0x - 5 \Rightarrow y = -5$$

أفكر

هل يمكن كتابة معادلة

المستقيم الرأسي بصيغة

الميل والمقطع؟

أخطاء شائعة:

• يخفق بعض الطلبة عادةً في تعرّف الميل السالب للمستقيم المعطى تمثيله البياني؛ ولعلاج ذلك أذكّرهم باستمرار أنه عند التحرك أفقيًا على المحور x من اليسار إلى اليمين، إذا كان المستقيم صاعدًا إلى أعلى فإن ميله يكون موجبًا، أما إذا كان هابطًا إلى أسفل فإن ميله يكون سالبًا.

• عندما تكون معادلة المستقيم مكتوبة بالصورة القياسية، مثل: $3x + y = 5$ ، قد يخطئ بعض الطلبة بعد ميل المستقيم هو معامل x ويساوي 3؛ ولعلاج ذلك أذكّرهم بضرورة إعادة كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع ثم يكون معامل x هو ميل المستقيم بشرط أن معامل y يساوي 1

✓ **إرشاد:** ألقت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)؛ لمالها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

مهارات التفكير العليا

• أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (18 - 19).

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 14, 15 كتاب التمارين: (1-3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (16-18), 4 كتاب التمارين: (1-5)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (16-19) كتاب التمارين: (4-8)

البحث وحل المسائل :

أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بمجموعتي قصاصات ورقية: المجموعة الأولى لمعادلات لمستقيمات بصيغة الميل والمقطع، والثانية للتمثيل البياني لهذه المعادلات من ورقة المصادر 9: المعادلة والتمثيل، وشريط لاصق.

- أزود الطلبة بمجموعتي القصاصات الورقية: الأولى مكتوب عليها المعادلة، والثانية عليها التمثيل البياني.
- أطلب إلى كل مجموعة لصق معادلة المستقيم بتمثيلها البياني على لوحة كرتونية صغيرة تعلّق على جدار في الصف.
- أوّجّه الطلبة إلى الاستفادة من تحديد المقطع من المحور y وتحديد الميل.

إرشادات:

- يمكنني تحويل نشاط (البحث وحل المسائل) إلى مسابقة بين المجموعات مدتها 3 دقائق، والمجموعة التي يجيب أفرادها إجابة صحيحة تحصل على نقطة خلال مدة الدقائق الثلاث. وتفوز المجموعة التي تحصل على أكبر عدد من النقاط.
- اختصارًا للوقت، يمكن قص البطاقات في ورقة المصادر 9 قبل الحصة الصفية.

أمثل كل معادلة ممّا يأتي بيانيًا باستعمال الميل والمقطع y : (5-10) أنظر ملحق الإجابات.

5 $y = 3x + 4$

6 $y = 2x - 5$

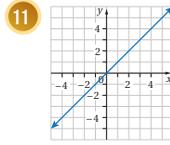
7 $y = \frac{x}{2} - 3$

8 $y = 3x + 5$

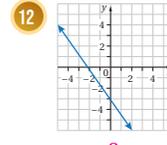
9 $y = \frac{x}{3} + 4$

10 $y = 4 - x$

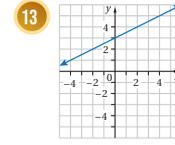
أكتب معادلة المستقيم المُتملّ بيانيًا في كل ممّا يأتي بصيغة الميل والمقطع:



$y = x$

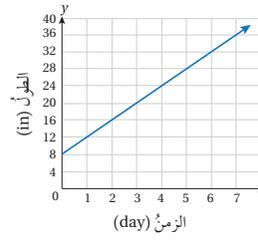


$y = -\frac{3}{2}x - 3$



$y = \frac{1}{2}x + 3$

أشجار: يبيّن التمثيل البياني أدناه العلاقة بين طول نبتة موز بالإنش والزمن بالأيام منذ زراعتها.



14 كم كان طول الشجرة عند زراعتها؟ 8 in

15 أكتب معادلة خطية بمتغيرين تمثل مقدار نمو شجرة الموز بعد مرور أيام عدّة.

$y = 4x + 8$

معلومة

شجرة الموز هي في الحقيقة ليست شجرة، بل هي عشبة عملاقة تقف مثل الأشجار وتساوي النخيل الاستوائي، وتُعدّ أطول عشبة على وجه الأرض.



نشاط التكنولوجيا:

- أوجه الطلبة إلى تصفح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي:



إذ يجب الطلبة عن أسئلة تتعلق بمعادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، عن طريق لعبة تفاعلية.

تعليمات المشروع

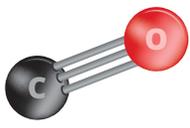
- أوجه الطلبة إلى تنفيذ الخطوة 7 من خطوات المشروع، وأستعمل برمجية جيوجبرا للتأكد من تمكّنهم إجراء التحويل من الصورة القياسية لمعادلة المستقيم إلى صيغة الميل والمقطع وبالعكس.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّث من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

- أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله 2 ويمر بالنقطة (1, 5). $y = 2x + 3$
- أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله -2 ويمر بالنقطة (1, 5). $y = -2x + 7$

الوحدة 3



16 **بيئة:** تتناقض انبعاثات أول أكسيد الكربون في جميع أنحاء العالم بنحو 2.6 مليون طنّ متريّ كلّ عام. ففي عام 1991 بلغت انبعاثات أول أكسيد الكربون 79 مليون طنّ متريّ. أكتب معادلة خطية بمتغيرين تمثل العلاقة بين انبعاثات أول أكسيد الكربون والزمن. (إرشاد: افترض أنّ $x = 91$ تدلّ على العام 1991). $y = -2.6x + 315.6$

معلومة

أحد مصادر الحرارة الجوفية للكرة الأرضية هو تقلص الكرة الأرضية تحت فعل الجاذبية عند نشأتها من الغبار الكونيّ.

17 **علوم الأرض:** أعود إلى فقرة (أستكشف) بدايةً الدرس، وأحلّ المسألة.

بفرض أنّ x تُمثل عمق الأرض بالكيلومتر و y تُمثل درجة الحرارة: $y = 25x + 20$

مهارات التفكير العليا

18 **أكتشف المختلف:** أيّ المعادلات الآتية مختلفة؟ أبرز إجابتي. المعادلة الوحيدة المكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

$$2x + 3y = 12$$

$$y = 4 - \frac{2}{3}x$$

$$6y = -4x + 24$$

$$3x - 2y = 12$$

$$x = 6 - 1.5y$$

19 **تحّد:** أجد قيمة a في المعادلة $2y + ax = -5$ ، علماً أنّ ميل المعادلة $\frac{5}{2}$ $a = -5$

20 **أكتب:** كيف أكتب معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع علم ميله والمقطع y له. أنظر إجابات الطلبة.

129

المفاهيم العابرة للمواد

عند مناقشة حل السؤال 16 (بيئة) أوجه الطلبة إلى أهمية المحافظة على نقاء بيئة كوكب الأرض من الملوثات؛ لما لها من أخطار تؤثر في صحة الكائنات الحية وسلامتها، وأطلب إليهم البحث في شبكة الإنترنت عن مخاطر انبعاث غاز أول أكسيد الكربون، ورصد مصادره وكيفية الحد منها والسيطرة عليها.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى الإرشاد الخاص بالسؤال 16؛ لأهميته في كتابة المعادلة الخطية المطلوبة كتابة صحيحة.
- في السؤال 19 (تحّد) إذا واجه الطلبة صعوبة في حل السؤال، أوجههم إلى كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

نتائج الدرس:

- كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانياً باستعمال الميل ونقطة.
- كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانياً بصيغة الميل ونقطة.

نتائج التعلم القبلي:

- كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانياً باستعمال الميل والمقطع y .
- كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانياً بصيغة الميل والمقطع y .

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أطلب إلى الطلبة كتابة معادلة مستقيم ميله 5 والمقطع y له 4 بصيغة الميل والمقطع. $y = 5x + 4$
- أطلب إلى الطلبة كتابة المقطع y بصورة نقطة. $(0, 4)$
- أسأل الطلبة: ماذا يعني لكم وقوع نقطة ما على المستقيم الذي معادلته: $y = 5x + 4$ ؟ يعني هذا أن النقطة تحقق معادلة المستقيم.
- افترض أن نقطة تقع على المستقيم الذي معادلته: $y = 5x + 4$ ، وأطلب إلى الطلبة حساب ميل المستقيم باستعمال النقطتين $(0, 4)$ و (x, y) .
$$\frac{y-4}{x-0} = 5$$
- احتفظ بالمعادلة الأخيرة مدوّنة على اللوح؛ لأعود إليها بعد فقرة (أستكشف).



أستكشف

تمثل المعادلة $y - 60.81 = 5.74(x - 5)$ العلاقة بين طول الأثرى y سنتيمتر، وطول ساعدها x سنتيمتر.

1 أجد ميل المستقيم الذي يمثل المعادلة. 5.74

2 اكتشف علماء الآثار هيكلًا عظميًا غير كامل لأنثى ساعد طوله 23 cm. أجد طول الهيكل العظمي. 164.13 cm

فكرة الدرس

أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة وأمثلها بيانياً.

المصطلحات

صيغة الميل ونقطة.

تعلّمت في الدرس السابق كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع y ، وسأتعلم في هذا الدرس كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة (point - slope form) إذا علمت ميل المستقيم وإحداثيات نقطة يمرُّ بها.

صيغة الميل ونقطة

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** صيغة الميل ونقطة للمعادلة الخطية هي: $y - y_1 = m(x - x_1)$ ، حيث m ميل المستقيم، و (x_1, y_1) نقطة مُعطاة.

• **بالرموز:**

مثال 1

1 أكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطة $(-3, 6)$ وميله -5 بصيغة الميل ونقطة.

أعوّض الميل والنقطة المُعطاة في صيغة الميل ونقطة.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = -5(x - (-3))$$

$$y - 6 = -5(x + 3)$$

صيغة الميل ونقطة

$$m = -5, (x_1, y_1) = (-3, 6)$$

أبسّط

$$y - 6 = -5(x + 3)$$

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
 - « ما فائدة وجود هيكل عظمي في جسم الإنسان؟ دعم عضلات الجسم الخ.
 - « ما عدد العظام في جسم الإنسان البالغ؟ 206 عظام.
 - « ما عدد العظام في ساعد الإنسان؟ 30 عظمة.
 - « هل يوجد اختلاف بين الهيكل العظمي للأثني والرجل؟ ما طبيعة هذا الاختلاف؟ للهيكليين البنية نفسها، ولكن الهيكل العظمي للرجل في الغالب أطول.
 - « ما نوع المعادلة التي تُمثل العلاقة بين طول الأثني وطول ساعدها؟ خطية / معادلة مستقيم.
 - « ما ميل المستقيم الذي يمثل المعادلة؟
 - « كم يبلغ طول أثني طول ساعدها 23 cm؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

في مسألة أستكشف، أوكد أهمية التأمل والتساؤل حول أي معلومة قد تبدو غريبة، وأوجّه الطلبة إلى البحث في مصادر موثوقة للتثبت من صحتها قبل قبولها أو التسليم بصحتها، فالبحث والتحقق من المفاهيم العابرة للمواد؛ لذا أطلب إلى الطلبة البحث في مصادر المعلومات للتثبت من صحة ما نوقش في بند (أستكشف).

أعود إلى المعادلة $y - 4 = 5(x - 0)$ وأوضح للطلبة أنه يمكن كتابتها بصورة جديدة بالضرب التبادلي هي $y - 4 = 5(x - 0)$ حيث $m = 5$ هو الميل، و $(0, 4)$ هي نقطة يمر بها المستقيم، وأن المعادلة الأخيرة مكتوبة بصيغة تُسمى صيغة الميل ونقطة، وأوضح لهم كيف يمكن تحويلها إلى صيغة الميل والمقطع، وأن هاتين الصيغتين متكافئتان، ثم أقدم لهم المفهوم الأساسي لصيغة الميل ونقطة للمعادلة الخطية بالكلمات والرموز بالاستعانة بالتمثيل البياني.

مثال 1

- أناقش حل الفرع 1 من المثال 1 وأبين كيفية كتابة معادلة المستقيم بصيغة ميل ونقطة بالتعويض المباشر.
- أناقش حل الفرع 2 من المثال 1 بحساب الميل، وأوضح لهم أن الميل في هذا الفرع من المثال غير معطى، ولكن يمكن إيجاده باستعمال صيغة الميل، بما أن نقطتين يمر بهما المستقيم معلومتان.
- أطلب إلى الطلبة استعمال النقطة الأخرى: $(5, -3)$ ، وإعادة كتابة معادلة المستقيم ثم مقارنتها بالمعادلة التي نوقشت في حل الفرع 2.

✓ **إرشاد:** في الفرع 2 من المثال أوضح للطلبة أنه يجوز استعمال أي من النقطتين لكتابة المعادلة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكْرِر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكَلِّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحْفِز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أوضح للطلبة إمكانية تمثيل مستقيم عُلمت معادلته بصيغة الميل ونقطة.
- ناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأوضح كيفية الحصول على النقطة (0, 1)، وميل المستقيم $\frac{3}{4}$ من معادلته.
- أبدأ بتعيين النقطة (0, 1)، ثم التحرك إلى اليمين بمقدار 4 وحدات، وإلى الأعلى بمقدار 3 وحدات (لأن الميل يساوي $\frac{3}{4}$)، ثم تعيين نقطة جديدة عند النقطة التي وصلت إليها وهي (4, 4)، وأستعمل المسطرة لرسم مستقيم يمر بالنقطتين.

إرشادات:

- أؤكد عند مناقشة الخطوة 2 أن بسط الميل يدل على تحرك (تغير) رأسي وأن مقام الميل يدل على تحرك (تغير) أفقي.
- يُمكن الاستعانة بمستوى إحداثي حديدي ومغنطيسات ملونة، أو لوحة كرتونية ودبابيس ملونة.

2 أكتب معادلة المستقيم المارَّ بالنقطتين (-3, 5) و (9, 21) بصيغة الميل ونقطة.

1 الخطوة أستمع للنقطتين في إيجاد الميل.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{21 - 5}{9 - (-3)} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

صيغة الميل
أعوّض عن $(x_1, y_1) = (-3, 5)$
وعن $(x_2, y_2) = (9, 21)$
أبسط

إذن، الميل $\frac{4}{3}$

2 الخطوة أعوّض الميل وإحداثيات إحدى النقطتين في صيغة الميل ونقطة.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 21 = \frac{4}{3}(x - 9)$$

صيغة الميل ونقطة
أعوّض $m = \frac{4}{3}, (x_1, y_1) = (9, 21)$
إذن، معادلة المستقيم $y - 21 = \frac{4}{3}(x - 9)$

أتحقق من فهمي:

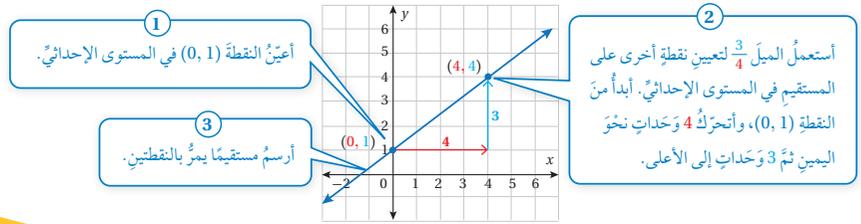
- 3 أكتب معادلة المستقيم المارَّ بالنقطة (8, -4) وميله $\frac{2}{3}$ بصيغة الميل ونقطة. $y + 4 = \frac{2}{3}(x - 8)$
- 4 أكتب معادلة المستقيم المارَّ بالنقطتين (7, 2) و (1, -8) بصيغة الميل ونقطة. $m = \frac{5}{3}, y + 8 = \frac{5}{3}(x - 1)$

يمكن استعمال الميل والنقطة المُعطاة من المعادلة الخطية المكتوبة بصيغة الميل ونقطة لتمثيل المستقيم.

مثال 2

1 أمثل المعادلة $y - 1 = \frac{3}{4}x$ بيانياً باستعمال الميل ونقطة.

يمكن إعادة كتابة المعادلة على الصورة: $y - 1 = \frac{3}{4}(x - 0)$ ، وعليه فإن الميل $\frac{3}{4}$ والنقطة (0, 1).



توسعة: أوّجّه الطلبة إلى إمكانية إيجاد إحداثيي نقطة ثانية على المستقيم بإختيار قيمة للمتغير x (مثلاً: 8) وتعويضها في المعادلة ثم إيجاد قيمة المتغير y (طريقة الجدول)، ثم تمثيل المستقيم المارَّ بالنقطتين.

- أطلب إلى الطلبة اقتراح خطة لكتابة معادلة بصيغة الميل ونقطة لمستقيم مُمثل بيانياً، وتوظيف ما تعلموه في الدرس السابق.
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال 3 على اللوح، وأوضح لهم في الخطوة 2 أننا اخترنا النقطتين $(-1, -5)$ و $(2, 3)$.

✓ **أتحقق من فهمي:** (2-4) أنظر الهامش.

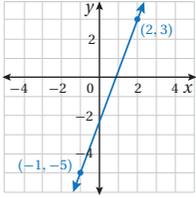
أمثل كل معادلة مما يأتي بيانياً باستعمال الميل ونقطة:

② $y - 4 = 2(x - 3)$ ③ $y - 5 = -3(x + 1)$ ④ $y + 7 = -\frac{4}{5}(x - 4)$

تعلمت في المثال السابق كيفية التمثيل البياني لمعادلة خطية مكتوبة بصورة الميل ونقطة، وبالعكس يمكن كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة إذا عُرف تمثيلها البياني.

مثال 3

① أكتب معادلة المستقيم المُمثل بيانياً في الشكل المجاور بصيغة الميل ونقطة:



الخطوة 1 أجد الميل.

أختار نقطتين على المستقيم وأجد الميل.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

صيغة الميل

$$= \frac{3 - (-5)}{2 - (-1)}$$

أعوّض عن $(x_1, y_1) = (-1, -5)$ وعن $(x_2, y_2) = (2, 3)$

$$= \frac{8}{3}$$

أبسط

الخطوة 2 أعوّض في صيغة الميل ونقطة.

أعوّض الميل وإحداثيات إحدى النقطتين في صيغة الميل ونقطة.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

صيغة الميل ونقطة

$$y - 3 = \frac{8}{3}(x - 2)$$

أعوّض $m = \frac{8}{3}$, $(x_1, y_1) = (2, 3)$

إذن، معادلة المستقيم $y - 3 = \frac{8}{3}(x - 2)$

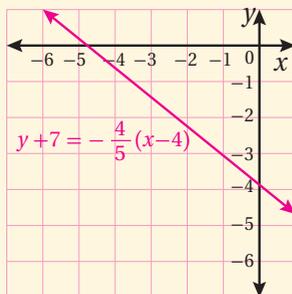
✓ **إرشاد:** أوضح للطلبة أنه يمكن اختيار أي نقطتين على المستقيم مثل: $(0, -2)$ و $(1, 0)$ والوصول إلى المعادلة ذاتها.

توسعة: أطلب إلى الطلبة اختيار أي نقطتين على المستقيم ثم إعادة كتابة معادلة المستقيم وفق اختيارهم، والتحقق من صحة الحل، بالوصول إلى المعادلة نفسها.

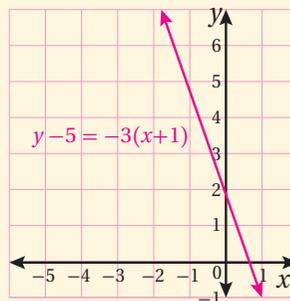
إجابة (أتحقق من فهمي 2):

في الأسئلة (2-4) أنظر رسم الطلبة التي تحقق المعلومات المذكورة.

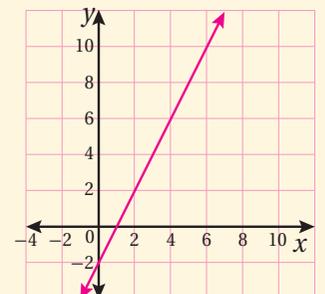
④ مستقيم يمر بالنقطتين $(-1, -3)$, $(0, -3.8)$



③ مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 2)$, $(-1, 5)$



② مستقيم يمر بالنقطتين $(4, 6)$, $(3, 4)$



مثال 4: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، وأناقش الطلبة في المعطيات والمطلوب.
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال وأوضح كيفية استنتاج أن العلاقة خطية بين الضغط والعمق، وأكد أنه عند ثبات معدّل التغيّر فإن العلاقة تكون خطية، وأوضح لهم أن العمق هو x والضغط هو y ، ثم أستعمل المفهوم الأساسي لكتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

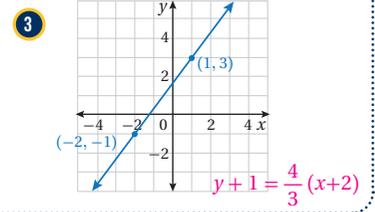
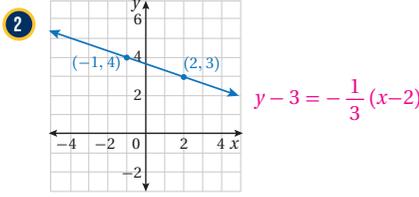
إرشاد: أوجه الطلبة إلى فقرة (أتعلم) التي تشرح وحدة قياس ضغط الماء، وأوضح الرمز المستعمل للتعبير عنها.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة حساب الضغط على عمق 20 m و 30 m

أتحقق من فهمي:

أكتب معادلة المستقيم المُمثّل بيانيًا في كلِّ ممّا يأتي بصيغة الميل ونقطة:



يمكن كتابة معادلة خطية لنمذجة بيانات مُمثّلة في جدول، إذا كان معدّل التغيّر نفسه بين الأزواج المرتبة المتتالية فيه، ويكون معدّل التغيّر في هذه الحالة هو الميل.

مثال 4: من الحياة

ضغط الماء: يبيّن الجدول المجاور العلاقة بين ضغط الماء والعمق.

1 أبين أنّ العلاقة بين ضغط الماء والعمق خطية.

أجد معدّل التغيّر بين الأزواج المرتبة المتتالية في الجدول.

العمق (m)	الضغط (atm)
0	1
10	2
40	5
50	6

أتعلم

يُقاس ضغط الماء بوحدة الأتوموسفير (atm)

العمق (m)	الضغط (atm)
0	1
10	2
40	5
50	6

10 } 1
30 } 3
10 } 1

$$\frac{1}{10} = 0.1 \quad , \quad \frac{3}{30} = 0.1 \quad , \quad \frac{1}{10} = 0.1$$

إذن، العلاقة بين ضغط الماء والعمق خطية، ومعدّل التغيّر هو 0.1 atm لكلِّ متر.

أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوَّجَّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-11)، والمسائل (18-20) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من زميل / الزميلة.

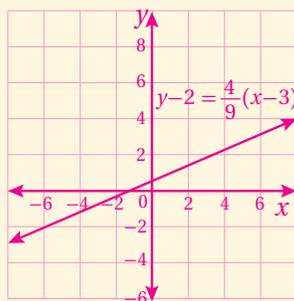
توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن غابات الأشجار التي تُعرف باسم (رئة الأرض).

تنويع التعليم:

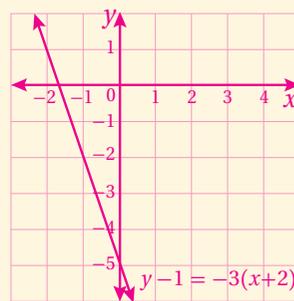
إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

إجابات (أُتدرب وأحلّ المسائل):

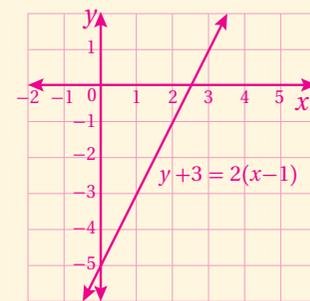
(8) مستقيم يمر بالنقطتين
(-1.5, 0), (3, 2)



(7) مستقيم يمر بالنقطتين
(-1, -2), (0, -5)



(6) مستقيم يمر بالنقطتين
(2, -1), (1, -3)



2 أكتب معادلةً خطيةً بمتغيرين بصيغة الميل ونقطة يمكن استعمالها لإيجاد ضغط الماء عند أي عمق.

بما أنّ معدّل التغيّر يمثل الميل، إذن أعوض الميل وإحداثيات أي نقطة في الجدول في صيغة الميل والنقطة.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة الميل ونقطة}$$

$$y - 5 = 0.1(x - 40) \quad \text{أعوض } m = 0.1, (x_1, y_1) = (40, 5)$$

$$\text{إذن، معادلة المستقيم } y - 5 = 0.1(x - 40)$$

أتحقق من فهمي:

منطاد: يبيّن الجدول المجاور العلاقة بين ارتفاع منطاد هواء ساخن والزمن.

3 أبتن أن العلاقة بين ارتفاع المنطاد والزمن خطية.

4 أكتب معادلةً خطيةً بمتغيرين بصيغة الميل ونقطة يمكن استعمالها لإيجاد ارتفاع

المنطاد عند أي لحظة. معدّل التغير هو ثابت يمثل الميل -2.5 ،
المعادلة: $y - 640 = -2.5(x - 10)$

الارتفاع (m)	الزمن (s)
640	10
590	30
490	70
440	90

أُتدرب وأحلّ المسائل

أكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطة المُعطاة والمعلوم ميله m في كلِّ ممّا يأتي بصيغة الميل ونقطة:

1 $(4, -3), m = \frac{3}{4}$ $y + 3 = \frac{3}{4}(x - 4)$

2 $(-2, -7), m = -5$ $y + 7 = -5(x + 2)$

أكتب معادلة المستقيم المارّ بكلِّ نقطتين ممّا يأتي بصيغة الميل ونقطة:

3 $(3, 7), (-3, 5)$ $y - 7 = \frac{1}{3}(x - 3)$

4 $(-1, 8), (9, -6)$ $y - 8 = -\frac{7}{5}(x + 1)$

5 $(-1, 6), (-3, 10)$ $y - 6 = -2(x + 1)$

أمثل كل معادلة ممّا يأتي بياناً باستعمال الميل ونقطة:

(6-8) أنظر الهامش.

6 $y + 3 = 2(x - 1)$ 7 $y - 1 = -3(x + 2)$ 8 $y - 2 = \frac{4}{9}(x - 3)$

- أوجه الطلبة إلى قراءة الأسئلة الواردة في بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (21 - 23).

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 21, (15-17) كتاب التمارين: (1-3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 21, (12-17) كتاب التمارين: 1, 2, 4, 5, 8
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (21-23), (12-14) كتاب التمارين: (6-9)

الإثراء 5

البحث وحل المسائل:

- أدون المعادلات الخطية الآتية على اللوح، وأكلف الطلبة العمل في مجموعات لتصنيفها إلى: معادلة بالصورة القياسية، ومعادلة بصيغة الميل والمقطع، ومعادلة بصيغة الميل ونقطة:

1 $y + 3 = -4(x - 1)$

2 $y = \frac{1}{2}x + 6$

3 $2x - 3y = -4$

4 $-x - 2y = 5$

5 $y + 3 = 4x$

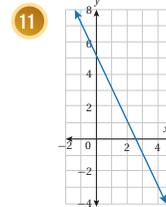
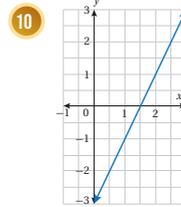
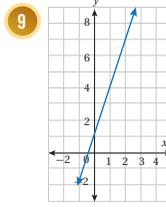
6 $x - y = 4$

- أطلب إلى الطلبة كتابة كل من المعادلات السابقة بصيغة الميل ونقطة، وتحديد قيمة ميل المستقيم الذي تمثله كل معادلة، وتحديد نقطتين يمر بهما.

الوحدة 3

أكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الممثل بيانياً في كل مما يأتي:

$m = -2, y - 5 = -2(x - 0)$



$m = 3, y - 1 = 3(x - 0)$

$m = 2, y - 0 = 2(x - \frac{3}{2})$

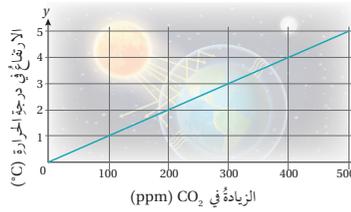
12 **جَبْر:** إذا كان ميل المستقيم المارّ بالنقطتين $(-1, p), (3p, -5)$ يساوي $-\frac{4}{5}$ ، فأجد قيمة الثابت p . $p = 3$



13 **بعوض:** تمثّل المعادلة $N - 50 = 2(t - 10)$ عدد البعوض N (بالآلاف) في مستنقع صغير بعد t يوماً من بداية شهر حزيران.

أمثل المعادلة بيانياً، حيث $t \geq 0$. أنظر ملحق الإجابات.

14 بعد كم يوم من بداية الشهر يكون عدد البعوض في المستنقع 46000؟ 8



15 **بيئة:** التمثيل البياني المجاور للتنبؤ بالعلاقة بين زيادة ثاني أكسيد الكربون في الغلاف الجويّ بالأجزاء من مليون (ppm) وارتفاع متوسط درجة الحرارة في العالم بالسيلسيوس.

16 إذا زاد CO_2 بمقدار 300 ppm، فما الارتفاع المتوقّع في درجة الحرارة؟ 3

17 ارتفعت درجة الحرارة بين عامي 1980 م و 2000 بمقدار $0.4^\circ C$ أجد مقدار الزيادة في كمية ثاني أكسيد الكربون. 40

أكتب معادلة خطية بمتغيرين يمكن استعمالها لإيجاد مقدار الارتفاع في درجة الحرارة عند أي ارتفاع في كمية CO_2 في الغلاف الجويّ. $y - 1 = 0.01(x - 100)$

معلومة

يُعدُّ ثاني أكسيد الكربون أحد الغازات التي تحبس الحرارة الناتجة من الإشعاع الشمسي، مما يؤثر في المناخ.

إرشادات:

- في السؤال 11 أذكر الطلبة بالميل الموجب والميل السالب وعلاقة كل منهما بشكل المستقيم.
- في الأسئلة (15-17) أوجه الطلبة إلى أهمية تقسيم المحورين x و y إلى وحدات متساوية، بحيث يكون التقسيم نفسه على المحور الواحد، وأوضح لهم أنه في الشكل المعطى قُسم المحور y بوحدات: 1, 2, 3, 4, 5, ... أما المحور x فُقسم بوحدات: 100, 200, 300, 400, 500, ... وأن تقسيم المحورين يتم وفق ما يقتضيه السؤال.

توسعة: أدون على اللوح كلاً من

المعادلة: $5x - 2y = 6$ ، والجدول الآتي، ثم أخبر الطلبة أن كلاً منهما يُمثل اقتراناً خطياً (مستقيماً)، وأطلب إليهم تحديد أي المستقيمين ميله أكبر.

x	-1	0	1
y	3	5	7

ملاحظة: يُمكن تكليف الطلبة تنفيذ نشاط (البحث وحل المسائل) أعلاه واجباً منزلياً، ثم ناقش النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

إرشاد: في السؤال 21 أذكر الطلبة بأنه يُمكن استعمال أي من النقطتين المعطيتين عند كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

توسعة: في السؤال 21 أطلب إلى الطلبة بيان أن كلا المعادلتين متكافئتان، وأسألهم عن الصيغة التي توضح تكافؤ المعادلتين.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن مواقف حياتية يُمكن نمذجتها باستعمال معادلة مستقيم.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة إعادة كتابة المعادلات التي أوجدوها في الخطوة 7 بصيغة الميل ونقطة.

6 الختام

- أوّجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، اتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل: « أجد معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل ونقطة:

1 المستقيم المارّ بالنقطة $(-1, 4)$ وميله $m = -3$

$y - 4 = -3(x + 1)$

2 المستقيم المارّ بالنقطتين $(-1, -3)$ و $(1, 3)$

$y - 3 = 3(x - 1)$ أو $y + 3 = 3(x + 1)$



محيط جذع الشجرة (cm)	الزمن (بالسنوات)
2	1
4	2
6	3
8	4

أشجار: بيّن الجدول المجاور العلاقة بين محيط جذع شجرة والزمن.

18 أبتسّن أن العلاقة بين محيط جذع الشجرة والزمن خطية.

19 أكتب معادلة خطية بمتغيرين يمكن استعمالها لإيجاد محيط جذع الشجرة في أي سنة. $y = 2x$

20 أتنبأ بمحيط جذع الشجرة بعد 10 سنوات. 20 cm

معلومة

بعض الأشجار التي تُقطع جذعها لديها القدرة على جذب النيتروجين من الجو وتسميد المنطقة المحيطة بها.

18 $\frac{4-2}{2-1} = \frac{6-4}{3-2} = \frac{8-6}{4-3} = 2$ (الميل = 2، إذن العلاقة خطية.)

مهارات التفكير العليا

21 **تبرير:** أوجد كل من باسم ولين معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين $(1, 6)$ ، $(-2, -6)$ على النحو الآتي:

لبنه
 $y + 6 = 4(x + 2)$

باسم
 $y - 6 = 4(x - 1)$

هل إجابة كل منهما صحيحة؟ أبرز إجابتي. الإجابتان صحيحتان، استعمال كل منهما نقطة مختلفة، ومعادلتهم متكافئتان.

22 **تبرير:** كيف سيتغير التمثيل البياني للمعادلة $y - 12 = 8(x - 2)$ ، إذا تغيرت إشاراتا الطرح في المعادلة إلى إشاراتي جمع؟ أبرز إجابتي دون اللجوء إلى تمثيل المعادلة بيانياً. أحصل على مستقيم يوازي الأول وتنعكس إشارتي المقطع x ، والمقطع y .

23 **تبرير:** أجد معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين $(5, 5)$ ، $(9, 1)$ بصيغة الميل والمقطع، ثم أبتسّن أن المقطع x يساوي 10، مبرراً إجابتي.

$y = -x + 10$ ، $y - 5 = -1(x - 5)$ ، عندما $y = 0$ فإن $x = 10$ وهو المقطع x .

24 **أكتب:** كيف أكتب معادلة مستقيم إذا علم ميله ونقطة يمرّ بها؟ أنظر إجابات الطلبة.

المفاهيم العابرة للمواد

أوكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي الأسئلة 18 إلى 20، أعزز الوعي البيئي لدى الطلبة بإخبارهم بتأثير بعض النشاطات التي يقوم بها الإنسان في سلامة البيئة، مثل قطع الأشجار الجائر، والمخاطر المترتبة على استنزاف الغابات.

نتائج الدرس:

- كتابة معادلة مستقيم مارّ بنقطة معلومة وموازٍ لمستقيم معلوم.
- كتابة معادلة مستقيم مارّ بنقطة معلومة وعمودي على مستقيم معلوم.
- تحديد ما إذا كان مستقيمان متوازيان أو متعامدان أو غير ذلك إذا عُلِّمت معادلة كلٍّ منهما.

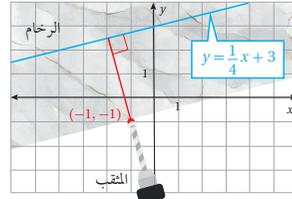
نتائج التعلم القبلي:

- تحديد العلاقات بين المستقيمتين في المستوى الإحداثي.
- كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وبصيغة الميل ونقطة.
- إيجاد معكوس العدد الحقيقي ومقلوبه.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

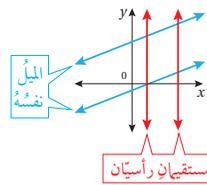
أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.



أستكشفُ

يُوصَلُ رأسُ ومثقبِ رُخامٍ بالحاسوب؛ لتحديد إحداثيات نقطة الثقب والعمق الذي يجب أن يبلغه المثقب.

أفترضُ أن رأس المثقب عند النقطة $(-1, -1)$ ، أكتب معادلة المستقيم المارّ برأس المثقب والعمودي على مستقيم يقع على سطح الرخام ومعادلته هي: $y = \frac{1}{4}x + 3$.



$$y + 1 = -4(x + 1) \Rightarrow y = -4x - 5$$

يُسمى المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر **مستقيمين متوازيين** (parallel lines)، ويكون لهما ميل نفسه. والمستقيمتان الرأسيتان جميعها متوازيات.

مثال 1

1 أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المارّ بالنقطة $(-2, 5)$ والموازي للمستقيم $y = \frac{3}{2}x - 7$.

1 الخطوة أجد ميل المستقيم المُعطى.

$$\text{ميل المستقيم } y = \frac{3}{2}x - 7 \text{ هو } \frac{3}{2}$$

2 الخطوة أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع باستعمال الميل والنقطة المُعطاة:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{3}{2}(x - (-2))$$

$$y - 5 = \frac{3}{2}(x + 2)$$

$$y - 5 = \frac{3}{2}x + 3$$

$$y - 5 + 5 = \frac{3}{2}x + 3 + 5$$

$$y = \frac{3}{2}x + 8$$

أبدأ بصيغة الميل ونقطة

$$m = \frac{3}{2}, (x_1, y_1) = (-2, 5)$$

أبسطُ

خاصية التوزيع

أجمع 5 إلى الطرفين

أبسطُ

- أذكر الطلبة بمفهوم معكوس العدد ومفهوم مقلوب العدد، مثلاً: العدد $\frac{-1}{2}$ هو معكوس $\frac{1}{2}$ ، والعدد $\frac{1}{2}$ هو مقلوب العدد 2، ولذلك نقول إن العدد $\frac{-1}{2}$ هو معكوس مقلوب العدد 2
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أوزع على نصف المجموعات ورقة المصادر 10: المستقيمات المتوازية والمتعامدة (1)، وعلى النصف الآخر ورقة المصادر 10: المستقيمات المتوازية والمتعامدة (2).
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة الموجودة في ورقة المصادر الخاصة بهم.
- أناقش مع الطلبة حل ورقتي العمل على اللوح، وأؤكد العلاقة بين المستقيمين.

✓ إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط بطريقة مختلفة، وهي رسم المستقيمين المتوازيين من ورقة المصادر 10: المستقيمات المتوازية والمتعامدة (1) على نصف اللوح، ورسم المستقيمين المتعامدين من ورقة المصادر 10: المستقيمات المتوازية والمتعامدة (2) على النصف الآخر من اللوح، ثم مناقشة إجابات الطلبة عن الأسئلة التي وردت في كل من ورقتي المصادر.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
 - « ما أشهر المواقع التي يُستخرج منها الرخام في الأردن؟ **القطرانة، عجلون، معان، الرويشد، ...**
 - « أذكر بعض استعمالات الرخام. **البناء، صناعة الأثاث، ...**
 - « مَنْ شاهد عامل صيانة يريد تثبيت حنفية مياه على قطعة رخام؟ **تختلف الإجابات.**
 - « ما أهمية أن يثقب العامل قطعة الرخام بشكل رأسي؟ **تختلف الإجابات.**
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أذكر الطلبة بمفهوم المستقيمات المتوازية بالاستعانة بالرسم على اللوح، ثم أبين العلاقة بين ميلها.
- أبين للطلبة أن أي مستقيمين رأسيين هما مستقيمان متوازيان، وأن ميل كل منهما غير مُعرّف، وأن أي مستقيمين أفقيين هما أيضًا مستقيمان متوازيان، وأن ميل كل منهما يساوي صفرًا.

مثال 1

- أذكر الطلبة بكتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة، وكيفية إعادة كتابتها بصيغة الميل والمقطع.
- ناقش الطلبة بخطوات حل المثال 1 على اللوح، مع تأكيد أن المستقيمات المتوازية (غير الرأسية) التي معادلاتها مكتوبة بصيغة الميل والمقطع لها الميل نفسه، ولكن تختلف في المقطع y .

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (تحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

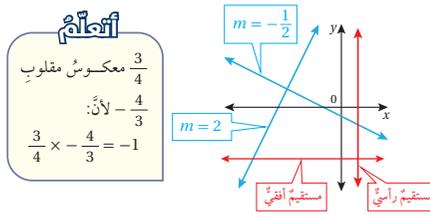
بالاستعانة بالرسم على اللوح:

- أذكر الطلبة بمفهوم المستقيمات المتعامدة، ثم أبين العلاقة بين ميلهما (معكوس المقلوب)، وأدون التعميم الآتي على اللوح:
المستقيم l_1 الذي ميله m_1 يكون عمودياً على المستقيم l_2 الذي ميله m_2 ، إذا وفقط إذا كان: $m_1 \times m_2 = -1$. حيث كل من l_1 و l_2 ليسا مستقيمين رأسيين.
- أوضح للطلبة أن المستقيمات الأفقية (ميلها يساوي 0) تعامد المستقيمات الرأسية (ميلها غير معرف)، ومثال ذلك المحوران الإحداثيان.
- ناقش الطلبة في خطوات حل المثال، وأؤكد في الخطوة 1 أهمية كتابة المعادلة $4y = -8x + 1$ بصيغة الميل والمقطع لتسهيل إيجاد الميل.

تحقق من فهمي: ✓

$$y + 1 = 2(x - 3) \Rightarrow y = 2x - 7$$

$$. y = 2x + 5 \text{ للمستقيم } (3, -1) \text{ والوازي للمستقيم } y = 2x + 5$$



يسمى المستقيمان اللذان يتقاطعان مُكوّنين زوايا قائمتين مستقيمين متعامدين (perpendicular lines). ويكون ميل أحدهما معكوس مقلوب (opposite reciprocals) ميل الآخر، وهذا يعني أن حاصل ضرب ميليهما يساوي -1 والمستقيمتان الرأسية والأفقية متعامدة.

مثال 2

أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المارّ بالنقطة $(4, 0)$ والعمودي على المستقيم $4y = -8x + 1$.

الخطوة 1 أجد ميل المستقيم المُعطى.

لإيجاد ميل المستقيم المُعطى أحتاج إلى كتابة المعادلة بصورة الميل والمقطع.

$$4y = -8x + 1$$

معادلة المستقيم المُعطى

$$\frac{4y}{4} = \frac{-8x}{4} + \frac{1}{4}$$

أقسم طرفي المعادلة على 4

$$y = -2x + \frac{1}{4}$$

أبسّط

ميل المستقيم $y = -2x + \frac{1}{4}$ هو -2

الخطوة 2 أجد ميل المستقيم العمودي على المستقيم المُعطى.

ميل المستقيم العمودي على المستقيم المُعطى يساوي معكوس مقلوب العدد -2 ؛ أي $\frac{1}{2}$

الخطوة 3 أكتب معادلة المستقيم العمودي بصيغة الميل والمقطع.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

أبدأ بصيغة الميل ونقطة

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 4)$$

أعوّض $(x_1, y_1) = (4, 0)$ ، $m = \frac{1}{2}$

$$y = \frac{1}{2}(x - 4)$$

أبسّط

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

خاصية التوزيع

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد ميل المستقيم الذي معادلته مثل: $4y = -8x + 1$ ، إذ يحددون الميل بأنه يساوي -8 (معامل x)، ويحددون المقطع y بأنه يساوي 1 ؛ لذا أؤكد لهم ضرورة قسمة جميع الحدود في المعادلة على معامل y (أي العدد 4) لجعل معامل y يساوي العدد 1، قبل تحديد ميل المستقيم أو تحديد المقطع y .

تنبيه: في الخطوة 3 من خطوات حل المثال، أؤكد ضرورة استعمال ميل العمودي وليس ميل المستقيم الذي معادلته: $y = -2x + \frac{1}{4}$ عند البدء بكتابة معادلة المستقيم العمودي بصيغة الميل ونقطة.

ميل المستقيم المعطى يساوي 3 ← ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $-\frac{1}{3}$

$$y-8 = -\frac{1}{3}(x-1) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{25}{3} \quad \text{أتحقق من فهمي:}$$

أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المارّ بالنقطة (1, 8) والمُعامِد للمستقيم $3y - 9x = 12$.

يمكنُ تحديد ما إذا كانَّ المستقيمان متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك من خلال الميل.

مثال 3

1 أحدد ما إذا كانَّ المستقيمان $-3x + 4y = 32$ و $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك.

الخطوة 1 أجد ميل كلِّ مستقيم.

$$\bullet \text{ ميل المستقيم } -3x + 4y = 32$$

معادلة المستقيم المُعطى

أجمع $3x$ إلى كلا الطرفين

أقسم طرفي المعادلة على 4

أبسط

$$-3x + 4y = 32$$

$$-3x + 4y + 3x = 32 + 3x$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{3x}{4} + \frac{32}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x + 8$$

إذن، ميل المستقيم $-3x + 4y = 32$ يساوي $\frac{3}{4}$

• ميل المستقيم $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$ يساوي $\frac{3}{4}$

الخطوة 2 أحدد العلاقة بين المستقيمين.

بما أنَّ ميلَي المستقيمين متساويان، إذن، فالمستقيمان متوازيان.

2 أحدد ما إذا كانَّ \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك، حيثُ $A(1, 1)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 2)$, $D(6, 1)$

الخطوة 1 أجد ميل كلِّ مستقيم.

• ميل \overrightarrow{AB}

صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-5 - 1}{-1 - 1}$$

$$= \frac{-6}{-2} = 3$$

أعوّض عن (x_1, y_1) بـ (1, 1) وعن (x_2, y_2) بـ (-1, -5)

أبسط

- أوضح للطلبة العلاقة بين الميل والمستقيمات المتوازية والمتعامدة، وأدونها على اللوح داخل إطار له شكل مميز (مثل شكل الغيمة أو غيرها) على النحو الآتي:

إذا كان للمستقيمين الميل نفسه؛ فإن المستقيمين متوازيان، وإذا كان حاصل ضرب ميليهما العدد -1 فإنهما متعامدان.

- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشادات:

- أوجه الطلبة لتدوين شرح العلاقة أعلاه في دفاترهم، لكي يسهل عليهم الرجوع إليها عندما يُطلب إليهم تحديد ما إذا كانت معادلتان خطيتان معطتان تمثلان مستقيمين متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك.
- أوضح للطلبة أنه ليس بالضرورة أن يكون المستقيمان في المستوى متوازيين أو متعامدين، إذ قد يتقاطع المستقيمان دون أن يكونا متعامدين.

سؤال إضافي:

« أحدد ما إذا كان المستقيمان: $y = 3x + 2$ و $y = -3x + 2$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك، وأبرر إجابتي، وأدعمها بالتمثيل البياني للمستقيمين.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين حل

السؤال الآتي:

أبيّن بأمثلة أن جميع المستقيمات التي معادلاتها على الصورة: $2x + 3y = c$ حيث c عدد حقيقي، مستقيمات متوازية.

مثال 4: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية تطبيقات توازي وتعامد المستقيمات في الإنشاءات الهندسية، والعديد من التطبيقات الحياتية.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم أطلب إلى الطلبة تحديد المعطيات والمطلوب.
- ناقش الطلبة في خطوات حل المثال، وأؤكد أهمية الاستعانة بالتمثيل البياني الخاص بالمثال.

• ميل \vec{CD}

صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{1 - 2}{6 - 3}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

أعوّض عن (x_1, y_1) بـ $(3, 2)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(6, 1)$

أبسّط

الخطوة 2 أحدد العلاقة بين المستقيمين.

الميلان غير متساويين، إذن، فالمستقيمان غير متوازيين. ولتحديد ما إذا كان المستقيمان متعامدين أجد حاصل ضرب ميّليهما.

$$3 \times -\frac{1}{3} = -1$$

بما أن حاصل ضرب ميّلي \vec{AB} و \vec{CD} يساوي -1 ، إذن، فالمستقيمان متعامدان.

3 **أتحقق من فهمي:** ميل المستقيم $y = -2x + 7$ يساوي -2 ، ميل المستقيم $y = 2x + 3$ يساوي 2

إذن المستقيمان غير متوازيين، وغير متعامدين.

3 أحدد ما إذا كانّ المستقيمان $2x + y = 7$ و $y - 2x = 3$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك.

4 أحدد ما إذا كانّ \vec{AB} و \vec{CD} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك، حيث $A(3, 6)$, $B(-9, 2)$, $C(5, 4)$, $D(2, 3)$

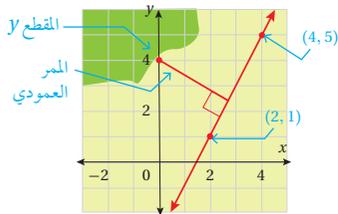
ميل $\vec{AB} = \frac{1}{3} = \frac{-4}{-12}$ ، ميل $\vec{CD} = \frac{1}{3} = \frac{-1}{-3}$ ، إذن المستقيمان متوازيان.

يمكن كتابة معادلة أيّ مستقيم يمرّ بنقطة معلومة يوازي أو يعامد مستقيماً معلوماً في كثير من التطبيقات الحياتية.

مثال 4: من الحياة

عمارة: ترغب إحدى البلديات بربط مدخل الحديقة العامة بمسار الجري داخل الحديقة من خلال ممّر عمودي على المسار. معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل مخطط الحديقة، أجد معادلة المستقيم الذي يمثل الممّر.





الخطوة 1 أجد ميل المستقيم الذي يمثل مسار الجري.
 تقسّع النقطتان (2, 1)، (4, 5) على مسار الجري، إذن، يمكن من خلالهما إيجاد ميل المستقيم الذي يمثل المسار.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{صيغة الميل}$$

$$= \frac{5 - 1}{4 - 2} \quad \text{أعوّض عن } (x_1, y_1) = (2, 1) \text{ وعن } (x_2, y_2) = (4, 5)$$

$$= \frac{4}{2} = 2 \quad \text{أبسّط}$$

الخطوة 2 أجد ميل المستقيم الذي يمثل معادلة الممر.

بما أن الممر عمودي على مسار الجري، إذن، أجد مقلوب معكوس ميل مسار الجري.
 بما أن ميل مسار الجري يساوي 2، فإن مقلوب معكوسه $-\frac{1}{2}$

الخطوة 3 أجد معادلة المستقيم الذي يمثل الممر.

بما أن المستقيم الذي يمثل الممر يقطع المحور y في النقطة (0, 4)، إذن، فإن المقطع له يساوي 4، وعليه فإن معادلة الممر بصيغة الميل والمقطع هي:

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

تحقق من فهمي:

في المثال السابق، تخطّط البلدية لإنشاء مسار ركض آخر داخل الحديقة مواز لمسار الركض الأول ويمر في مدخل الحديقة. أجد معادلة المستقيم الذي يمثل مسار الركض الجديد.
 $y - 4 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 4$

أدرب وأحل المسائل

أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المسار بالنقطة المُعطاة والموازي للمستقيم المُعطاة معادلته في كل مما يأتي:

- | | | | |
|---|----------------------------------|---|----------------------------------|
| 1 | $(-1, 5), y = \frac{1}{2}x - 10$ | 2 | $(2, -7), 2y = 5x - 3$ |
| | | | $y = \frac{5}{2}x - 12$ |
| 3 | $(4, 8), x + 4y - 9 = 0$ | 4 | $(9, 3), 2x - 7y + 1 = 0$ |
| | $y = -\frac{1}{4}x + 9$ | | $y = \frac{2}{7}x + \frac{3}{7}$ |

أدرب وأحل المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-8)، والمسائل (16-18) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من زميل / الزميلة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 18، أعزز لدى الطلبة الوعي بأهمية الترشيد باستهلاك الطاقة والمحافظة على بيئة صحية، بإخبارهم أن العالم يتجه في أيامنا الحالية إلى الاعتماد المتزايد على الطاقة الشمسية بوصفها مصدراً بديلاً للمشتقات النفطية؛ بهدف ترشيد استهلاك مصادر الطاقة غير المتجددة، والتقليل من الانبعاثات الضارة الناتجة من احتراقها، وأطلب إليهم البحث في شبكة الإنترنت عما يُعرف بمزارع حصاد الطاقة الشمسية في الأردن، وإعداد تقرير حول ذلك.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى قراءة الأسئلة الواردة في بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (20 - 23).
- أرسد آية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أدرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

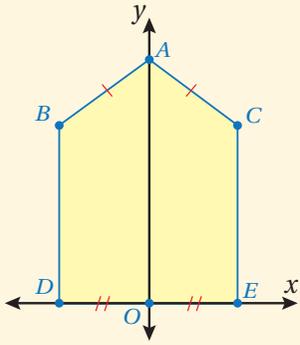
الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 14, 15 كتاب التمارين: (4-6)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (9-13), 14, (19-21) كتاب التمارين: (1-3), 7
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18-23) كتاب التمارين: (1-3), 7, 8

الإثراء 5

البحث وحل المسائل:



• أرسم الشكل

المجاور على

اللوحة، وأوضح

أن $DE = 8$ وأن

$EC = 10$ وأن

$AC = 5$ وأن O

هي نقطة الأصل، ثم أطلب إلى الطلبة الإجابة عن

الأسئلة الآتية، وتبرير إجاباتهم:

1 ما إحداثيا النقطة A ؟ $(0, 13)$ ، من المعطيات

وتطبيق نظرية فيثاغورس.

2 ما إحداثيا النقطة B ؟ $(-4, 10)$ ، من خواص

التماثل / الانعكاس حول y .

3 أجد معادلة \overleftrightarrow{AB} . $y = \frac{3}{4}x - \frac{39}{4}$

4 أجد معادلة المستقيم الموازي لـ \overleftrightarrow{AB} ، ويمر في C .

$$y = \frac{3}{4}x + 7$$

5 أجد معادلة المستقيم العمودي على \overleftrightarrow{AB} ، ويمر في

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{14}{3} . B$$

6 أحدد ما إذا كان المستقيمان اللذان حصلت على

معادلتيهما في السؤالين السابقين متوازيين أو

متعامدين أو غير ذلك. متعامدان

ملاحظة: يُمكن تكليف الطلبة تنفيذ النشاط واجبا منزليا،

ثم مناقشة النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المارّ بالنقطة المُعطاة والمُعاوِد للمستقيم المُعطاة معادلته في كلِّ ممَّا يأتي:

5 $(2, -7), y = x - 2$

$$y = -x - 5$$

7 $(2, 2), 3y = -2x + 6$

$$y = \frac{3}{2}x - 1$$

6 $(-5, -4), y = \frac{1}{2}x + 1$

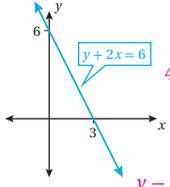
$$y = -2x - 14$$

8 $(-3, 0), 3x - 4y = -4$

$$y = -\frac{4}{3}x - 4$$

يبيِّن الشكل المجاور التمثيل البياني للمستقيم

$$y + 2x = 6$$



$$4 + 2(1) \stackrel{?}{=} 6, 6 = 6 \checkmark$$

أبيِّن أن النقطة $(1, 4)$ تقع على المستقيم.

أجد ميل المستقيم. $m = -2$

أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة. $y - 0 = -2(x - 3)$

أجد معادلة المستقيم المارّ بنقطة الأصل والموازي للمستقيم المُعطى بصيغة الميل والمقطع. $y - 0 = -2(x - 0)$

يحتوي الصندوق المجاور على زوجين من المستقيمتين المتعامدتين. فأني المستقيمتين مختلف؟ أبرِّز إجابتي. المستقيم الذي معادلته $6x + 3y = 7$ ميله -2 ، وناتج ضرب ميله في ميل أي مستقيم آخر لا يساوي -1

أحدِّد ما إذا كانَّ المستقيمان \overleftrightarrow{AB} و \overleftrightarrow{CD} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كلِّ ممَّا يأتي:

14 $A(8, -2), B(4, -1), C(3, 11), D(-2, -9)$

ميل $\overleftrightarrow{AB} = -\frac{1}{4}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD} = 4$ متعامدان.

15 $A(8, 4), B(4, 3), C(4, -9), D(2, -1)$

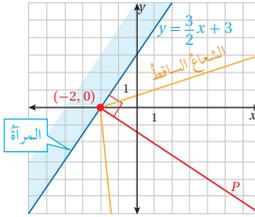
ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{1}{4}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD} = -4$ متعامدان.

16 $A(1, 5), B(4, 4), C(9, -1), (-6, -5)$

ميل $\overleftrightarrow{AB} = -\frac{1}{3}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD} = \frac{4}{15}$ غير متوازيين، وغير متعامدين.

17 $A(4, 2), B(-3, 1), C(6, 0), D(-10, 8)$

ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{1}{7}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}$ غير متوازيين، وغير متعامدين.



18 **أشعة:** تمثِّل المعادلة $y = \frac{3}{2}x + 3$

مستقيما يقع على سطح مرآة، وتمثِّل النقطة

$(-2, 0)$ نقطة التقاء الشعاع الساقط مع

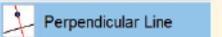
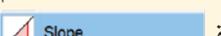
هذا المستقيم، أجد معادلة العمود P المُقام

على المرآة. $m = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 7 \\ 6x + 3y &= 7 \\ 3y - 5x &= 7 \\ 8x - 4y &= 7 \\ 4y + 2x &= 7 \end{aligned}$$

أندكّر

زاوية سقوط الشعاع تساوي زاوية انعكاسه.

- أحث الطلبة على استعمال برمجية جيوجبرا، واستعمال الأداة:  لرسم مستقيمين متوازيين، والأداة  لرسم مستقيمين متعامدين، والأداة  لحساب الميل.

- أوجه الطلبة إلى كيفية الاستفادة من الأدوات أعلاه في توضيح مفاهيم توازي المستقيمتين وتعامدها.

إرشاد: يمكنني تنفيذ النشاط في غرفة الحاسوب، أو باستعمال الهواتف النقالة إذا كانت متوفرة لدى بعض الطلبة.

تعليمات المشروع:

- أوجه الطلبة إلى تنفيذ الخطوتين 8 و 9 من المشروع، وأوضح لهم المطلوب تنفيذه فيهما.
- أذكر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد من أن جميع العناصر المطلوبة من المشروع متوفرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدث من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أجد ميل كل من المستقيمتين $y = 3x - 2$ و $y = 3x + 4$ وأكتب زوجاً من معادلات المستقيمتين المتوازيتين وزوجاً من معادلات المستقيمتين المتعامدتين.

$$y = 3x - 2, \quad m = 3$$

$$y = 3x + 4, \quad m = 3$$

$$y = \frac{-1}{3}x + 4, \quad m = \frac{-1}{3}$$

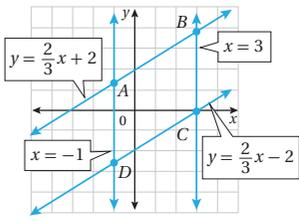
المستقيم الذي معادلته: $y = 3x - 2$ يوازي المستقيم الذي معادلته: $y = 3x + 4$

المستقيم الذي معادلته: $y = 3x - 2$ يعامد المستقيم الذي معادلته: $y = \frac{-1}{3}x + 4$

أندكّر

متوازي الأضلاع شكلاً رباعيًّا فيشكل ضلعين متقابلين متوازيين.

أستعمل الميل لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعيّ $ABCD$ المبيّن في التمثيل البيانيّ المجاور يمثل متوازي أضلاع.



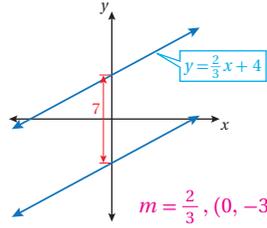
ميل $\vec{AB} = \frac{2}{3}$ ، ميل $\vec{DC} = \frac{2}{3}$ ، $\vec{DC} \parallel \vec{AB}$ ، ميل \vec{CB} غير معرف، ميل \vec{AD} غير معرف، $\vec{AD} \parallel \vec{CB}$ الشكل متوازي أضلاع.

مهارات التفكير العليا

تبرير: تمثل النقاط $A(5, 10)$, $B(1, 5)$, $C(6, 1)$ رؤوس لمتوازي الأضلاع $ABCD$

أجد معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين A و C . الميل -9 ، $y = -9x + 55$

أجد إحداثيّتي نقطتين مُحتملتين للرأس الرابع D لمتوازي الأضلاع، مبرراً إجابتي. $D_1 = C(6, 1) + (4, 5) = (10, 6)$, $D_2 = C(6, 1) + (-4, -5) = (2, -4)$



تبرير: يبيّن الشكل المجاور التمثيل البيانيّ لمستقيمين متوازيين في المستوى الإحداثيّ. أجد معادلة المستقيم السّفلّي، وأبرّر إجابتي.

$$m = \frac{2}{3}, (0, -3) \Rightarrow y + 3 = \frac{2}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 3$$

تحديد: أجد قيمة a التي تجعل المستقيمين $2y = (a+4)x - 1$ و $y = ax + 5$ متوازيين. $\frac{a+4}{2} = a \Rightarrow a = 4$

أكتب: كيف يمكن تحديد ما إذا كان مستقيمان في المستوى الإحداثيّ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك؟ أنظر إجابات الطلبة.

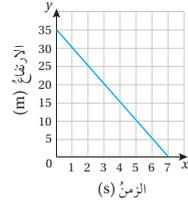
إرشاد: في السؤال 21، ألفت انتباه الطلبة إلى أنه عند المحافظة على الترتيب في تسمية متوازي الأضلاع $ABCD$ ، فإنه يمكن إيجاد نقطة واحدة D ، أما في حالة عدم الاهتمام بترتيب الرؤوس، وقراءة تسمية متوازي الأضلاع قراءة مختلفة، مثل $ADBC$ ، فإنه يمكن إيجاد أكثر من حل للنقطة D .

اختبار نهاية الوحدة:

- أوجه الطلبة إلى (اختبار نهاية الوحدة)، وأطلب إليهم حل المسائل (1-6) فردياً، وأتجول بينهم، وأقدم لهم التغذية الراجعة، ثم أناقش حل بعض المسائل على السبورة مع الصف كاملاً.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (7-21)، وأتجول بينهم لمساعدتهم وإرشادهم وتوجيههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

- في الأسئلة (7-10)، أذكر الطلبة بأنه لكي نحكم على صحة العبارة، فإنها يجب أن تكون صحيحة دائماً، ولا يُقبل أن تكون صحيحة في بعض الحالات وغير صحيحة في حالات أخرى.
- في الأسئلة (11-13)، أذكر الطلبة بدلالة مقطع العلاقة الخطية من المحور x ، ودلالة مقطعها من المحور y ، ويمكن توجيه أسئلة إضافية تُعمق فهم الطلبة، مثل:
 - « كم ثانية استغرقت الطائرة العمودية للهبوط من ارتفاع 30 m إلى ارتفاع 10 m؟ 4 ثوانٍ.
 - « هل معدل هبوط الطائرة العمودية ثابت وفق هذا التمثيل البياني؟ نعم، ويساوي 5 m/s



يبيّن الشكل المجاور العلاقة بين ارتفاع طائرة عمودية بالأمطار والزمن بالنواني اللازم لوصولها إلى سطح الأرض.

- 11 بعد كم ثانية تصل الطائرة إلى سطح الأرض؟ 7 s
- 12 بعد كم ثانية تكون الطائرة على ارتفاع 15 m؟ 4 s
- 13 ما مدلول المقطع y في هذه الحالة؟ ارتفاع الطائرة قبل البدء بالهبوط.

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 ميل المستقيم المار بالنقطتين (5, -4) و (-10, 5):

(a) موجب (b) سالب

(c) صفر (d) غير مُعرّف

2 ميل المستقيم المار بالنقطة (0, 0) هو 2، فأَيُّ النقاط الآتية تقع أيضًا على المستقيم؟

(a) (-4, 2) (b) (2, 4)

(c) (-2, 4) (d) (2, -4)

3 المقطع y للتمثيل البياني للمعادلة $5x + 2y = 30$ هو:

(a) -15 (b) -6

(c) 6 (d) 15

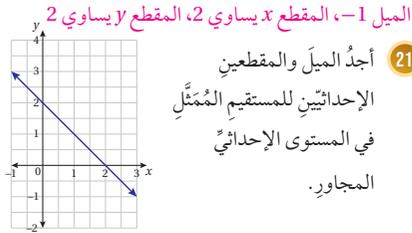
4 المقطع x للتمثيل البياني للمعادلة $y = 4x + 32$ هو:

(a) -32 (b) -8 (c) 8 (d) 32

5 أيُّ المعادلات الآتية تمثل مستقيمًا ميله $\frac{1}{3}$ ويمرُّ بالنقطة (-2, 1)؟

(a) $y = \frac{1}{3}x + 1$ (b) $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

(c) $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$ (d) $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$



تدريب على الاختبارات الدولية

21 أجد الميل والمقطعين الإحداثيين للمستقيم الممثل في المستوى الإحداثي المجاور.

- 22 ميل المستقيم المارّ بالنقطتين (a, b) و (c, d) هو:
- a) $\frac{d-c}{b-a}$ b) $\frac{b-d}{a-c}$
 c) $\frac{d-b}{a-c}$ d) $\frac{a-c}{b-d}$

23 مستقيم أفقي يمرّ بالنقطة $(5, 22)$ ، فأَيُّ النقاط الآتية تقع على المستقيم؟

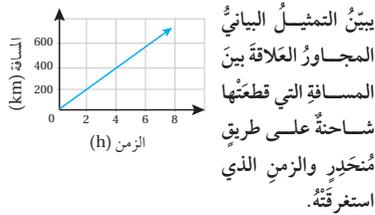
- a) $(5, 2)$ b) $(0, 22)$
 c) $(22, 5)$ d) $(0, 5)$

24 أيُّ المعادلات الآتية تمثل معادلة مستقيم أفقي؟

- a) $3x + 6y = 0$ b) $2x + 7 = 0$
 c) $-3y = 29$ d) $x - 2y = 4$

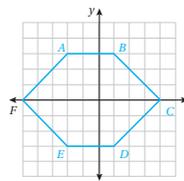
25 أيُّ المعادلات الآتية المقطع y لها لا يساوي 5 ؟

- a) $2x = y - 5$ b) $3x + y = 5$
 c) $y = x + 5$ d) $2x - y = 5$



14 أجد المسافة التي قطعتها الشاحنة بعد 4 ساعات من انطلاقها. 400 km

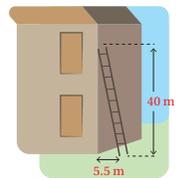
15 هل تسير الشاحنة بسرعة ثابتة على الطريق؟ أبرّر إجابتي. نعم؛ لأن التمثيل البياني مستقيم. بيّن الشكل الآتي المضلع السداسي $ABCDEF$.



16 أجد ميل كل من: \vec{AE}, \vec{AD}

17 أجد معادلة كل من: $\vec{AB}, \vec{DC}, \vec{AF}$

(16-17) أنظر الهامش.



18 أجد ميل السلم في الشكل المجاور. $\frac{-40}{5.5} \approx -7.27$

تمثّل المعادلة $y = 5x + k$ مستقيمًا يمرّ بالنقطة $(2, 11)$.

19 أجد قيمة k . $k = 1$

20 أجد معادلة المستقيم الموازي للمستقيم في الفرع السابق المارّ بالنقطة $(4, 11)$. $y = 5x - 9$

تدريب على الاختبارات الدولية

• أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فريدًا، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.

• أحفز الطلبة على الاهتمام بحل هذه الأسئلة ومثيلاتها، والمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين اختباراتي المدرسية نماذج مماثلة لهذه الأسئلة.

إجابات:

16 ميل \vec{AE} غير معرّف، ميل $\vec{AD} = -2$

17 معادلة \vec{AF} : $y = x + 5$

معادلة \vec{DC} : $y = x - 4$

معادلة \vec{AB} : $y = 3$

إرشادات:

• في السؤالين 16 و 17، أوجه الأسئلة الإضافية الآتية بهدف تعميق الفهم لدى الطلبة:

« في المضلع السداسي الذي يظهر في الشكل:

« كيف نثبت أن $\vec{AB} \parallel \vec{ED}$ ؟ الميل للضلعين يساوي 0

« كيف نثبت أن $\vec{CD} \parallel \vec{AF}$ ؟ الميل للضلعين يساوي 1

« كيف نثبت أن $\vec{FE} \parallel \vec{BC}$ ؟ الميل للضلعين يساوي -1

كتاب التمارين

الوحدة 3

المعادلات الخطية بمتغيرين

أستعد لإدراة الوحدة

مثال: أحل المعادلة $2(5x - 1) = 8$ ، وانتحق من صحة الحل:

$2(5x - 1) = 18$	المعادلة الأصلية
$10x - 2 = 8$	خاصية التوزيع
$10x - 2 + 2 = 18 + 2$	أجمع 2 للطرفين
$\frac{10x}{10} = \frac{20}{10}$	أقسم طرفي المعادلة على 10
$x = 2$	أبسط

أتحق من صحة الحل:

$2(5(2) - 1) \stackrel{?}{=} 18$	بتعويض $x = 2$ في المعادلة
$2(9) \stackrel{?}{=} 18$	أبسط
$18 = 18 \quad \checkmark$	الطرفان متساويان، إذن الحل صحيح

التعبير عن مسألة حياتية بمعادلة، ثم حلها (الدرس 3)

10 **مَلَك:** يرغب علاء في شراء تلسكوب لمراقبة النجوم ليلاً، فإذا كان ثمن التلسكوب JD 92، وكان مع علام JD 32، فأكتب معادلة يمكن بحلها إيجاد المبلغ الذي يحتاجه علاء شهرياً ليتمكن من شراء التلسكوب خلال 4 أشهر.

$4x + 32 = 92$

الوحدة 3

المعادلات الخطية بمتغيرين

أستعد لإدراة الوحدة

أختبرُ معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة، أستعينُ بالمثال المُعطى.

تمثيل المعادلة الخطية بمتغير واحد بيانياً في المستوى الإحداثي (الدرس 1)

أمثلُ كل معادلة مما يأتي بيانياً في المستوى الإحداثي: (1-3) **أنظر ملحق الإجابات**

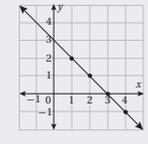
1 $y = 2x - 1$ 2 $y = 4x - 2$ 3 $y = 5 - 3x$

مثال: أمثل المعادلة بيانياً $y = 3 - x$ في المستوى الإحداثي:

خطوة 1 أختارُ 4 قيم للمدخلات، ولكن 1، 2، 3، 4، ثم أجد قيم المخرجات المناظرة لها باستخدام المعادلة:

x	3-x	y	(x,y)
1	3-1	2	(1,2)
2	3-2	1	(2,1)
3	3-3	0	(3,0)
4	3-4	-1	(4,-1)

خطوة 2 أمثل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي وأصل بيئها بخط:



حل المعادلة الخطية بمتغير واحد (الدرس 2)

أحلُ كلًا من المعادلات الآتية، وانتحق من صحة الحل:

1 $x = 4$, $[2(4) - 3 \stackrel{?}{=} 5, 5 = 5 \quad \checkmark]$ 2 $x = 26$, $[\frac{1}{2}(26) - 6 \stackrel{?}{=} 7, 13 - 6 = 7 \quad \checkmark]$ 3 $x = \frac{5}{9}$, $[\frac{5}{9} + 4 \stackrel{?}{=} 9 - 8 \times \frac{5}{9}, \frac{41}{9} = \frac{41}{9} \quad \checkmark]$ 4 $x = -\frac{2}{3}$, $[2(-\frac{2}{3} - 1) \stackrel{?}{=} 5 \times -\frac{2}{3}, -\frac{10}{3} = -\frac{10}{3} \quad \checkmark]$

4 $2x - 3 = 5$ 5 $\frac{1}{2}x - 6 = 7$ 6 $x + 4 = 9 - 8x$

7 $2(x - 1) = 5x$ 8 $\frac{2-x}{3} = \frac{x+1}{5}$ 9 $7(3x - 11) = 2(4x + 5)$

1. أنظر تحقن الطلبة. 2. أنظر تحقن الطلبة. 3. أنظر تحقن الطلبة.

الوحدة 3

المعادلات الخطية بمتغيرين

أستعد لإدراة الوحدة

مثال: لساعات ساعة ذكية شانتها على شكل مستطيل طوله 4 cm، ومحيطه 14 cm أكتب معادلة، ثم أحلها لأجد عرض الشاشة.

الخطوة 1 أكوّن معادلة:

بالكلمات محيط الشاشة يساوي ضعف طولها مضافاً إليه ضعف عرضها.

بالرموز 14 يساوي 4×4 مضافاً إلى $2w$

المعادلة $2w + 8 = 14$

الخطوة 2 أحل المعادلة:

أكتب المعادلة

$$2w + 8 = 14$$

$$\frac{2w}{2} = \frac{14 - 8}{2}$$

أطرح 8 من الطرفين (خاصية المساواة للطرح)

$$2w = 6$$

أقسم الطرفين على 2 (خاصية المساواة للقسمة)

$$\frac{2}{2}w = \frac{6}{2}$$

حل المعادلة

$$w = 3$$

إذن، عرض الشاشة يساوي 3 cm

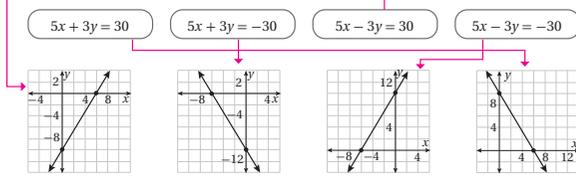
كتاب التمارين

الدرس 1 المعادلة الخطية بالصورة القياسية

أحد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت خطية فاكتبها على الصورة القياسية:

- 1 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 8$ ليست خطية. 2 $\frac{x}{3} = 2 + \frac{y}{5}$ خطية، $5x - 3y = 30$. 3 $\frac{5}{x} = y - 1$ ليست خطية.

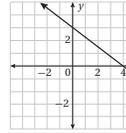
4 أصل بيّن المعادلة والتمثيل البياني المناسب لها:



أمثل كل معادلة مما يأتي بيانيًا باستعمال المقطع x والمقطع y : (5-10) أنظر ملحق الإجابات.

- 5 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = \frac{3}{2}$ 6 $y = -x + 7$ 7 $y = 3x + 9$
8 $1 = 10 - 3y$ 9 $4x - 7y = 14$ 10 $y = 5 - x$

11 يمثل كل من التمثيل البياني والجدول الآتيين معادلتين مختلفتين، بم تشابه المعادلتان؟ وفيه تختلفان؟



التشابه: المقطع لا يساوي 3، تناقص قيم y مع زيادة قيم x ، يمر المستقيمان بالأزواج 1، 2، 4

x	-4	-2	0	2	4
y	5	4	3	2	1

الاختلاف: المقطع x ، في الرسم 4، في الجدول أكبر من 4

12 أكتب معادلة بالصورة القياسية يكون المقطع x لتساويها البياني 3 والمقطع y هو $5x + 3y = 15$

13 أجد المقطعين x و y للتمثيل البياني للمعادلة $Ax + By = C$
المقطع x يساوي $\frac{C}{A}$ ، المقطع y يساوي $-\frac{C}{B}$.

36

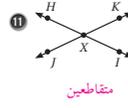
الوحدة 3

المعادلات الخطية بمتغيرين

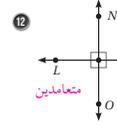
أستعد لإداسة الوحدة

المستقيمان المتوازيان والمتقاطعة والمتعامدة (الدرس 5)

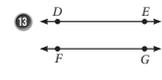
أبيّن إذا كان المستقيمان متقاطعين أو متعامدين أو متوازيين في كل مما يأتي:



متقاطعين

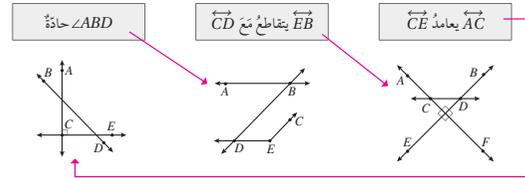


متعامدين



متوازيين

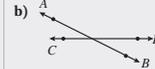
14 أصل بخط بيّن العبارة والشكل الهندسي الذي يناسبها في كل مما يأتي:



مثال: أبيّن إذا كان المستقيمان متقاطعين أو متعامدين أو متوازيين في كل مما يأتي:



مستقيمان متوازيان لا يتقاطعان أبدًا.



مستقيمان متقاطعان فقط لأنّ الزوايا التي تشكلت حول نقطة التقاطع ليست قائمة.



مستقيمان متعامدان؛ لأنهما يشكلان أربع زوايا قائمة حول نقطة التقاطع.

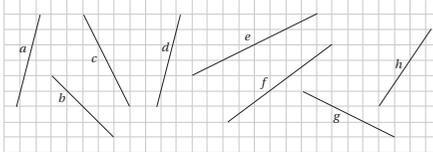
35

الدرس 2 ميل المستقيم

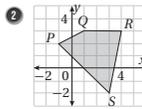
المعادلة الخطية بمتغيرين

اسم المستقيم	a	b	c	d	e	f	g	h
الميل	4	-1	-2	4	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$

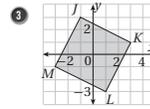
1 أجد ميل كل مستقيم مما يأتي:



أجد ميل كل ضلع من أضلاع الأشكال الآتية:



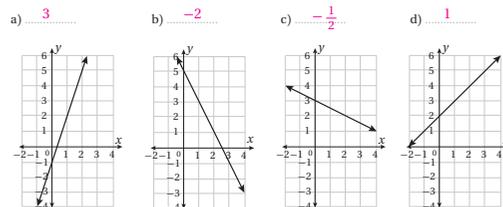
$\overline{PQ}: \frac{1}{2}, \overline{QR}: 0,$
 $\overline{PS}: -1, \overline{RS}: 5$



$\overline{MJ}: 2, \overline{JK}: -\frac{1}{2},$
 $\overline{ML}: -\frac{1}{2}, \overline{LK}: 2$

4 أختار الميل المناسب لكل مستقيم مما يأتي من الصندوق أدناه:

3 -3 -2 4 1 2 0.5 -0.5



37

كتاب التمارين

ملاحظاتاتي

الدرس 2 ميل المستقيم (يتبع)

5 أضغ دائرة حول معادلة المستقيم الذي ميله 4:

$$y = 4x - 2$$

$$y = x + 4$$

$$y = 4$$

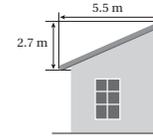
$$y = 5 - 4x$$

$$y = \frac{x}{4} - 4$$

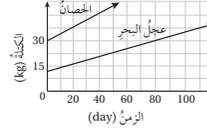
$$y = 4x$$

$$x = 4$$

$$y - 4x = 3$$



6 أجد ميل سطح المنزل المجاور. تقريباً 0.5.

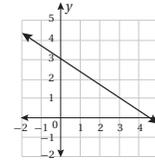


7 يبين التمثيل المجاور متوسط معدل نمو كل من عجول البحر والحصان، أي الحيوانين له أسرع معدل نمو؟ الحصان

8 أجد معدل التغيير للبيانات في الجدول الآتي: 15

عدد نفاذ الحقل	5	6	7	8
التمن (ID)	75	90	105	120

9 أكتب بالصورة القياسية معادلة مستقيم له ميل المستقيم $5x - y = -4$ نفسه. $5x - y = 10$



10 أكتشف الخطأ: تقول هنا إن التمثيل البياني المجاور يمثل المعادلة $3x + 2y = 9$. أكتشف الخطأ الذي وقعت فيه هنا، وأصححه. بدلت بين معامل x ومعامل y . الرسم البياني يمثل المعادلة $2x + 3y = 9$

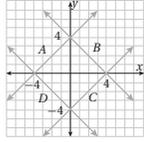
38

الدرس 3 معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع

يمر المستقيم الذي يمثل المعادلة $y = 4x + c$ في النقطة (1, 7):

1 أجد قيمة c .

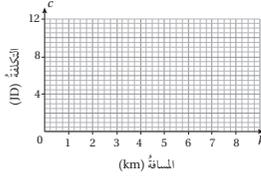
2 أمثل المعادلة بيانياً باستعمال الميل والمقطع y . أنظر ملحق الإجابات.



3 يبين التمثيل البياني المجاور المستقيمات A, B, C, D . أكتب معادلة كل مستقيم بصيغة الميل والمقطع.

$$A: y = x + 4 \quad B: y = -x + 4$$

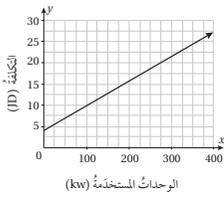
$$C: y = x - 4 \quad D: y = -x - 4$$



4 تستعمل شركة النقل البري A المعادلة $C = 2.5 + k$ لحساب تكلفة الرحلة (بالدينار) لكل k كيلومترًا. وتستعمل شركة النقل البري B المعادلة $C = 2 + 1.25k$ لحساب تكلفة الرحلة (بالدينار) لكل k كيلومترًا:

5 أستخدم المستوى الإحداثي المجاور لتمثيل المعادلتين بيانياً باستعمال الميل والمقطع y . أنظر ملحق الإجابات.

ما طول الرحلة التي تتقاضى عليها الشركتان المبلغ نفسه؟ 2 km



6 يبين التمثيل البياني المجاور العلاقة بين التكلفة الكلية وعدد وحدات الطاقة الكهربائية المستخدمة: (6-7) أنظر ملحق الإجابات.

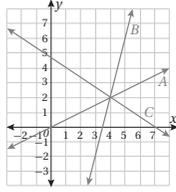
7 أجد قيمة المقطع y ، ثم أصف ما يمثل في المسألة.

8 أجد ميل المستقيم، ثم أصف ما يمثل في المسألة.

9 أكتب معادلة خطية بمتغيرين لإيجاد التكلفة الكلية لوحدات الطاقة الكهربائية المستخدمة. $y = 0.06x + 4$

39

الدرس 5 المستقيمان المتوازيان والمتعامدان

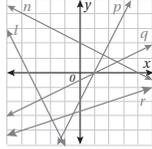


بيِّن الشكل المجاور التمثيل البياني للمستقيمات A و B و C ، أجد:

- ميل مستقيم معامد للمستقيم A -2
- ميل مستقيم مواز للمستقيم C $-\frac{2}{3}$
- معادلة المستقيم المعامد للمستقيم B والمواز في نقطة تقاطع المستقيمان الثلاثة.
 $y = -\frac{1}{4}x + 3$

4 أكتب معادلة المستقيم المارَّ بالنقطة $(4, 7)$ والموازي للمستقيم \overline{AB} ، حيث $A(1, 4)$ و $B(5, 2)$.

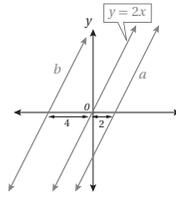
$$y - 7 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$



أسعني مستقيمان من الشكل المجاور تطابق الوصف في كل مما يأتي:

- مستقيم مواز للمستقيم الذي معادلته $y = 2x - 3$ p
- مستقيم عمودي على المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x + 7$ l

7 تليزر: أبتن ما إذا كانَّ المستقيمان $7x - 3y = 8$ و $7x - 3y = 5$ متوازيين أم لا من دون إرجاء الميل. متوازن لأنَّ المستقيم الثاني عبارة عن انسحاب المستقيم الأول 3 وحدات للأعلى.

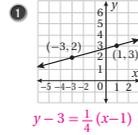


8 تليزر: بيِّن التمثيل البياني المجاور ثلاثة مستقيمان متوازيين. أجد معادلة كل من المستقيمين a و b . أبتز إجابتي.

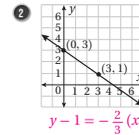
- a : ميله 2 ويمر بالنقطة $(2, 0)$ ، معادلته $y - 0 = 2(x - 2)$.
- b : ميله 2 ويمر بالنقطة $(-4, 0)$ ، معادلته $y - 0 = 2(x + 4)$.

الدرس 4 معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة

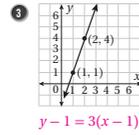
أكتب معادلة المستقيم الممثلة بيانياً في كل مما يأتي بصيغة الميل ونقطة:



$$y - 3 = \frac{1}{4}(x - 1)$$

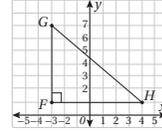


$$y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 3)$$



$$y - 1 = 3(x - 1)$$

بيِّن التمثيل البياني المجاور المثلث القائم الزاوية GHF :



4 أكتب معادلة بصورة الميل ونقطة تمثل المستقيم الذي يحوي \overline{GH} .

5 أكتب معادلة بصورة الميل ونقطة تمثل المستقيم الذي يحوي \overline{FH} .

$$y - 1 = 0(x - 4)$$

بيِّن الجدول المجاور عدة لترات الماء y في خزَّان بعد x ساعة:

عدد لترات الماء (y)	الزمن (x)
3320	2
4570	3
7070	5
10820	8

6 أبتن ما إذا كانت العلاقة بيِّن عدد لترات الماء في الخزَّان والزمن خطية أم لا.

خطية، الميل = 1250

7 أكتب معادلة خطية بمتغيرين تمثل البيانات بصيغة الميل ونقطة.

$$y - 3320 = 1250(x - 2)$$

8 أكتشف الخطأ: تقول مرام إنَّ جدول القيم الآتي يمثل علاقة خطية بيِّن x و y . غير صحيح

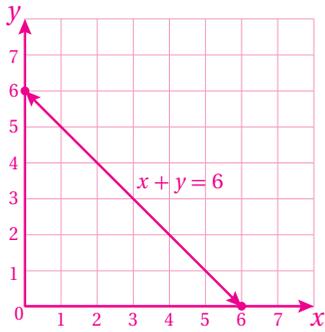
$$\frac{5-4}{2-1} \neq \frac{4-(-1)}{1-0} \Rightarrow 1 \neq 5$$

x	-1	0	1	2
y	-4	-1	4	5

حل ما تقولهُ مرام صحيح؟ أبتز إجابتي.

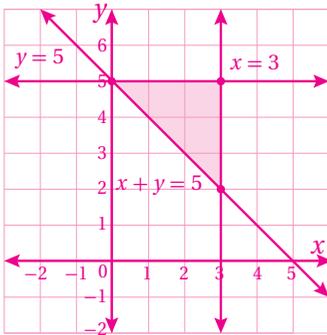
9 مسألة مفتوحة: أكتب 5 معادلات خطية مختلفة بمتغيرين تمرُّ بالنقطة $(1, 4)$ ، ثمَّ أمثل كلَّ معادلةٍ منها في المستوى الإحداثي. أنظر إجابات الطلبة.

20 أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطتين $(6, 0)$, $(0, 6)$



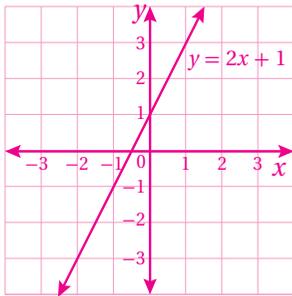
22 إجابة ممكنة:

$$y = 5, x = 3$$

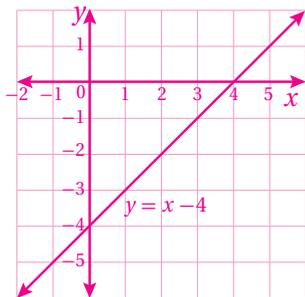


الدرس 3 (أتحقق من فهمي 2):

2 أنظر رسم الطلبة، مستقيم يمر بالنقطتين $(1, 3)$, $(0, 1)$



3 أنظر رسم الطلبة، مستقيم يمر بالنقطتين $(1, -3)$, $(0, -4)$

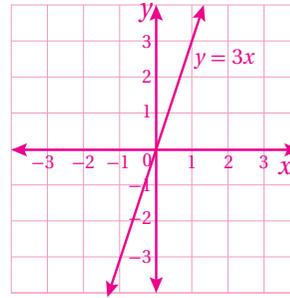


الدرس 1 (أتحقق من فهمي 2):

2 أنظر رسم الطلبة، المستقيم

يمر بالنقطة $(0, 0)$ ونقاط أخرى مثل:

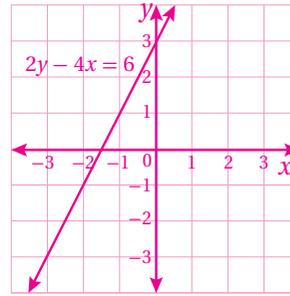
$$(-1, -3), (1, 3)$$



3 أنظر رسم الطلبة، المستقيم

يمر بنقاط مثل:

$$(-2, -1), (-1, 1), (0, 3)$$



الدرس 1 (أتحقق من فهمي 4):

4 المقطع x يساوي 20، المقطع y يساوي 200

5 المقطع y يساوي 200 وهذا يعني وجود 200 لتر وقود في خزان الشاحنة قبل مغادرتها.

المقطع x يساوي 20 وهذا يعني إمكانية قيادة السيارة 20 ساعة حتى ينفذ الوقود.

6 10 ساعات.

الدرس 1 (أندرب وأحل المسائل):

4 أنظر جداول الطلبة و تمثيلهم البياني. الرسم مستقيم أفقي يمر بالنقطة $(0, -1)$.

5 أنظر جداول الطلبة و تمثيلهم البياني. الرسم مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 8)$, $(-8, 0)$.

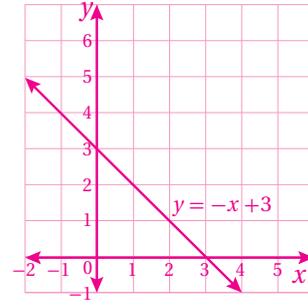
6 أنظر جداول الطلبة و تمثيلهم البياني. الرسم مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 7.5)$, $(5, 0)$.

9 أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطتين $(-6, 0)$, $(0, \frac{3}{2})$.

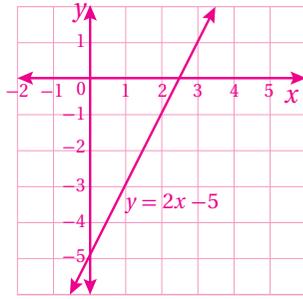
10 أنظر رسم الطلبة، المستقيم رأسي يمر بالنقطة $(-6, 0)$.

11 أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطتين $(\frac{3}{4}, 0)$, $(0, \frac{-4}{3})$.

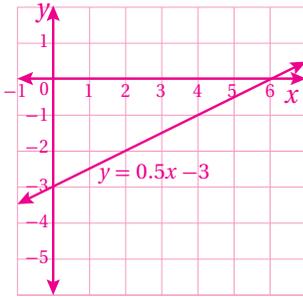
(4) أنظر رسم الطلبة، مستقيم يمر بالنقطتين (1, 2), (0, 3)



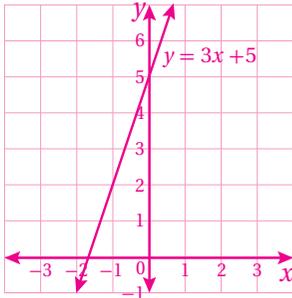
(6) مستقيم يمر بالنقطتين (1, -3), (0, -5)



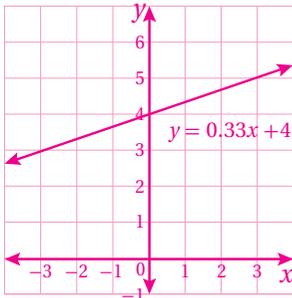
(7) مستقيم يمر بالنقطتين (2, -2), (0, -3)



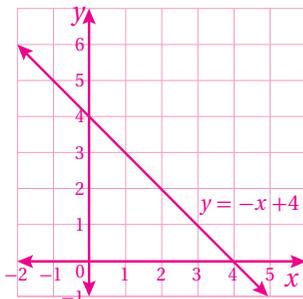
(8) مستقيم يمر بالنقطتين (-1, 2), (0, 5)



(9) مستقيم يمر بالنقطتين (-3, 3), (0, 4)



(10) مستقيم يمر بالنقطتين (1, 3), (0, 4)



الدرس 3 (أتحقق من فهمي 4):

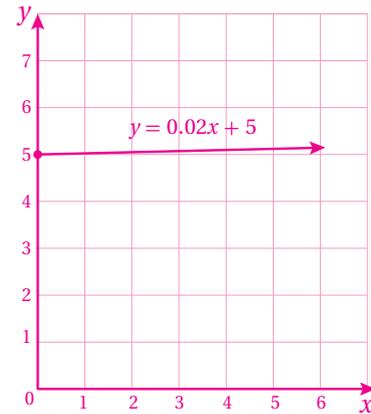
بفرض أن x عدد كلي تُمثل الدقائق التي تتحدثها فرح:

1) $y = 0.02x + 5$

(2) المقطع y يساوي 5 JD ويمثل تكلفة الشحن الشهري دون إجراء مكالمات. والميل 0.02 يمثل تكلفة التحدث لمدة دقيقة واحدة وهو معدل ثابت.

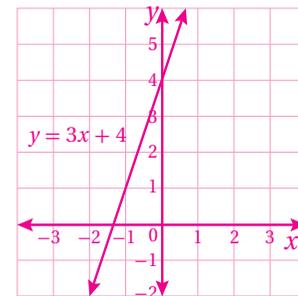
(3) لا يوجد مقطع x ؛ لأن أقل قيمة للمتغير x هي 0، وعندها $y = 5$.

(4) أنظر رسم الطلبة، شعاع يمر بالنقطتين (5, 5.1), (0, 5)

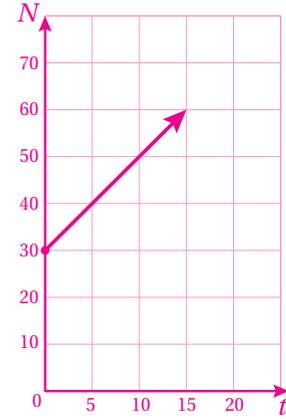


الدرس 3 (أدرب وأحل المسائل):

(5) مستقيم يمر بالنقطتين (-2, -2), (0, 4)



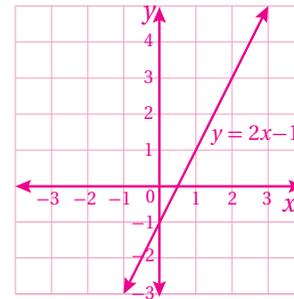
(13) أنظر رسم الطلبة، شعاع يمر بالنقطتين $(0, 30)$, $(10, 50)$



كتاب التمارين، (أستعد لدراسة الوحدة):

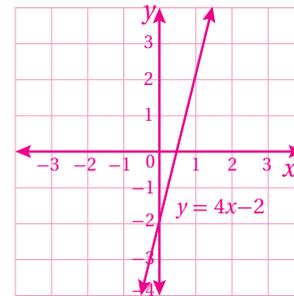
(7) أنظر رسم الطلبة.

مستقيم يمر بنقاط مثل: $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(-1, -3)$, $(3, 5)$



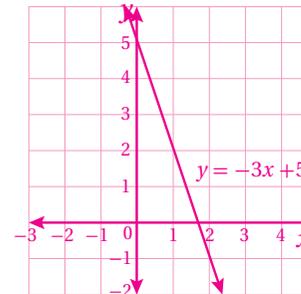
(8) أنظر رسم الطلبة.

مستقيم يمر بنقاط مثل: $(0, -2)$, $(1, 2)$, $(-1, -6)$, $(2, 6)$



(9) أنظر رسم الطلبة.

مستقيم يمر بنقاط مثل: $(0, 5)$, $(1, 2)$, $(-1, 8)$, $(2, -1)$



في المسائل 5 - 10 أنظر رسم الطلبة الذي يحقق ما يأتي:

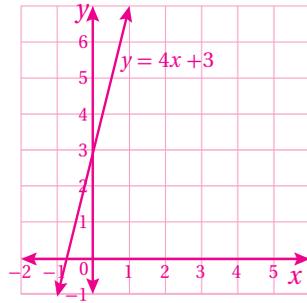
رقم السؤال	5	6	7	8	9	10
المقطع x	3	7	-3	لا يوجد	$\frac{7}{2}$	5
المقطع y	6	7	9	3	-2	5

كتاب التمارين، (الدرس 3):

(2) أنظر رسم الطلبة.

التمثيل البياني مستقيم يمر بالنقطتين

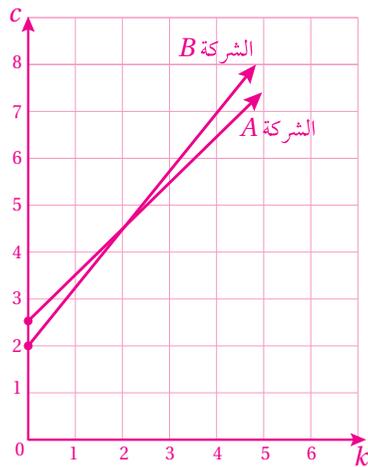
$(-\frac{3}{4}, 0)$, $(0, 3)$



(4) أنظر رسم الطلبة.

الشركة A: مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 2.5)$, $(1, 3.5)$

الشركة B: مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 2)$, $(1, 3.25)$



(6) JD 4، تكلفة الاشتراك الشهري دون استخدام وحدات طاقة كهربائية.

(7) الميل يساوي JD 0.06 ويمثل تكلفة استخدام 1 kw من الطاقة الكهربائية.

المثلثات المتطابقة

الوحدة

4



www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة



عدد الحصص	الأدوات اللازمة	المصطلحات	النتائج	اسم الدرس
1	• ورقة المصادر 11			تهيئة الوحدة
4	• ورقة المصادر 12 • ورقة المصادر 13 • ورقة المصادر 14 • مسطرة. • منقلة. • جهاز حاسوب. • برمجية جيو جبرا.	المسلّمة. النظرية. البرهان. البرهان السهمي. الزاوية المحصورة. البرهان ذو العمودين.	• إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SSS. • إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SAS. • إثبات تطابق مثلثين باستعمال نظرية HL.	الدرس 1: تطابق المثلثات (SSS, SAS, HL)
3		الضلع المحصور.	• إثبات تطابق المثلثات باستعمال مسلّمة ASA. • إثبات تطابق المثلثات باستعمال نظرية AAS.	الدرس 2: تطابق المثلثات (ASA, AAS)
3	• أوراق بيضاء قياس A4 • مسطرة. • منقلة. • جهاز حاسوب. • برمجية جيو جبرا.	الساقان. زاوية الرأس. القاعدة. زاويتا القاعدة. النتيجة.	• استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين. • استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.	الدرس 3: المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع.
1	• أعواد آيس كريم. • سيلكون لاصق.			عرض نتائج مشروع الوحدة
2				اختبار نهاية الوحدة
14 حصة				المجموع

المثلثات المتطابقة

الوحدة
4

ما أهمية هذه الوحدة؟

تُستعمل المثلثات كثيرًا في التصميم الهندسية؛ لأنَّ خصائصها الهندسية تُضفي قوةً كبيرةً وجمالًا للتصميم؛ فأيُّ قوةٍ تؤثر في المثلث تنزَع بالتساوي على أضلاعه، لذلك نرى المثلثات كثيرًا في الجسور، والمباني، وأعمدة الكهرباء العالية، والرافعات.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة في هذه الوحدة على ما تعلموه في الصف السابع عن تطابق المضلعات؛ لتعرف مسلمات ونظريات تطابق المثلثات، وسيستعملونها في إثبات تطابق المثلثات.

إضافةً إلى ما سبق، سيتعرف الطلبة أجزاء المثلث المتطابق الضلعين والنظريات المتعلقة به، وسيتعرفون أيضًا النظريات المتعلقة بالمثلث المتطابق الأضلاع، وسيستعملون هذه النظريات في مسائل رياضية وحياتية.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- إثبات تطابق مثلثين باستخدام حالات التطابق المتعددة.
- تعرف خصائص المثلث المتطابق الضلعين والمتطابق الأضلاع.
- حل مسائل حياتية على تطابق المثلثات.

تعلمت سابقًا:

- ✓ تصنيف المثلثات بحسب أطوال أضلاعها وزواياها.
- ✓ تمييز المضلعات المتطابقة، وتحديد العناصر المتناظرة في مضلعين متطابقين.
- ✓ حل مسائل تعتمد على مفهوم التطابق.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف التاسع



- تطبيق نظريات هندسة المثلث الآتية:
 - « القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفين ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث.
 - « طول القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس الزاوية القائمة في مثلث قائم الزاوية إلى منتصف الوتر يساوي نصف طول الوتر.
 - « طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها 30° في المثلث القائم الثلاثيني الستيني يساوي طول نصف الوتر.
- تطبيق النظريات المتعلقة بالمثلثات بصورة عامة، والمثلث قائم الزاوية بصورة خاصة في حل مسائل هندسية وحياتية.

الصف الثامن



- تمييز حالات تطابق مثلثين (SSS, SAS, HL, ASA, AAS).
- حل مسائل هندسية وتطبيقات حياتية على المثلثات والحالات الخاصة لموازي الأضلاع تتطلب البرهنة على تطابق مثلثات فيها.
- استنتاج أن زاويتي القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين تكونان متطابقتين.
- استنتاج أن زوايا المثلث المتطابق الأضلاع الثلاث متطابقة وقياس كل منها 60°
- تبرير الاستنتاجات المتعلقة بتطابق المثلثات.

الصف السابع



- تمييز الأشكال المتطابقة بقياس الزوايا والأضلاع المتناظرة.
- استنتاج العلاقات بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في شكلين متطابقين باستعمال طرائق متنوعة مثل: التحويلات الهندسية، وبرمجيات الحاسوب.
- حل مسائل ومعادلات خطية بسيطة تعتمد على مفاهيم التطابق والتشابه.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة حول تطابق المثلثات والمثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع لعمل نموذج جسر باستعمال أعواد الأيسكريم.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على أن تحتوي كل مجموعة على مستويات متفاوتة، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهمات في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب إليهم إنجازه. وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول معززة بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة للمشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أوضح للطلبة مسبقاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبين للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع (publisher, Power Point,...).
 - « تختار كل مجموعة أحد طلبتها للوقوف أمام الصف وعرض نموذج الجسر، والتحدث عن استخدامات تطابق المثلثات والمثلثات المتطابقة الضلعين والمتطابقة الأضلاع فيها، ودور كل واحد منهم في العمل. تكمن أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة.
 - « أطلب إلى الطلبة ذكر بعض الصعوبات التي واجهتهم في أثناء تنفيذ المشروع، وكيفية حلهم لهذه المشكلة؛ لتعزيز مهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: أبنّي جسراً

3 أبدأ تصميم الجسر، وإصاق الأعواد بشكل جيد؛ لضمان ثبات الجسر، ويمكنني البحث عن مقاطع فيديو تساعدني على تنفيذ التصميم باستعمال الكلمات المفتاحية السابقة.

4 أعد عرضاً تقديمياً يتضمن صوراً لجسور معدنية عالمية استعملت المثلثات في تصميمها. أضيف بعض المعلومات حول كل جسر، مثل: الطول، والبلد الذي يقع فيه، وتاريخ الإنشاء.

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص، الذي سنوظف فيه ما نتعلمه في هذه الوحدة حول تطابق المثلثات، لعمل نموذج جسر.

المواد والأدوات اللازمة:

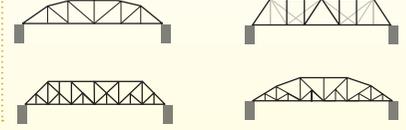
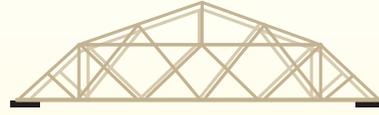
- أعواد آيسكريم.
- سيليكون لاصق.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 نستخدم المثلثات المتطابقة كثيراً في تصميم الجسور؛ لأنها توزع الأحمال بالتساوي بين أجزاء الجسر، مما يزيد من قدرته على تحمل الأثقال.

2 أبحث في شبكة الإنترنت عن تصاميم لجسور باستعمال أعواد الأيسكريم، مستعيناً بالكلمات المفتاحية الآتية: ice cream stick bridge, popsicle stick bridge.

3 أختار تصميماً جميلاً وجاذباً للجسر، ثم أرسّم مخططاً له على ورقة، وأحرص على استعمال المثلثات المتطابقة الضلعين والمتطابقة الأضلاع بشكلٍ متماثل في تصميمي.



أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	3	2	1
1	اختيار تصميم جاذب للجسر يحتوي مثلثات متطابقة.			
2	رسم مخطط لجسر على ورقة رسماً صحيحاً.			
3	بناء الجسر من أعواد الأيسكريم مطابقاً للتصميم.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
6	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

3 تقديم نتاج صحيح كامل.

نشاط 1:

هدف النشاط:

- مراجعة الطلبة في العلاقات بين الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين.

خطوات العمل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كل مجموعة بورقة المصادر 11: العلاقات بين الزوايا.
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة في ورقة المصادر.
- أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل النشاط مع الصف كاملاً.

التكيف: إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في تحديد العلاقات بين الزوايا، فأقدّم أمثلة لتذكير الطلبة بهذه العلاقات.

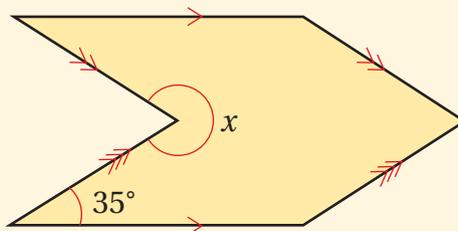
توسعة: أطلب إلى أحد الطلبة أن يرسم شكلاً هندسياً آخر يتضمن مستقيمين وقاطعاً، ثم أوجه أسئلة للطلبة الآخرين عن العلاقات بين الزوايا.

نشاط 2:

هدف النشاط:

- مراجعة الطلبة بالعلاقات بين الزوايا.

خطوات العمل:



- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أرسم الشكل المجاور على اللوح، وأوضّح لهم أنّ له خط تماثل واحداً.
- أطلب إلى المجموعات إيجاد قياس الزاوية x وتبرير خطوات الحل.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش الحل مع الصف كاملاً.

إرشاد: أوجه الطلبة إلى رسم خط التماثل أولاً.

نتائج الدرس:

- إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SSS.
- إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SAS.
- إثبات تطابق مثلثين باستعمال نظرية HL.

نتائج التعلم القبلي:

- إيجاد مجموع قياسات زوايا المثلث.
- تعرف العلاقات بين الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين مع مستقيمين متوازيين.
- تمييز المضلعات المتطابقة، وحل مسائل تعتمد على مفهوم التطابق.
- تصنيف المثلثات حسب أطوال أضلاعها.
- تصنيف المثلثات حسب قياسات زواياها.

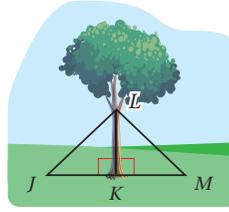
مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقص بطاقات الرموز الرياضية من ورقة المصادر 12: رموز رياضية.
- أرفع البطاقات أمام الطلبة بشكل واضح واحدة تلو الأخرى، وأطلب إليهم تحديد المقصود بكل رمز، مع ضرورة مراعاة توزيع الأسئلة على الطلبة، وتقديم التغذية الراجعة اللازمة.

أستكشف



ما العلاقة بين ΔLKM و ΔLKJ التي تجعل الشجرة أكثر ثباتاً؟

يستعمل المزارعون طرائق مختلفة لدعم الأشجار الصغيرة، منها الطريقة المبيّنة في الشكل المجاور، حيث تثبت الشجرة بأسلاكٍ تصل بين جذعها وأوتادٍ في الأرض.

فكرة الدرس

- أثبت تطابق مثلثين باستعمال حالتَي SAS و SSS.
- أثبت تطابق مثلثين قائمتي الزاوية باستعمال حالة HL.

المصطلحات

المسلمة، النظرية، البرهان، البرهان السهلي، الزاوية المحصورة، البرهان ذو العمودين.

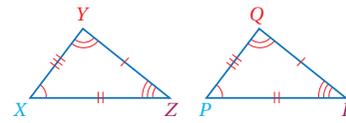
المسلمة (Postulate) عبارة رياضية تُقبل على أنها صحيحة من دون برهان، أما **النظرية** (theorem) فهي عبارة أو تخمين تحتاج إلى كتابة **برهان** (proof) لإثبات صحتها؛ فالبرهان دليل منطقي على كل عبارة مكتوبة فيه تكون مبررة بعبارة سبق إثباتها أو قبول صحتها، ويمكن استعمال العبارات أو التخمينات المثبت صحتها في البراهين لتبرير صحة عبارات أخرى.

خطوات كتابة البرهان

مفهوم أساسي

- الخطوة 1:** أكتب المعطيات وأرسم شكلاً يوضحها إن أمكن.
- الخطوة 2:** أكتب العبارة أو التخمين المطلوب إثباته.
- الخطوة 3:** أكوّن سلسلة من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب.
- الخطوة 4:** أبرز كل عبارة مستعملاً تعريفات أو خصائص جبرية أو مسلمات أو نظريات.
- الخطوة 5:** أكتب العبارات أو التخمين الذي أثبتته.

تعلمت سابقاً أنه إذا كانت الأضلاع المتناظرة في شكلين هندسيين متطابقة، وزواياهما المتناظرة متطابقة، فإن الشكلين متطابقان، فمثلاً المثلثان الآتيان متطابقان؛ لأن:



$$\begin{aligned} \overline{XZ} &\cong \overline{PR} & \angle Y &\cong \angle Q \\ \overline{XY} &\cong \overline{PQ} & \angle X &\cong \angle P \\ \overline{YZ} &\cong \overline{QR} & \angle Z &\cong \angle R \end{aligned}$$

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
 - « ما أهمية وضع دعامات للأشجار وهي صغيرة؟ إجابات ممكنة: لتنمو الأشجار بشكل مستقيم. لحماية الأشجار الصغيرة من تأثير الرياح.
 - « إذا كان طول أحد السلكين 3 m، فكم من المفترض أن يكون طول السلك الآخر؟ 3 m
 - « ما قياس الزاوية بين ساق الشجرة والأرض؟ 90°
 - « ما نوع المثلث المكون من الشجرة والأرض والسلك؟ قائم الزاوية.
 - « ما العلاقة بين ΔLKM , ΔLKJ ؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- لا يقلل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: (اقتربت من الإجابة الصحيحة، من يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال، وأعززه/ أعزها كما عززت من قدم الإجابة الصحيحة.

مثال 1

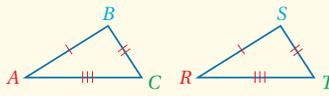
- أفدّم المصطلحات الجديدة للطلبة (مسلمة، نظرية، برهان)، وأؤكد الفرق بين المسلمة والنظرية.
- أناقش مع الطلبة المفهوم الأساسي الذي يبين خطوات كتابة البرهان الرياضي، وأؤكد أهمية تبرير كل عبارة في البرهان.
- أذكر الطلبة بما تعلموه سابقاً عن المضلعات المتطابقة، بتوجيههم إلى كتابة جمل التطابق الخاصة بمثلثين متطابقين.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أوزع عليهم ورقة المصادر 13: تطابق المثلثات (SSS).
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة في ورقة المصادر 13، ثم أناقش معهم النتيجة التي توصلوا إليها والتي مفادها أنه لإثبات تطابق مثلثين لا حاجة لإثبات تطابق جميع العناصر المتناظرة فيهما (الزوايا المتناظرة، والأضلاع المتناظرة)، وإنما يكفي إثبات تطابق الأضلاع المتناظرة.
- أفدّم للطلبة مسلمة التطابق بثلاثة أضلاع بالكلمات والرموز بالاستعانة بالرسم، وأبين لهم أنه يُرمز إلى هذه المسلمة بالرمز (SSS).
- أوضح للطلبة أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال البرهان السهمي، وأبين لهم كيفية ذلك.
- أناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان السهمي في الإثبات المطلوب، وأوضح كيفية توظيف المسلمة (SSS) في البرهان.

✓ **إرشاد:** ألفت انتباه الطلبة إلى أن الحرف S هو اختصار للكلمة الإنجليزية (Side) وتعني ضلعاً.

لكن هذه المعلومات أكثر من كافية لإثبات تطابق مثلثين، إذ يمكن إثبات ذلك باستعمال تطابق الأضلاع المتناظرة فقط من دون الحاجة إلى بيان تطابق الأجزاء المتناظرة جميعها.

التطابق بثلاثة أضلاع (SSS)

مسلمة



• **بالكلمات:** إذا تطابقت أضلاع مثلث مع الأضلاع المناظرة لها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان وتختصر هذه الحالة بالرمز SSS، حيث إن الحرف S هو اختصار للكلمة الانجليزية (Side) وتعني ضلعًا.

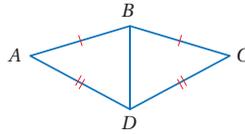
• **بالرموز:** إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\overline{BC} \cong \overline{ST}$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$ فإن: $\triangle ABC \cong \triangle RST$

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأن عدد الإشارات على الأضلاع يدل على الأضلاع المتطابقة.
- أكد للطلبة ضرورة الانتباه عند تسمية المثلثات المتطابقة، وذلك بالمحافظة على كتابة الرؤوس المتطابقة بالتسلسل نفسه.
- ألقت انتباه الطلبة إلى إمكانية كتابة البرهان السهمي بصورة أفقية أو رأسية، وأكد ضرورة تبرير كل من العبارات المكتوبة داخل المستطيلات.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

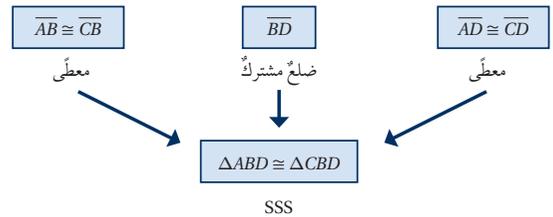


التعليق

يمكن كتابة البرهان السهمي بصورة رأسية أو أفقية.

مثال 1
أثبت أن المثلثين $\triangle ABD$ و $\triangle CBD$ المبيّنين في الشكل المجاور متطابقان باستعمال البرهان السهمي.

البرهان:

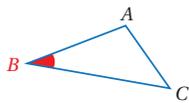
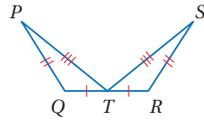


التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

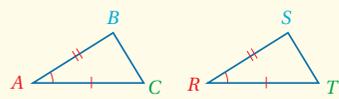
✓ **أتحقق من فهمي:** أنظر ملحق الإجابات.

أثبت أن المثلثين ΔQPT و ΔRST المبيَّنين في الشكل أدناه متطابقان باستعمال البرهان السهمي.



تُسمى الزاوية المتكوَّنة من ضلعين متجاورين في مضلع **الزاوية المحصورة** (included angle)، ففي الشكل المجاور $\angle B$ محصورة بين الضلعين \overline{BA} و \overline{BC} .
ومثلما يمكن استعمال حالة (SSS) لإثبات تطابق مثلثين، يمكن أيضاً استعمال زوجين من الأضلاع المتطابقة والزاوية المحصورة بينهما لإثبات تطابق مثلثين.

مسلمة التطابق بضلعين وزاوية محصورة بينهما (SAS)



• **بالكلمات:** إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان. وتختصر هذه الحالة بالرمز SAS، حيث إن الحرف S اختصاراً للكلمة الانجليزية (Side) وتعني ضلعاً، والحرف A اختصاراً للكلمة الانجليزية (Angle) وتعني زاوية.

• **بالرموز:** إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\angle A \cong \angle R$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$ ، فإن: $\Delta ABC \cong \Delta RST$

ويمكن استعمال **البرهان ذي العمودين** (two-column proof) لإثبات تطابق مثلثين، وهو برهان تُكتب فيه العبارات مرتبة في عمود، والتبريرات في عمود مواز له.

• أقدم للطلبة مفهوم الزاوية المحصورة بين ضلعين عن طريق رسم أمثلة توضيحية على اللوح.

• أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أوزع عليهم ورقة المصادر 14: تطابق المثلثات (SAS).

• أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة في ورقة المصادر 14، ثم أناقش معهم النتيجة التي توصلوا إليها والتي مفادها أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال تطابق ضلعين وزاوية محصورة بينهما في مثلث مع نظيراتها في المثلث الآخر.

• أقدم للطلبة مسلمة التطابق بضلعين وزاوية محصورة بينهما بالكلمات والرموز بالاستعانة بالرسم، وأبين لهم أنه يرمز إلى هذه المسلمة بالرمز (SAS).

• أوضح للطلبة أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال البرهان ذي العمودين، وأبين لهم كيفية ذلك.

• أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، باستعمال البرهان ذي العمودين، وأوضح لهم كيفية توظيف المسلمة (SAS) في البرهان.

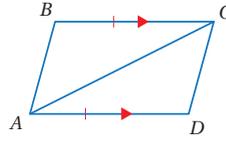
✓ **إرشادات:**

- أذكر الطلبة بأن رأس السهم الأحمر في الشكل الوارد في المثال 2 يدل على الأضلاع المتوازية.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن الحرف S هو اختصار للكلمة الإنجليزية (Side) وتعني ضلعاً، وأن الحرف A اختصار للكلمة الإنجليزية (Angle) وتعني زاوية.

توسعة: أطلب إلى الطلبة حلّ المثال

باستخدام البرهان السهمي، ويمكن تكليفهم بتنفيذ التوسعة واجباً منزلياً، ثم متابعة الحل في الحصّة التالية وتقديم التغذية الراجعة المناسبة.

أثبت أن $\triangle ABC$ و $\triangle CDA$ المبيّنين في الشكل المجاور متطابقان، باستعمال البرهان ذي العمودين.

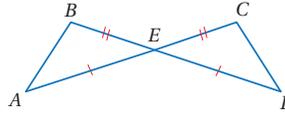


البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{BC} \cong \overline{DA}$ (1)
(2) معطى	$\overline{BC} \parallel \overline{DA}$ (2)
(3) زاويتان متبادلتان داخلياً	$\angle BCA \cong \angle DAC$ (3)
(4) ضلع مشترك	\overline{AC} (4)
(5) SAS	$\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (5)

✓ **أتحقق من فهمي:** أنظر ملحق الإجابات.

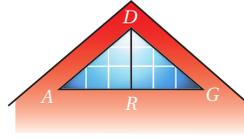
أثبت أن $\triangle ABE$ و $\triangle DCE$ المبيّنين في الشكل المجاور متطابقان، باستعمال البرهان ذي العمودين.



نحتاج في كثير من المسائل إلى تحديد حالة التطابق المناسبة لإثبات تطابق مثلثين، وفقاً للمعطيات المقدّمة في المسألة.

مثال 3: من الحياة

عمارة: صمّم مهندس معماري النافذة المجاورة. إذا كان $\overline{DA} \cong \overline{DG}$ و $\angle ADR \cong \angle GDR$ ، فأكتب برهاناً ذا عمودين؛ لإثبات أن $\triangle DRA \cong \triangle DRG$



البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{DA} \cong \overline{DG}$ (1)
(2) معطى	$\angle ADR \cong \angle GDR$ (2)
(3) ضلع مشترك	\overline{DR} (3)
(4) SAS	$\triangle DRA \cong \triangle DRG$ (4)

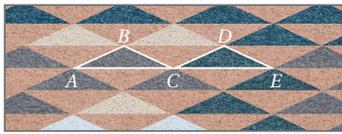
مثال 3: من الحياة

- ناقش مع الطلبة أهمية تطابق المثلثات في الحياة، مثل الإنشاءات الهندسية.
- ناقش مع الطلبة حلّ مثال 3 على اللوح، وأؤكد أهمية تحديد حالة التطابق المناسبة لإثبات تطابق المثلثين، وفقاً للمعطيات في المسألة.

✓ **إرشاد:** ناقش الطلبة في إمكانية إثبات تطابق المثلثين في المثال 3 باستعمال مسلّمة (SSS).

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تكوين سلسلة من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم الدعم اللازم.

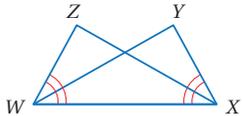


أتحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

بساط: يبيّن الشكل المجاور بساطاً تقليدياً يستعمل الحائك في تصميمه انسحاباً لمثلث متطابق الضلعين. أثبت أن $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ المبيّنين في الشكل متطابقان باستعمال البرهان ذي العمودين.

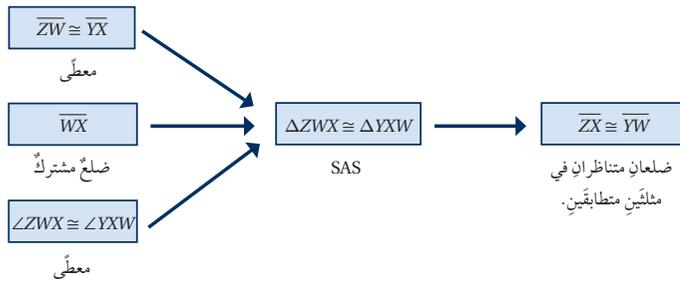
عند إثبات أن المثلثين متطابقان، فإن الأجزاء المتناظرة من المثلثين متطابقة أيضاً وفق التعريف.

مثال 4

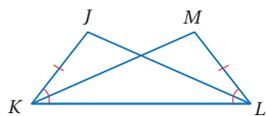


في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\angle ZWX \cong \angle YXW$ و $\overline{ZW} \cong \overline{YX}$ فأثبت أن $\overline{ZX} \cong \overline{YW}$ باستعمال البرهان السهمي.

البرهان:



أتحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.



في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\angle JKL \cong \angle MLK$ و $\overline{JK} \cong \overline{ML}$ فأثبت أن $\angle J \cong \angle M$ باستعمال البرهان السهمي.

تنويع التعليم:

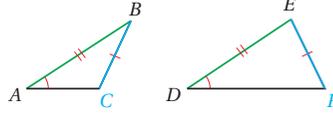
إذا واجه الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في قراءة المعطيات في الأشكال التي تحتوي على مثلثات متداخلة، فأوجه الطلبة إلى رسم المثلثات المتداخلة بصورة منفصلة مع ضرورة مراعاة المعلومات المعطاة.

توسعة: أطلب إلى الطلبة استخدام معطيات

المثال في إثبات $\angle WZX \cong \angle WYX$

الوحدة 4

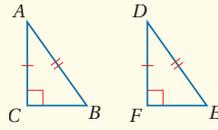
تعلمت في الأمثلة السابقة أنه يمكن استعمال حالتَي SAS و SSS في إثبات تطابق مثلثين. ولكن ماذا عن حالة ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما؟



يبين الشكل المجاور مثلثين فيهما ضلعان متناظران ومتطابقان وزاوية غير محصورة تُطابق زاوية غير محصورة في المثلث الآخر. ولكن المثلثين غير متطابقين. ومن هنا يتبين أن حالة ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما غير فعالة، إلا أنه يمكن استعمالها في إثبات تطابق مثلثين قائمي الزاوية؛ إذا تطابق الوتران، وتطابق ساقان في المثلثين.

نظرية

تطابق المثلثات القائمة الزاوية بوتر وساق (HL)



• **بالكلمات:** إذا تطابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية وترًا وساقًا في

مثلث قائم آخر، فإن المثلثين متطابقان.

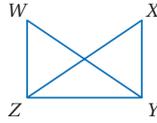
وتختصر هذه الحالة بالرمز HL، حيث إن الرمز H اختصارًا

للكلمة الإنجليزية (Hypotenuse) وتعني وترًا، و الحرف L

اختصارًا للكلمة الإنجليزية (Leg) وتعني ساقًا.

• **بالرموز:** إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

مثال 5



في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ و $\overline{WZ} \perp \overline{ZY}$ و $\overline{XY} \perp \overline{YZ}$ ،

فأكتب برهانًا ذا عمودين؛ لإثبات أن $\triangle WYZ \cong \triangle XZY$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (1)
(2) معطى	$\overline{WZ} \perp \overline{ZY}$, $\overline{XY} \perp \overline{YZ}$ (2)
(3) تعريف المستقيمتين المتعامدة	$\angle WZY$, $\angle XYZ$ زاويتان قائمتان (3)
(4) تعريف المثلث القائم الزاوية	$\triangle WYZ$, $\triangle XZY$ مثلثان قائما الزاوية (4)
(5) ضلع مشترك	\overline{ZY} (5)
(6) HL	$\triangle WYZ \cong \triangle XZY$ (6)

مثال 5

- أوضح للطلبة أنه لا يمكن إثبات تطابق مثلثين فيهما ضلعان متطابقان وزاوية غير محصورة متطابقة، وأدعم ذلك بلفت انتباههم إلى المثلثين المرسومين في الصفحة 153، ثم أبين لهم أن هذه الحالة غير فاعلة إلا في حالة إثبات تطابق مثلثين قائمي الزاوية.
- أقدم للطلبة نظرية تطابق المثلثات القائمة الزاوية بوتر وساق بالكلمات والرموز، وأبين لهم أنه يرمز إلى هذه النظرية بالرمز (HL).
- ناقش حل المثال 5 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان ذي العمودين، وأوضح كيفية توظيف النظرية (HL) في البرهان.

أخطاء شائعة!

قد يخطئ بعض الطلبة في إثبات تطابق مثلثين غير قائمي الزاوية باستعمال نظرية (HL)، ولعلاج ذلك أذكر الطلبة بشروط النظرية.

التدريب

4

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1 - 6) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكن/ تمكنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أي تساؤل عن خطوات الحل المقدم من زميل/ الزميلة.

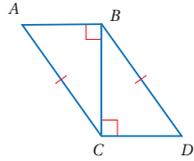
توسعة: أوجه الطلبة إلى البحث في شبكة (الإنترنت) حول أهمية أبراج الاتصالات، ومدى التطور الحاصل بسبب تقدم التكنولوجيا.

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، وأطلب إليهم حل المسائل (14-15).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

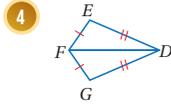
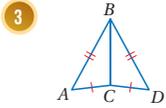
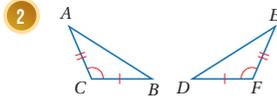
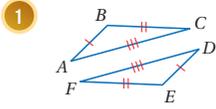
المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (7-9), 11, 12 كتاب التمارين: (1-3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (10-13) كتاب التمارين: (4, 5, (8-11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (13-15) كتاب التمارين: (6-12)



✓ **أتتحقق من فهمي:** أنظر ملحق الإجابات.

أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور في كتابة برهان ذي عمودين؛
لأثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle DCB$

أبين أن كل زوج من المثلثات الآتية متطابق أم لا، مبرراً إجابتي: (1-8) أنظر ملحق الإجابات.

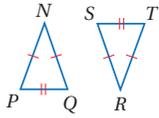


أتدرب وأحل المسائل

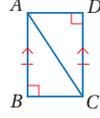
أتذكر

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن لكل زاويتين متبادلتين داخلياً القياس نفسه.

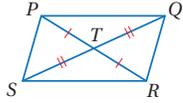
6 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ذي عمودين؛ لأثبت أن $\triangle NPQ \cong \triangle RST$



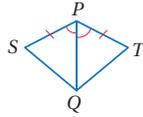
5 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ذي عمودين؛ لأثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle CDA$



8 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، لكتابة برهان سهمي؛ لأثبت أن $\triangle PQT \cong \triangle RST$



7 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، لكتابة برهان سهمي؛ لأثبت أن $\triangle SPQ \cong \triangle TPQ$



✓ **إرشاد:** في سؤال (6) أوجه الطلبة إلى تدوير أحد المثلثين نصف دورة حتى تتضح الأضلاع المتناظرة.

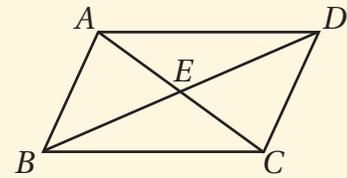
5

الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

« بين الشكل الآتي متوازي الأضلاع ABCD، أذكر أكبر عدد من المثلثات المتطابقة في الشكل، وأبرر إجابتي.



إجابات محتملة:

$(\triangle BAD, \triangle BCD), (\triangle AED, \triangle CEB)$

ملحوظة: يفضل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:

- أوجه الطلبة إلى استخدام برمجية جيوجبرا لرسم مثلث رؤوسه $A(1, 5)$ $B(4, 1)$ $C(-2, 1)$

ومثلث آخر رؤوسه $D(0, -2)$ $E(-3, -6)$ $F(3, -6)$



باستعمال الأداة

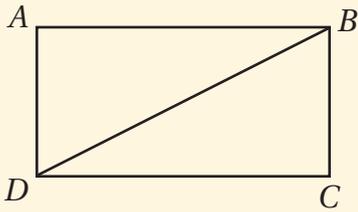
- أطلب إلى الطلبة إيجاد طول كل ضلع من أضلاع المثلثين باستعمال الأداة **Distance or Length**، ومن ثم الحكم على تطابق المثلثين.

تعليمات المشروع

- أوزع الطلبة إلى مجموعات، ثم أطلب إلى أفراد كل مجموعة البدء بتحضير المشروع.

الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب) للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتأكد من فهم الطلبة بتوجيه سؤال، مثل:
 - « بين الشكل الآتي المستطيل $ABCD$ ، أثبت أن $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

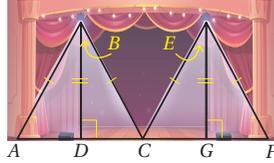
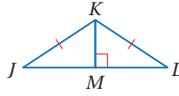


المبررات	العبارات
ضلعان متقابلان في مستطيل	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$
زاويتان مختلفتان في مستطيل	$\angle DAB, \angle BCD$ زاويتان قائمتان
وتر مشترك	\overline{BD}
HL	$\triangle ABC \cong \triangle CBD$

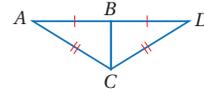
الوحدة 4

(9-15) أنظر ملحق الإجابات.

10 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، لكتابة برهان سهمي؛ لأثبت أن $\overline{JM} \cong \overline{ML}$

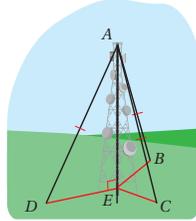


9 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ذي عمودين؛ لأثبت أن $\angle A \cong \angle D$

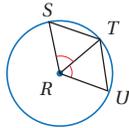


مصباح: يبين الشكل المجاور الضوء الناشئ عن مصباحين يبعدان المسافة نفسها عن أرضية مسرح: أثبت أن $\triangle ABD \cong \triangle CBD$

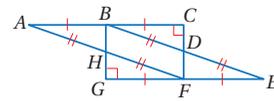
11 هل المثلثات الأربعة الموضحة في الشكل متطابقة؟ أبرر إجابتي.



12 أنصالات: برج اتصالات عمودي على الأرضي، يتصل رأسه بكل من النقاط D و B و C عن طريق كابلات لها الطول نفسه كما في الشكل المجاور. أثبت أن $\triangle AED$ و $\triangle AEC$ و $\triangle AEB$ متطابقة.



13 تبرير: في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\angle SRT \cong \angle URT$ ، و R مركز الدائرة، فأكتب برهاناً ذا عمودين؛ لإثبات أن $\triangle TRS \cong \triangle TRU$ ، مبرراً إجابتي.



14 تحد: أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور؛ لأثبت أن $\triangle ACF \cong \triangle EGB$

15 كيف أتأكد من تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع، أو ضلعين وزاوية محصورة بينهما؟ أنظر إجابات الطلبة.



معلومة

اختراع العالم (غراهام بيل) النموذج الأولي للهاتف عام 1876، إذ حاول إيجاد وسيلة لمساعدة الصم.

مهارات التفكير العليا

أتذكر

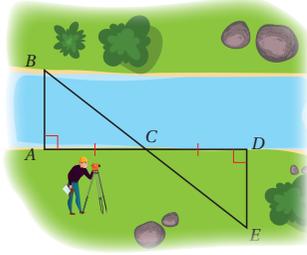
أطوال أنصاف أقطار الدائرة متساوية في الطول.

إرشاد

أرسم $\triangle ACF$ و $\triangle EGB$ بشكل منفصل.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 13، أعزز الوعي البيئي لدى الطلبة بقضية توفير الطاقة، مع التركيز على بعض الممارسات التي تساعد على تخفيض استهلاك الكهرباء، وذلك بالطلب إليهم كتابة فقرة تتضمن مقترحات لترشيد استهلاك الكهرباء في المدرسة.



أستكشف

يظهر في الشكل المجاور مساح يقبس عرض نهر مستعملاً تطابق المثلثات. أصف كيف يمكنه ذلك؟

فكرة الدرس

أثبت تطابق مثلثين باستعمال حالتَي ASA و AAS.

المصطلحات

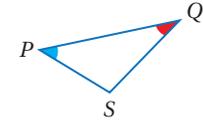
الضلع المحصور.

نتائج الدرس:

- إثبات تطابق المثلثات باستعمال مسلّمة ASA.
- إثبات تطابق المثلثات باستعمال نظرية AAS.

نتائج التعلم القبلي:

- إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SSS.
- إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SAS.
- إثبات تطابق مثلثين باستعمال نظرية HL.

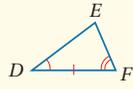
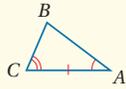


يسمى الضلع الواقع بين زاويتين متاليتين في مضلع الضلع المحصور (included side). ففي المثلث المجاور PQ هو الضلع المحصور بين $\angle P$ و $\angle Q$.

يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال زوج من الأضلاع المتطابقة وزوجين من الزوايا المتطابقة في المثلثين.

التطابق بزوايتين وضلع محصور بينهما (ASA)

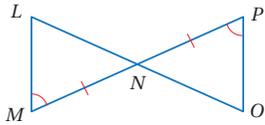
مسلّمة



• **بالكلمات:** إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان. وتختصر هذه الحالة بالرمز ASA.

• **بالرموز:** إذا كان: $\angle A \cong \angle D$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle C \cong \angle F$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

مثال 1



في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\overline{NM} \cong \overline{NP}$ و $\angle M \cong \angle P$ ، فأثبت أن $\triangle NML \cong \triangle NPO$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفارق التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفارق التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أرسم مثلثين متطابقين على اللوح مع بيان شروط إحدى حالات التطابق (SSS, SAS, HL) على الرسم.
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد حالة تطابق المثلثين.
- أكرر الخطوتين السابقتين بحيث تغطّي حالات تطابق المثلثات الثلاث (SSS, SAS, HL).

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
 - « هل عرض النّهر ثابت دائماً؟ لا.
 - « ما الذي يغيّر عرض النّهر؟ تختلف الإجابات.
 - « هل يُلاحظ في الصورة ثبات عرض النّهر؟ نعم.
 - « لماذا يستعمل المسّاح هذه الطّريقة لقياس عرض النّهر؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

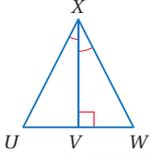
- أذكّر الطلبة بالمسلّمات والنظريات التي تعلموها في الدرس السابق والتي يمكن بها إثبات تطابق مثلثين.
- أقدم مفهوم الضلع المحصور بين زاويتين متتاليتين في المثلث.
- أبيّن للطلبة أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال زوج من الأضلاع المتطابقة وزوجين من الزوايا المتطابقة في المثلثين، ثم أستعين بالرسم لأقدم لهم مسلّمة التطابق بزوايتين وضلع محصور بالكلمات والرموز، وأبيّن لهم أنه يرمز إلى هذه المسلّمة بالرمز (ASA).
- أناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان ذي العمودين في الإثبات المطلوب، وأوضّح كيفية توظيف المسلّمة (ASA) في البرهان.

✓ **إرشاد:** يفضّل استعمال الأقلام الملونة أثناء تقديم مفهوم الضلع المحصور؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على التخيل، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

توسعة: في المثال 1، أطلب إلى الطلبة إثبات أن $\overline{LM} \parallel \overline{PO}$

البرهان:

المبررات	المبارات
(1) معطى	$\overline{NM} \cong \overline{NP}$ (1)
(2) معطى	$\angle M \cong \angle P$ (2)
(3) زاويتان متقابلتان بالرأس	$\angle MNL \cong \angle PNO$ (3)
(4) ASA	$\triangle NML \cong \triangle NPO$ (4)

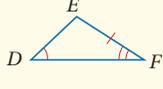
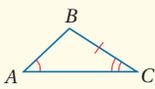


أتحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات. في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\angle UXV \cong \angle WXV$ ، فأثبت أن $\triangle UXV \cong \triangle WXV$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

ويمكن أيضاً إثبات تطابق مثلثين باستعمال زاويتين وضلع غير محصور بينهما.

التطابق بزائيتين وضلع غير محصور بينهما (AAS)

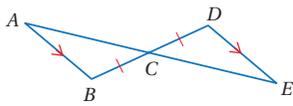
نظرية



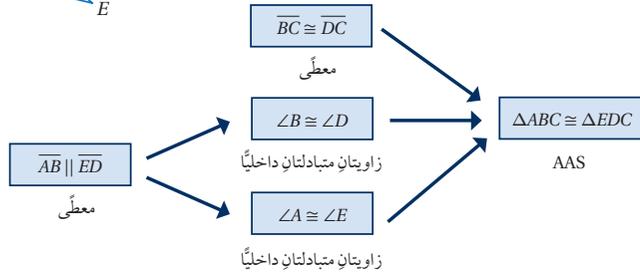
• **بالكلمات:** إذا طبقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان. وتختصر هذه الحالة بالرمز AAS.

• **بالرموز:** إذا كان: $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

مثال 2



في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ ، فأثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ باستعمال البرهان السهمي.



تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفظ الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

• أوضح للطلبة أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال زوجين من الزوايا المتطابقة في المثلثين وزوج من الأضلاع المتطابقة غير المحصور بينهما، ثم أستعين بالرسم لأقدم لهم نظرية التطابق بزائيتين وضلع محصور بالكلمات والرموز، وأبين لهم أنه يرمز إلى هذه النظرية بالرمز (AAS)، ثم أسأل الطلبة السؤال الآتي:

« كيف يمكن إثبات صحة هذه النظرية؟ بما أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180° وفي المثلث زاويتان متطابقتان، فإن الزاوية الثالثة في كلا المثلثين لها القياس نفسه، وعليه ينطبق المثلثان بالمسألة ASA.

• أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، بالاستعانة بالرسم الذي أوضح عليه الزوايا المتبادلة داخلياً.

توسعة: أطلب إلى الطلبة إثبات

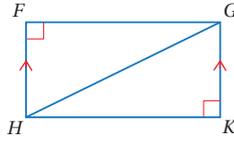
التطابق المطلوب في المثال 2 باستعمال المسألة ASA.

مثال 3

- أذكر الطلبة بما تعلموه في الدرس السابق أنه: لإثبات تطابق ضلعين متناظرين أو زاويتين متناظرتين في مثلثين، أثبت تطابق المثلثين أولاً.
- أطلب إلى الطلبة قراءة المثال 3، وتأمل الرسم المرافق للمثال، ثم أوجه السؤال الآتي لهم: كيف يمكن إثبات تطابق الضلعين \overline{AE} ، \overline{BE} ؟ **بإثبات** $\triangle ADE \cong \triangle BCE$.
- ناقش حلّ المثال مع الطلبة على اللوح، وأؤكد الشروط التي تحققت لتطابق المثلثين.

توسعة: في المثال 3، أسمي نقطة تقاطع \overline{AD} و \overline{BC} بالرمز F ، ثم أطلب إلى الطلبة تسمية مثلثين آخرين متطابقين مع تبرير الإجابة.

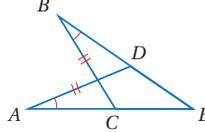
أتحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.



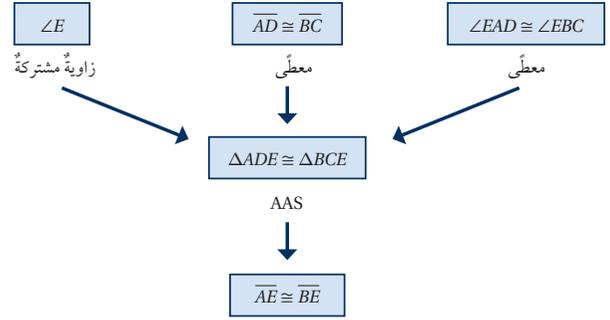
في الشكل المجاور، إذا علمتُ أن $\overline{HF} \parallel \overline{GK}$ ، وأن $\angle F$ و $\angle K$ زاويتان قائمتان، فأثبتُ أن $\triangle HFG \cong \triangle GKH$ باستعمال البرهان السهمي.

تعلمتُ في الدرس السابق أنه عند إثبات أن المثلثين متطابقان، فإن الأجزاء المتناظرة من المثلثين متطابقة أيضاً وفق التعريف.

مثال 3

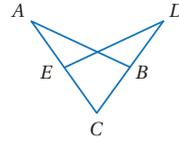


في الشكل المجاور، إذا علمتُ أن $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ ، $\angle EAD \cong \angle EBC$ ، فأثبتُ أن $\overline{AE} \cong \overline{BE}$ باستعمال البرهان السهمي.



ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

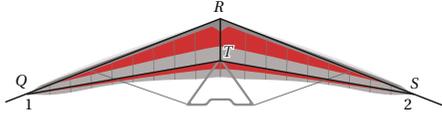
أتحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.



في الشكل المجاور، إذا علمتُ أن $\overline{CA} \cong \overline{CD}$ ، $\angle ABC \cong \angle DEC$ ، فأثبتُ أن $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

تُستعمل المثلثات المتطابقة في كثير من التصميمات؛ لما لها من أهمية في ضمان دعم الأشياء وتوازنها من حولنا.

مثال 4: من الحياة

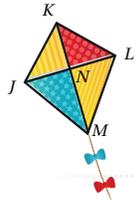


طائرة شراعية: يصمّم جناحا الطائرة الشراعية بحيثُ يبداون مثلثين متطابقين كما في الشكل المجاور؛ لضمان توازن الطائرة في الجو. إذا

كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle RTQ \cong \angle RTS$ ، فأثبت أن $\overline{QT} \cong \overline{ST}$

لأثبت أن $\overline{QT} \cong \overline{ST}$ ، فلا بدّ أولاً إثبات أن $\triangle QRT \cong \triangle SRT$

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle 1 \cong \angle 2$ (1)
(2) معطى	$\angle RTQ \cong \angle RTS$ (2)
(3) زاويتان متكاملتان مع الزاويتين المتطابقتين $\angle 1$ و $\angle 2$	$\angle RQT \cong \angle RST$ (3)
(4) ضلع مشترك	\overline{RT} (4)
(5) AAS	$\triangle RQT \cong \triangle RST$ (5)
(6) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	$\overline{QT} \cong \overline{ST}$ (6)



أتحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

طائرة ورقية: إذا كانت N في الطائرة الورقية المجاورة نقطة منتصف \overline{JL} ، و $\overline{KM} \perp \overline{JL}$ و $\angle KLN \cong \angle KJN$ ، فأثبت أن $\overline{KN} \cong \overline{KL}$

تعلمت طرائق عدة لإثبات تطابق المثلثات يمكن تلخيصها في الجدول الآتي:

إثبات تطابق المثلثات		ملخص المفهوم		
SSS	SAS	HL (مثلثات قائمة الزاوية فقط)	ASA	AAS
يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة متطابقة.	يتطابق مثلثان إذا طابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر.	يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا طابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية وترًا وساقًا في مثلث قائم آخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع محصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر.

4 التدريب

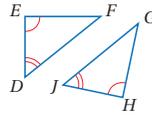
أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أندرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1 - 5) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بلصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكن/ تمكنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل/ الزميلة.

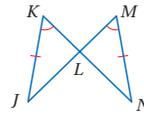
(1-3) أنظر ملحق الإجابات.

أحدد أنه يمكن إثبات تطابق كل زوج من المثلثات الآتية أم لا، مبرراً إجابتي:

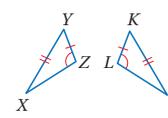
1 $\triangle DEF, \triangle JHG$



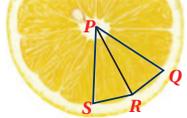
2 $\triangle JKL, \triangle NML$



3 $\triangle XYZ, \triangle JKL$



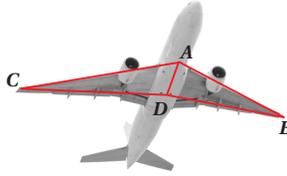
4 في الشكل المجاور، إذا علمتُ أن \overline{PR} ينصفُ $\angle QPS$ ، و $\angle QRP \cong \angle SRP$ ، فأثبتُ أن $\triangle QRP \cong \triangle SRP$ أنظر ملحق الإجابات.



معلومة

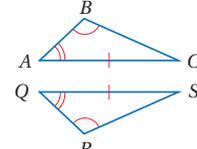
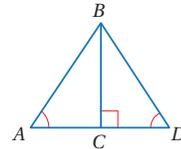
يمكنُ للطائرة أن تحلقَ لبعض الوقتِ بسنّ دون محرّكاتٍ، وذلك بفضل التصميم الانسيابي والدقيق للأجنحة.

5 في الشكل المجاور، إذا علمتُ أن $\angle ADB \cong \angle ADC$ ، $\overline{DB} \cong \overline{DC}$ ، فأثبتُ أن $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ أنظر ملحق الإجابات.



6 أستعملُ المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهانٍ ذي عمودين؛ لأثبتُ أن $\triangle ABC \cong \triangle QRS$ أنظر ملحق الإجابات.

7 أستعملُ المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهانٍ ذي عمودين؛ لأثبتُ أن $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ أنظر ملحق الإجابات.



تنوع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أُتدرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسألتين (13 - 14).
- أرسد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

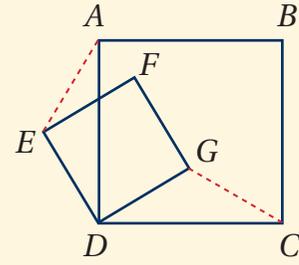
أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 6, 7, 10, 11 كتاب التمارين: 8, (1-3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (8-12) كتاب التمارين: 4, 5
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (12-14), 9 كتاب التمارين: 6, 7

✓ **إرشاد:** في السؤال 1، أوضح للطلبة أن شروط تطابق مثلثين غير متوفرة في الشكل الثالث؛ لعدم توفر ضلعين متطابقين على الأقل، ولكن شروط تشابه المثلثين متوفرة، وأذكرهم بها.

البحث وحل المسائل :

• أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي :



« بيّن الشكل الآتي

المربع ABCD،

والمربع DEFG.

أثبت أن $\overline{AE} \cong \overline{CG}$

المبررات	العبارات
(1) ضلعان في المربع ABCD	(1) $\overline{AD} \cong \overline{CD}$
(2) ضلعان في المربع DEFG	(2) $\overline{ED} \cong \overline{GD}$
(3) زاوية قائمة	(3) $\angle ADE + \angle ADG = 90^\circ$
(4) زاوية قائمة	(4) $\angle GDC + \angle ADG = 90^\circ$
(5) زوايا متممة لـ $\angle ADG$	(5) $\angle ADE \cong \angle CDG$
(6) SAS	(6) $\triangle ADE \cong \triangle CDG$
(7) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	(7) $\overline{AE} \cong \overline{CG}$

نشاط التكنولوجيا:



أوجّه الطلبة إلى تصفّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور.

إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بتطابق المثلثات، ويتلقون التغذية الراجعة المباشرة وفق استجاباتهم.

تعليمات المشروع:

• أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 1 و2 من خطوات المشروع.

الختام

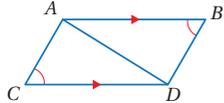
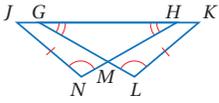
• أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط، أو دون المتوسط قراءة الفقرة التي كتبها للإجابة عن السؤال.

• إن لزم الأمر، أتحمق من فهم الطلبة، بتوجيههم إلى ذكر حالات تطابق المثلثات بلغتهم الخاصة.

الوحدة 4

(8-9) أنظر ملحق الإجابات.

8 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، لكتابة برهان سلمي؛ لأثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{DB}$



(10-12) أنظر ملحق الإجابات.

حديقة: تخطط سالي لزراعة

حديقته مستطيلة الشكل بأنواع

مختلفة من الزهور في أربعة

أحواضٍ مثلثة الشكل كما في

الشكل المجاور. إذا علمت أن F نقطة منتصف \overline{DG} و $\angle CDF \cong \angle FGH$ ، فأثبت أن:

10 $\triangle CFD \cong \triangle HFG$

11 $\overline{CF} \cong \overline{HF}$

12 نهج: أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس، وأثبت أن $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

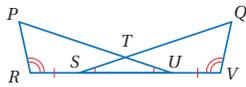


معلومة

تعتمد أجهزة المساحة الحديثة على نظام تحديد المواقع العالمي (GPS)

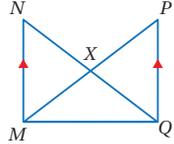
مهارات التفكير العليا

13 تحد: أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور لكتابة برهان ذي عمودين؛ لأثبت أن $\triangle PUR \cong \triangle QSV$



أنظر ملحق الإجابات.

14 تبرير: هل يمكن إثبات تطابق $\triangle MNQ \cong \triangle QPM$ بالاعتماد على المعلومات المعطاة على الشكل المجاور؟ أبرر إجابتي.



لا يمكن، المعلومة الوحيد المتوفرة التي تفيدنا في التطابق هي أن \overline{QM} ضلع مشترك.

15 أكتب: كيف أتحمق من تطابق مثلثين باستعمال زاويتين وضلع محصور بينهما؟ أنظر إجابات الطلبة.

إرشادات:

• ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

• في السؤال 13 (تحد)، ألفت انتباه الطلبة إلى التفكير في كيفية إثبات تطابق الضلعين \overline{RU} و \overline{VS}

نتائج الدرس:

- استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين.
- استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.

نتائج التعلم القبلي:

- تصنيف المثلثات حسب أطوال أضلاعها.
- تصنيف المثلثات حسب قياسات زواياها.
- تعرّف أنّ مجموع زوايا المثلث يساوي 180°
- تعرّف مسلمات تطابق المثلثات ونظرياتها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة A4.
- أطلب إلى المجموعات رسم مربع على الورقة البيضاء ثم قصه.
- أطلب إلى المجموعات رسم قطر للمربع، ثم قص المربع على طول القطر، ثم أسألهم:
 - « هل المثلثان الناتجان متطابقان؟ أبرر إجابتي. نعم؛ لأن أطوال الأضلاع المتناظرة متطابقة.
 - « ما تصنيف المثلثين بحسب أطوال أضلاعهما؟ أبرر إجابتي. مثلث متطابق الضلعين؛ لأن كلاً منهما فيه ضلعان متطابقان؛ لأنهما قُصا من مربع.
- أطلب إلى المجموعات طي أحد المثلثين حول خط تماثله، ثم أسألهم:
 - « ما قياس الزاوية بين خط الطي وقاعدة المثلث؟ قائمة.

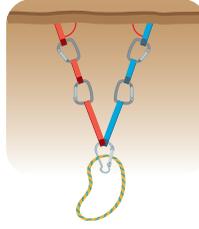
فكرة الدرس

- استعمل خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين.
- استعمل خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.

المصطلحات

- الساقان، زاوية الرأس، القاعدة، زاوية القاعدة، النتيجة.

أستكشف



بيّن الشكل المجاور مرستين باللونين الأحمر والأزرق لهما الطول نفسه، بيّنهما متسلّق في شقّ صخريّ في أثناء تسلّقه أحد الجبال. ما العلاقة بين الزاويتين المكوّنتين بين كلّ من المرستين والشقّ الصخريّ؟



تعلمت سابقاً أنّ المثلث المتطابق الضلعين هو المثلث الذي فيه ضلعان متطابقان على الأقل. إنّ لأجزاء المثلث المتطابق الضلعين أسماء خاصة، إذ يسمّى الضلعان المتطابقان **الساقين** (legs)، وتسمّى الزاوية التي ضلعاها الساقان **زاوية الرأس** (vertex angle)، ويسمّى الضلع الثالث **القاعدة** (base). والزاويتان المكوّنتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تسميان **زاويتي القاعدة** (base angles). سأستكشف في النشاط الآتي العلاقة بين زاويتي القاعدة والساقين في المثلث المتطابق الضلعين.

المثلث المتطابق الضلعين

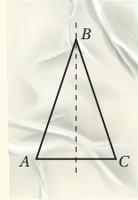
نشاط هندسي

الإجراءات:

الخطوة 1 أرسم المثلث ABC المتطابق الضلعين على ورقة شفافة، كما في

الشكل المجاور، حيث $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

الخطوة 2 أطوي المثلث حول الرأس B بحيث ينطبق الساقان على بعضهما تماماً.



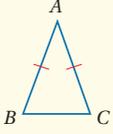
أحلّ النتائج:

- ماذا ألاحظ بالنسبة للزاويتين $\angle A$ و $\angle C$ ؟
- أرسم مثلثاً آخر متطابق الضلعين، وأقارن بين زاويتي القاعدة. ماذا أستنتج؟

يمكنني ملاحظة النظريات الآتية من النشاط الهندسي السابق:

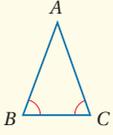
المثلث المتطابق الضلعين

نظريات



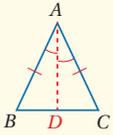
نظرية المثلث المتطابق الضلعين

- **بالكلمات:** إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.
- **بالرموز:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ فإن $\angle B \cong \angle C$



عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

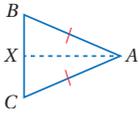
- **بالكلمات:** إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقتان.
- **بالرموز:** إذا كان $\angle B \cong \angle C$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$



منصف زاوية الرأس

- **بالكلمات:** يكون منصف زاوية الرأس عمودياً على القاعدة، وينصفها.
- **بالرموز:** إذا كان \overline{AD} ينصف $\angle BAC$ ، فإن $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BD}$

مثال 1: إثبات نظرية



في $\triangle ABC$ ، إذا علمت أن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ، فأثبت أن $\angle B \cong \angle C$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

المررات	العبارات
(1) كل قطعة مستقيمة لها نقطة منتصف واحدة.	(1) افرض أن X نقطة منتصف \overline{BC}
(2) كل نقطتين تحددان مستقيماً.	(2) أرسم قطعة مساعدة \overline{AX}
(3) X نقطة منتصف \overline{BC}	(3) $\overline{BX} \cong \overline{CX}$
(4) معطى	(4) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$
(5) ضلع مشترك	(5) \overline{AX}
(6) SSS	(6) $\triangle ABX \cong \triangle ACX$
(7) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين	(7) $\angle B \cong \angle C$

• أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:

« ما أهم المواقع التي تُمارس فيها رياضة تسلق الجبال في الأردن؟ وادي القمر، وادي رم، أم عجل،

« ما الأدوات التي يستعملها متسلقو الجبال؟ جبال، مرسة، مطرقة....

« لماذا يجب أن يكون طول المرسة باللون الأزرق يساوي طول المرسة باللون الأحمر؟ لتوزع كتلة متسلق الجبال على المرساتين بالتساوي.

« ما العلاقة بين الزاويتين المكوّنتين بين كل من المرساتين والشق الصخري؟

• أخير الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل: « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتكم؟

« من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟

• أعزز الإجابات الصحيحة.

• أذكر الطلبة بمفهوم المثلث المتطابق الضلعين الذي تعلموه سابقاً، ثم أقدم لهم الأسماء الخاصة لأجزاء هذا النوع من المثلثات.

• أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم تنفيذ النشاط الهندسي الوارد في الصفحة 162 من كتاب الطالب.

• أوجه أفراد المجموعات إلى الإجابة عن أسئلة بند (أحلل النتائج)، ثم أناقشهم في ما توصلوا إليه من نتائج، وأطلب إليهم كتابة قاعدة عامة - بعباراتهم الخاصة - عن العلاقة بين زاويتي القاعدة والساقين في المثلث المتطابق الضلعين.

• أقدم للطلبة النظريات المتعلقة بالمثلث المتطابق الضلعين بالكلمات والرموز بالاستعانة بالرسم.

مثال 1: إثبات نظرية

- ناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأوضح لهم أنني بحاجة في هذا الإثبات إلى إجراء إضافي، وهو رسم القطعة المستقيمة \overline{AX} حيث X منتصف \overline{BC} ؛ وذلك بهدف إثبات تطابق $\triangle ACX$ و $\triangle ABX$ الذي يؤدي بدوره إلى إثبات تطابق $\angle C$ و $\angle B$.

توسعة: أغير الفرض، مثل إنزال عمود من الرأس على القاعدة أو تصنيف زاوية الرأس، ثم أطلب إلى الطلبة إثبات التطابق.

تعريف اللغة ودعمها:

أكرر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

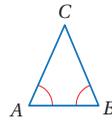
التقويم التكويني

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أيبين للطلبة أنه يمكن استعمال نظريات المثلث المتطابق الضلعين في تحديد زوايا وأضلاع متطابقة في أشكال هندسية تظهر فيها المثلثات.
- ناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح؛ وأكد لهم ضرورة تبرير إجاباتهم.

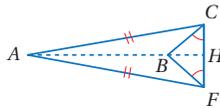
أتحقق من فهمي:



في $\triangle ABC$ ، إذا علمت أن $\angle A \cong \angle B$ ، فأثبت أن $\overline{CA} \cong \overline{CB}$ باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر ملحق الإجابات.

يمكنني استعمال نظريات المثلث المتطابق الضلعين في تحديد القطع المستقيمة المتطابقة والزوايا المتطابقة في أشكال هندسية تحتوي مثلثات متطابقة الضلعين.

مثال 2



1 أسمي زاويتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل:

$\angle AFC$ تقابل \overline{AC} و $\angle ACF$ تقابل \overline{AF} ؛ لذا فإن $\angle AFC \cong \angle ACF$

(نظرية المثلث المتطابق الضلعين)

2 أسمي قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل:

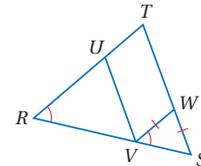
\overline{BC} تقابل $\angle BFC$ و \overline{BF} تقابل $\angle BCF$ ؛ لذا فإن $\overline{BC} \cong \overline{BF}$

(عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين)

أتحقق من فهمي:

3 أسمي زاويتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.

4 أسمي قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.



النتيجة

المثلث المتطابق
الأضلاع أضلاعه
الثلاثة متطابقة.

(Corollary) هي نظرية يكون برهانها مبنياً على نظرية أخرى. ويمكن استعمال النتيجة لتبرير خطوات البراهين، أو حل أسئلة ذات علاقة. وفي ما يأتي نتيجتان لنظرية المثلث المتطابق الضلعين، وعكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين:

إرشادات

- ألفت انتباه الطلبة في الفرع 1 من المثال 2 إلى وجود أكثر من زوج من الزوايا المتطابقة في الشكل المعطى، مثل:

$$\angle FBH \cong \angle CBH, \angle FAB \cong \angle CAB,$$

$$\angle AFB \cong \angle ACB, \angle FBA \cong \angle CBA,$$

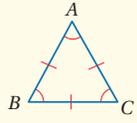
$$\angle AHC \cong \angle AHF$$

- ألفت انتباه الطلبة في الفرع 2 من المثال 2 إلى وجود زوج آخر من

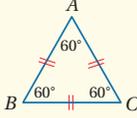
$$\overline{HF} \cong \overline{HC}$$

المثلث المتطابق الأضلاع

نتيجتان



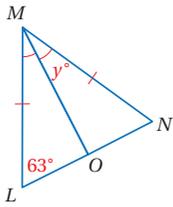
- **بالكلمات:** يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا فقط إذا كان متطابق الزوايا.
- **بالرموز:** $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ إذا فقط إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$



- **بالكلمات:** قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع 60°
- **بالرموز:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$ فإن $\angle A \cong \angle B \cong \angle C = 60^\circ$

يمكن استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين والمتطابقة الأضلاع والجبر لإيجاد قيم مجهولة.

مثال 3



1 أجد قيمة y في الشكل المجاور.

بما أن $\angle NMO \cong \angle LMO$ إذن \overline{MO} منصف لزاوية الرأس في مثلث متطابق الضلعين، وبذلك فإن $\overline{MO} \perp \overline{LN}$ ، ومنه $m\angle MON = 90^\circ$.

وبما أن $\triangle MLN$ متطابق الضلعين، فإن $\angle N \cong \angle L$ ، ومنه فإن $m\angle N = 63^\circ$.

$$m\angle N + m\angle MON + y^\circ = 180^\circ$$

$$63^\circ + 90^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$153^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 27^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث

أعوّض $m\angle N = 63^\circ$ ، $m\angle MON = 90^\circ$

أجمع

أطرح 153° من طرفي المعادلة

إذن، قيمة y تساوي 27°

إرشادات:

- في الفرع 1 من المثال 3، أذكر الطلبة بأن مجموع قياسات زوايا المثلث 180°
- في الفرع 2 من المثال 3، أوضح للطلبة ضرورة إثبات أن $\triangle KLN$ متطابق الأضلاع أولاً.

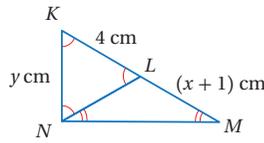
مثال 4: من الحياة

- أوضح للطلبة الأهمية الهندسية للمثلثات المتطابقة الأضلاع والمتطابقة الضلعين في مواقف حياتية كثيرة، وأطلب إليهم ذكر بعضها.
- ناقش حل الفرع 1 من المثال 4 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان السهمي، ثم ناقش حل الفرع 2 من المثال باستعمال البرهان ذي العمودين.

4 التدريب

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (8 - 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّ مسألة، فإني أختار أحد الطلبة ممن تمكّن / تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته / استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.



2 أجد قيمة كل من x و y في الشكل المجاور.

الخطوة 1 أجد قيمة y

بما أن $\angle KNL \cong \angle LKN \cong \angle LKN$ ، فإن $\triangle KLN$ متطابق الأضلاع، ومنه فإن $y = 4$ cm.

الخطوة 2 أجد قيمة x

بما أن $\angle LNM \cong \angle LMN$ ، فإن $\overline{LN} \cong \overline{LM}$ ، ومنه فإن $\triangle LMN$ متطابق الضلعين.

وبما أن $\triangle KLN$ متطابق الأضلاع، فإن $LN = 4$.

$$LN = LM$$

$$4 = x + 1$$

$$x = 3$$

قطعتان مستقيمتان متطابقتان

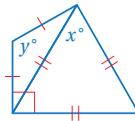
$$\text{أعوض } 1, LM = x + 1$$

أطرح 1 من طرفي المعادلة

إذن، قيمة x تساوي 3 cm

✓ أتتحقّق من فهمي:

3 أجد قيمة كل من x و y في الشكل المجاور. $x = 60^\circ, y = 120^\circ$



يمكن رؤية المثلثات المتطابقة الضلعين والمتطابقة الأضلاع في كثير من التصميمات والهيكل والجسور والمباني؛ لِمَا لَهَا مِنْ أهمية في دعمها وجعلها أكثر ثباتاً.

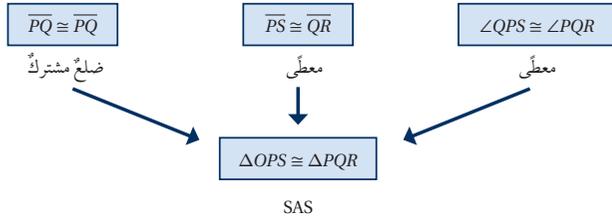


مثال 4: من الحياة

برج المنقذ: في برج المنقذ المجاور، إذا علمتُ أن $\overline{PS} \cong \overline{QR}$ و $\angle QPS \cong \angle PQR$ ، فأثبتُ أنّ:

$$\triangle QPS \cong \triangle PQR \quad 1$$

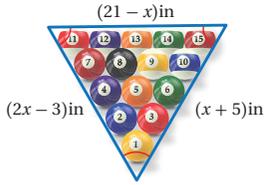
الوحدة 4



2 $\triangle QPT$ متطابق الضلعين.

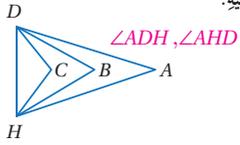
المبررات	العبارات
(1) زاويتان متقابلتان بالرأس.	$\angle PTS \cong \angle QTR$ (1)
(2) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين.	$\angle PSQ \cong \angle QRP$ (2)
(3) معطى.	$\overline{PS} \cong \overline{QR}$ (3)
(4) AAS	$\triangle QTR \cong \triangle PTS$ (4)
(5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	$\overline{PT} \cong \overline{QT}$ (5)
(6) تعريف المثلث المتطابق الضلعين.	(6) $\triangle QPT$ متطابق الضلعين

✓ **أتحقق من فهمي:**



بلياردو: تُرتَّب كرات البلياردو على شكل مثلث متطابق الأضلاع كما في الشكل المجاور؛ لأنَّ شكْل المثلث قادرٌ على نقل الطاقة الحركية من الكرة الأولى فسي الواجهة إلى غيرها من الكرات، فتتحرك كلها من ضربة واحدة. أجد قيمة المتغير x . $x = 8$

✍ **أتدرب وأحل المسائل**



باستعمال الشكل المجاور، أجب عن الأسئلة الآتية:

- 1 إذا كان $\overline{AD} \cong \overline{AH}$ ، فأسمي زاويتين متطابقتين.
- 2 إذا كان $\angle BDH \cong \angle BHD$ ، فأسمي قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{BD}, \overline{BH}$

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (20 - 22).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

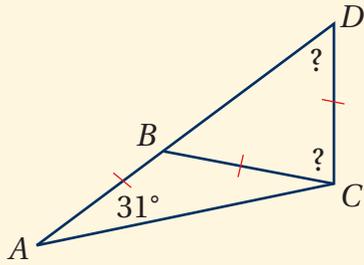
أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10, 14 كتاب التمارين: (1 - 3), 10
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (11 - 13), (15 - 19) كتاب التمارين: (4 - 6)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18 - 22) كتاب التمارين: (7 - 9)

البحث وحل المسائل :

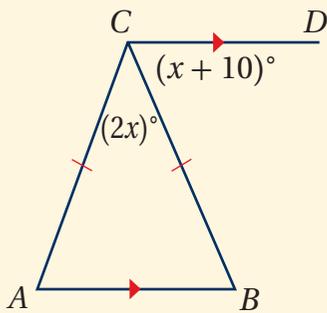
• أطلب إلى الطلبة حل السؤالين الإثرائيين الآتيين:

1 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لإيجاد قياس كل من $\angle CDB$ و $\angle BCD$ ، وأبرر إجابتي.



$$m\angle CDB = 62^\circ, m\angle BCD = 56^\circ$$

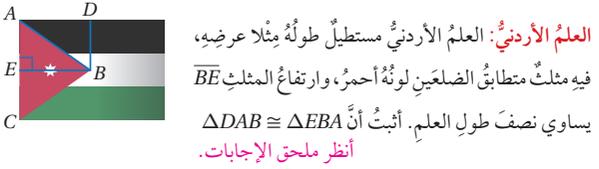
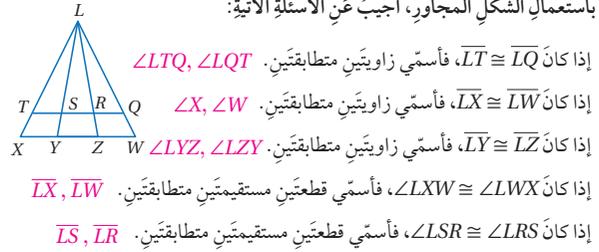
2 في الشكل الآتي إذا علمت أن $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ ؛ فأجد قياسات زوايا $\triangle ABC$



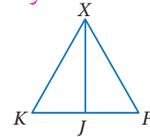
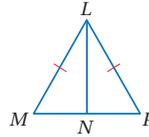
$$m\angle ABC = 50^\circ, m\angle BAC = 50^\circ,$$

$$m\angle ACB = 80^\circ$$

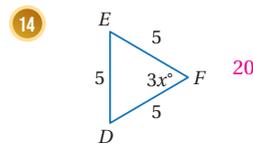
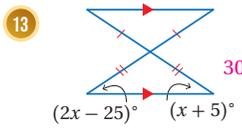
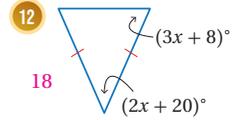
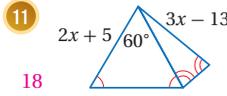
باستعمال الشكل المجاور، أجب عن الأسئلة الآتية:



9 في الشكل الآتي، إذا علمت أن $\triangle XKF$ في الشكل الآتي، إذا علمت أن $\triangle MLP$ متطابق الأضلاع، و \overline{XJ} ينصف $\angle X$ ، فأكتب برهاناً ذا عمودين؛ لإثبات أن \overline{KF} نقطة منتصف \overline{MP} .
أنظر ملحق الإجابات.



أجد قيمة x في كل مما يأتي:



أتعلم

يمثل المثلث الأحمر في العلم الأردني السلالة الهاشمية.

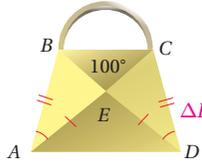
أتذكر

مجموع قياسات زوايا المثلث 180°

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب وكتاب التمارين. ففي السؤال رقم 8 أعزز الوعي الوطني لدى الطلبة عن طريق ربط ألوان العلم الأردني بدلالاته التاريخية.

حقيقية: يبين الشكل المجاور تصميمًا لحقيبة قماشية:



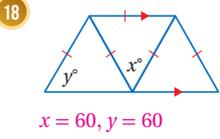
15 أثبت أن $\triangle ABE \cong \triangle DCE$ أنظر ملحق الإجابات.

16 أسمي المثلثات المتطابقة الضلعين في الحقيقية.

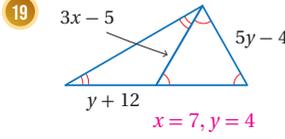
17 أسمي ثلاث زوايا تتطابق مع $\angle EAD$

$\angle EDA, \angle ECB, \angle CBE$

أجد قيمة x و y في كل مما يأتي:



$x = 60, y = 60$



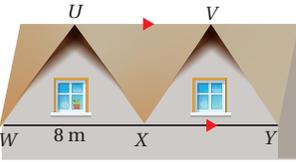
$x = 7, y = 4$

أذكر

مجموع قياسات الزوايا على مستقيم يساوي 180°

مهارات التفكير العليا

تبرير: يبين الشكل المجاور الواجهة الأمامية لمنزل على شكل مثلثين متطابقين الضلعين رأساهما U و V حيث $\triangle WUX \cong \triangle XZY$



20 أسمي زاويتين متطابقتين مع $\angle WUX$ ، مبرراً إجابتي. $\angle UXV, \angle XZY$

التبرير: زاويتين متناظرتين في مثلثين متطابقين.

21 أجد المسافة بين الرأسين U و V ، مبرراً إجابتي.

المسافة 8 m، المسافة بينهما هي مجموع طولي نصفي القاعدتين WX, XY .

22 تحد: في الشكل المجاور، إذا علمت أن

$\triangle ABC$ متطابق الضلعين، و $\triangle DCE$

متطابق الأضلاع، و $\triangle FCG$ متطابق

الضلعين، فأجد قياسات الزوايا

1 و 2 و 3 و 4 و 5. $m\angle 1 = m\angle 5 = 18^\circ, m\angle 2 = m\angle 4 = 17^\circ, m\angle 3 = 26^\circ$

23 أكنت كيف أثبت أن قياس كل زاوية من زوايا المثلث المتطابق الأضلاع 60° ؟

أنظر إجابات الطلبة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق الإرشاد الوارد

في هامش سؤال 22 (تحد)؛ لما له من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.

- أوجه الطلبة إلى استخدام برمجية جيوجبرا الرسم مثلث رؤوسه $A(1, 5), B(4, 1), C(-2, 1)$ ثم أطلب إليهم الآتي:

« إيجاد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.

« إيجاد قياس زوايا المثلث باستعمال الأداة



« تحديد نوع المثلث الناتج.

« تحديد رأس المثلث الناتج وساقيه وقاعدته.

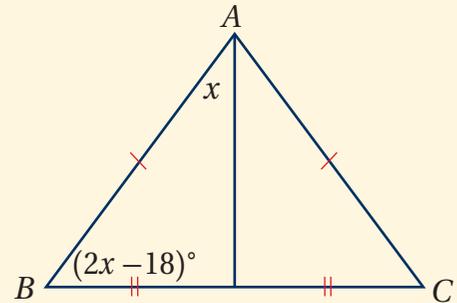
تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 1 و 2 من خطوات المشروع.
- أذكر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعين عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد أن جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدث من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أعمد المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، وأجد قياسات زوايا $\triangle ABC$



$m\angle A = 72^\circ, m\angle B = 54^\circ, m\angle C = 54^\circ$

اختبار نهاية الوحدة:

- أوجه الطلبة إلى (اختبار نهاية الوحدة)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 7) فردياً.
- أختار بعض الإجابات غير الصحيحة، وأناقشها مع الصف، وأبين الخطأ، وأقدّم الصواب.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (12 - 8)، وأتجوّل بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدّد المسائل التي واجهوا صعوبة في حلها لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

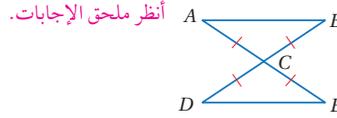
- في السؤال 1 أذكر الطلبة بإمكانية تحديد الرؤوس المتناظرة في المثلثات المتطابقة من خلال تسميتها.
- في السؤال 7 أذكر الطلبة بخصائص متوازي الأضلاع، ودلالة الأسهم على أضلاع الشكل.
- في السؤال 9 ألفت انتباه الطلبة إلى أن المثلث متطابق الأضلاع، وهذا يعني أن قياس كل زاوية من زواياه 60° .

اختبار نهاية الوحدة

5 إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ، وكان $m\angle A = 47.1^\circ$ و $m\angle C = 13.8^\circ$ فإن $m\angle Y$ يساوي:

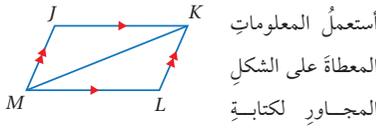
- a) 13.8° b) 76.2°
c) 60.9° d) 119.1°

6 أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل الآتي لكتابة برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle EDC$.



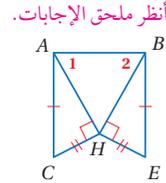
أنظر ملحق الإجابات.

7 أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل المجاور لكتابة برهانٍ ذي عمودين؛ لأثبت أن $\triangle MJK \cong \triangle KLM$.



أنظر ملحق الإجابات.

8 أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل الآتي؛ لأثبت أن $\angle 1 \cong \angle 2$.



أنظر ملحق الإجابات.

أختار رمز الإجابة الصحيحة في كلِّ ممَّا يأتي:

1 إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ فأبني الجملة الآتية صحيحة؟

- a) $\overline{BC} \cong \overline{ZX}$ b) $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$
c) $\overline{AB} \cong \overline{YZ}$ d) $\overline{AC} \cong \overline{XY}$

2 بناءً على المعلومات المعطاة على الشكل المجاور، أيُّ ممَّا يأتي تُستعمل لإثبات أن $\triangle ADE \cong \triangle BCE$ ؟

- a) SAS b) ASA c) AAS d) HL

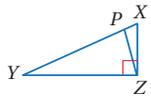
3 في الشكل المجاور، إذا كان $\overline{QR} \cong \overline{RS}$ و $\overline{PQ} \cong \overline{QS}$ و $m\angle PRS = 72^\circ$ ، فما قياس $\angle QPS$ ؟

- a) 27° b) 54° c) 63° d) 72°

4 تبدو أجنحة بعض الفراشات على شكل مثلثات متطابقة كما في الشكل المجاور. إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{DC}$ و $\angle ACB \cong \angle ECD$ ، فما العبارة الإضافية التي أحتاج إليها؛ لأثبت أن $\triangle ACB \cong \triangle ECD$ ؟

- a) $\overline{BC} \cong \overline{CE}$ b) $\overline{AB} \cong \overline{ED}$
c) $\angle BAC \cong \angle CED$ d) $\angle ABC \cong \angle CDE$

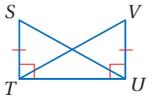
تدريب على الاختبارات الدولية



13 في الشكل المجاور
في $\triangle XZY$ قائم الزاوية،
فيه $\overline{YP} \cong \overline{YZ}$

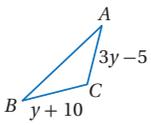
$m\angle PYZ = 26^\circ$ ، ما قياس $\angle XZP$ ؟

- a) 13° b) 26° c) 32° d) 64°



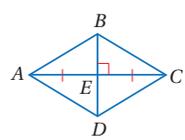
14 أي النظريات أو المسلمات
يمكن بها إثبات تطابق
 $\triangle STU$ و $\triangle VUT$ ؟

- a) ASA b) HL c) SSS d) SAS



15 قيمة y بالوحدات التي
تجعل $\triangle ABC$ المجاور
متطابق الضلعين تساوي:

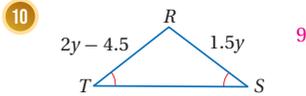
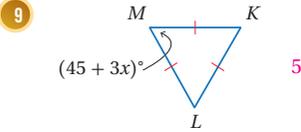
- a) $1\frac{1}{4}$ b) $7\frac{1}{2}$ c) $2\frac{1}{2}$ d) $15\frac{1}{2}$



16 أي جمل التناظر
الآتية يمكن إثباتها
بالمعلومات المعطاة
في الشكل المجاور؟

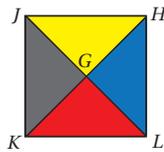
- a) $\triangle AEB \cong \triangle CED$ b) $\triangle ABD \cong \triangle BCA$
c) $\triangle BAC \cong \triangle DAC$ d) $\triangle DEC \cong \triangle DEA$

أجد قيمة المتغير في كل من الأشكال الآتية:



11 في الشكل الآتي، إذا علمت أن

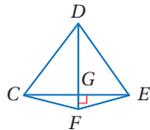
$GJ = GH = GL = GK$ ، فأثبت أن
 $\triangle JGK \cong \triangle LGH$



أنظر ملحق الإجابات.

12 في الشكل الآتي، إذا علمت أن \overline{DF} ينصف $\angle CDE$ ،

و $\overline{CE} \perp \overline{DF}$ ، فأكتب برهاناً سهماً؛ لأثبت أن
 $\triangle DGC \cong \triangle DGE$



أنظر ملحق الإجابات.

تدريب على الاختبارات الدولية

• أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.

• أحفز الطلبة على الاهتمام بحل هذه الأسئلة ومثيلاتها، والمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين اختبراتي المدرسية نماذج مماثلة لهذه الأسئلة.

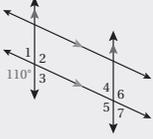
كتاب التمارين

الوحدة 4

المثلثات المتطابقة

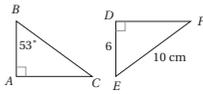
أستعد لإدراة الوحدة

مثال: في الشكل المجاور، أجد قياس كل من الزوايا الآتية:

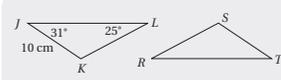


- a) $m\angle 2$
 $m\angle 2 = 110^\circ$ تُقابل بالرأس الزاوية التي قياسها 110°
- b) $m\angle 5$
 $m\angle 5 = 110^\circ$ مُناظر الزاوية التي قياسها 110°
- c) $m\angle 3$
 $m\angle 3 + m\angle 5 = 180^\circ$ زاويتان متحالفتان
 $m\angle 3 + 110^\circ = 180^\circ$ أعرُض قيمة $m\angle 3$
 $m\angle 3 = 70^\circ$ أطرُح 110° من الطرفين

حل المثلث باستعمال التطابق (الدرس 3)



في الشكل المجاور إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ، فأجد:
 6 طول \overline{AB} 11 قياس $\angle E$ 53



مثال: في الشكل المجاور إذا كان $\triangle LJK \cong \triangle RST$ ، فأجد:

- a) طول \overline{ST}
 بما أن \overline{JK} و \overline{ST} متناظران في مثلثين متطابقين، إذن فهما متطابقان، ومنه $\overline{ST} = 10 \text{ cm}$
- b) قياس $\angle R$
 بما أن $\angle L$ و $\angle R$ متناظران في مثلثين متطابقين، إذن فهما متطابقان، ومنه $m\angle R = 25^\circ$

43

الوحدة 4

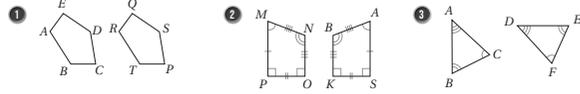
المثلثات المتطابقة

أستعد لإدراة الوحدة

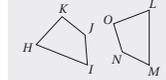
أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأخدي من الإجابة، أستعين بالمثل المعطى.

تطابق المضلعات (الدرس 1)

أكتب جمل تطابق لكل زوج من المضلعات المتطابقة الآتية: (1-3) أنظر ملحق الإجابات.



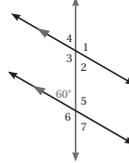
مثال: أكتب جمل التطابق لزوج المضلعات المتطابق المجاور:



الزوايا المتناظرة: $\angle H \cong \angle L$, $\angle I \cong \angle M$, $\angle J \cong \angle N$, $\angle K \cong \angle O$
 الأضلاع المتناظرة: $\overline{HI} \cong \overline{LM}$, $\overline{IJ} \cong \overline{MN}$, $\overline{JK} \cong \overline{NO}$, $\overline{KH} \cong \overline{OL}$

المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا (الدرس 1)

في الشكل المجاور، أجد قياس كل من الزوايا الآتية:



- 4 $m\angle 3 = 120^\circ$ 5 $m\angle 5 = 120^\circ$
 6 $m\angle 4 = 60^\circ$ 7 $m\angle 2 = 60^\circ$
 8 $m\angle 1 = 120^\circ$ 9 $m\angle 6 = 120^\circ$

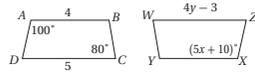
42

الوحدة 4

المثلثات المتطابقة

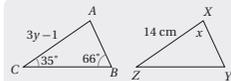
أستعد لإدراة الوحدة

استعمال التطابق لإيجاد قياسات زوايا مجهولة (الدرس 3)



12 في الشكل المجاور $ABCD \cong XYZW$ ، أجد x, y .

$$x = 18, y = 2$$



مثال: في الشكل المجاور $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ، أجد قيمة x .

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

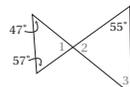
$$m\angle A + 66^\circ + 35^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle A = 79^\circ$$

$$x = m\angle A = 79^\circ$$

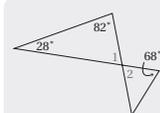
مجموع قياسات زوايا المثلث
 أعرُض $m\angle B = 66^\circ$, $m\angle C = 35^\circ$
 أحل المعادلة
 $\angle A \cong \angle X$

إيجاد قياسات زوايا مجهولة باستعمال العلاقات بين الزوايا (الدرس 3)



13 أجد قياسات الزوايا 1 و 2 و 3 في الشكل المجاور.

$$m\angle 1 = m\angle 2 = 76^\circ, m\angle 3 = 49^\circ$$



مثال: أجد قياس كل من الزوايا 1 و 2 في الشكل المجاور.

$$m\angle 1 + 28^\circ + 82^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 1 + 110^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 1 = 70^\circ$$

المعطى: 1 أجد $m\angle 1$
 مجموع قياسات زوايا المثلث
 أجمع
 أطرُح 110° من كلا الطرفين

المعطى: 2 أجد $m\angle 2$

بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتان بالرأس، إذن $m\angle 2 = 70^\circ$

44

كتاب التمارين

الدرس 2 تطابق المثلثات (ASA, AAS)

أحد ما إذا كانت جملة التطابق صحيحة أم لا في كل مما يأتي، وأبرز إجابتي: **صحيحة التطابق بالحالة AAS:**

1 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ 2 $\triangle QRS \cong \triangle QTS$ 3 $\overline{RS} \cong \overline{JP}$

غير صحيحة. يوجد زاويتان T متطابقتان، وضلع مشترك فقط. **غير صحيحة. الصحيح $\overline{RS} \cong \overline{JM}$**

4 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ذي عمودين؛ لأثبت أن $\angle 1 \cong \angle 2$

5 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ذي عمودين؛ لأثبت أن $\triangle STV \cong \triangle UVW$

6 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ساهمي؛ لأثبت أن $\overline{QW} \cong \overline{VT}$

7 في الشكل الآتي، إذا علمت أن $\overline{AD} \cong \overline{ED}$ و $\angle A \cong \angle E$ ، فأكتب برهاناً ساهمياً، لأثبت أن $\triangle ADC \cong \triangle EDG$

8 أكتشف الخطأ: أكتشف الخطأ في جملة التطابق الآتية، وأبرز إجابتي: **التطابق لا يتم بثلاث زوايا، يجب أي يوجد ضلع على الأقل.**

$\triangle ABC \cong \triangle XYZ$

46

الدرس 1 تطابق المثلثات (SSS, SAS, HL)

أحد المسئلة التي تساعدني على إثبات تطابق كل زوج من المثلثات الآتية:

1 SSS 2 SAS, SAS 3 SAS

4 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ذي عمودين؛ لأثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle DCB$

5 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ذي عمودين؛ لأثبت أن $\triangle RST \cong \triangle PQT$

6 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ساهمي؛ لأثبت أن $\triangle AFB \cong \triangle CEB$

7 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهان ساهمي؛ لأثبت أن $\triangle QWT \cong \triangle QYR$

8 إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle KLM$ ، $m\angle A = 40^\circ$ ، $m\angle B = 60^\circ$ ، $AB = 7 \text{ cm}$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

9 $m\angle L = 60^\circ$ 10 $m\angle M = 80^\circ$ 11 $KL = 7 \text{ cm}$

12 تبدو الطائرات في العرض الجوّي كأنها مثلثين متلئين بيتهما ضلع مشترك. أكتب برهاناً ذا عمودين أثبت فيه أن $\triangle SRT \cong \triangle QRT$ ، حيث T نقطة منتصف \overline{SR} و \overline{SQ}

45

الدرس 3 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

أجد قيمة x في كل مما يأتي:

1 2 3

4 5 6

في النمط الآتي كل مثلث صغير هو مثلث متطابق الأضلاع مساحته وحدة مربعة واحدة:

المثلث				
المساحة	1 وحدة مربعة			

7 أبتن أن كل مثلث مكون من مثلثات متطابقة الأضلاع هو أيضاً مثلث متطابق الأضلاع. قياس كل زاوية من زوايا رؤوس المثلث يساوي 60° فيكون متطابق الأضلاع.

8 أجد مساحة المثلثات الأربعة الأولى في النمط. 1, 4, 9, 16

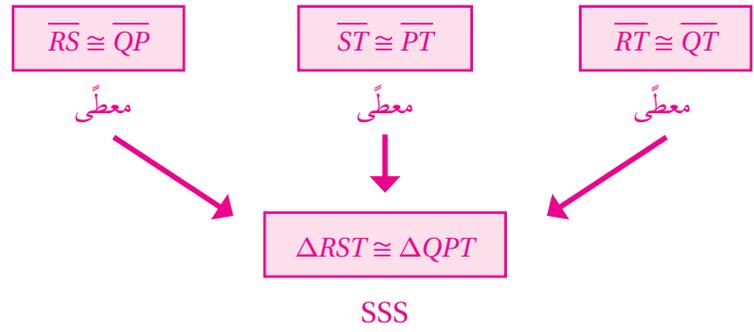
9 أتوقع مساحة المثلث السابع عشر، وأبرز إجابتي. 17^2

10 أكتشف الخطأ: تقول ربما: بما أن $\angle A \cong \angle C$ فإن $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ومنه فإن $BC = 6 \text{ cm}$. أكتشف الخطأ في قول ربما، وأصححه. الخطأ أن $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ والصحيح أن $\overline{BA} \cong \overline{BC}$ و $BC = 5 \text{ cm}$

$\triangle ABC$ $\angle A \cong \angle C$,
 $\overline{AC} \cong \overline{BC}$,
 $BC = 6$.

47

الدرس 1 (أتحقق من فهمي 1):



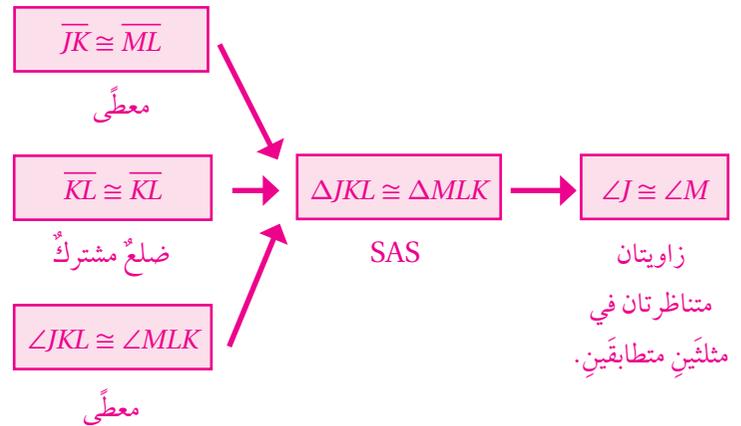
الدرس 1 (أتحقق من فهمي 2):

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{BE} \cong \overline{CE}$ (1)
(2) زاويتان متقابلتان بالرأس	$\angle BEA \cong \angle CED$ (2)
(3) معطى	$\overline{AE} \cong \overline{DE}$ (3)
(4) SAS	$\triangle ABE \cong \triangle DCE$ (4)

الدرس 1 (أتحقق من فهمي 3):

المبررات	العبارات
(1) الانسحاب يحافظ على الطول	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (1)
(2) الانسحاب يحافظ على الطول	$\overline{BC} \cong \overline{DE}$ (2)
(3) الانسحاب يحافظ على الطول	$\overline{AC} \cong \overline{CE}$ (3)
(4) SSS	$\triangle ABC \cong \triangle CDE$ (4)

الدرس 1 (أتحقق من فهمي 4):



الدرس 1 (أتحقق من فهمي 5):

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AC} \cong \overline{DB}$ (1)
(2) معطى	$\angle ABC, \angle DCB$ زاويتان قائمتان (2)
(3) تعريف المثلث القائم الزاوية	$\triangle ABC, \triangle DCB$ مثلثان قائما الزاوية (3)
(4) ضلع مشترك	$\overline{BC} \cong \overline{BC}$ (4)
(5) HL	$\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (5)

الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

(1) متطابقان

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (1)
(2) معطى	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$ (2)
(3) معطى	$\overline{AC} \cong \overline{DF}$ (3)
(4) SSS	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (4)

(2) متطابقان

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AC} \cong \overline{EF}$ (1)
(2) معطى	$\angle ACB, \angle EFD$ (2)
(3) معطى	$\overline{CB} \cong \overline{FD}$ (3)
(4) SAS	$\triangle ACB \cong \triangle EFD$ (4)

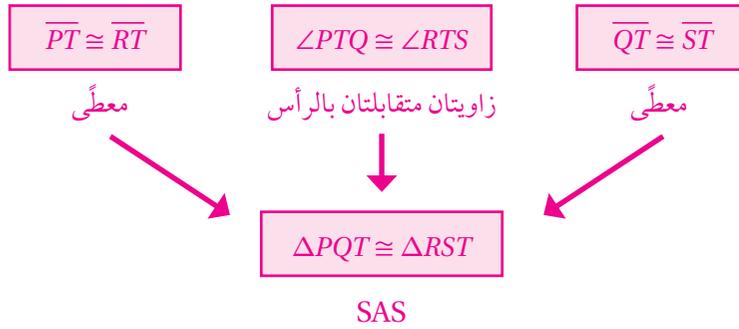
(3) متطابقان

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AB} \cong \overline{DB}$ (1)
(2) معطى	$\overline{AC} \cong \overline{DC}$ (2)
(3) ضلع مشترك	$\overline{BC} \cong \overline{BC}$ (3)
(4) SSS	$\triangle ABC \cong \triangle DBC$ (4)

(4) متطابقان

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{FE} \cong \overline{FG}$ (1)
(2) معطى	$\overline{ED} \cong \overline{GD}$ (2)
(3) ضلع مشترك	$\overline{FD} \cong \overline{FD}$ (3)
(4) SSS	$\triangle FED \cong \triangle FGD$ (4)

(8)



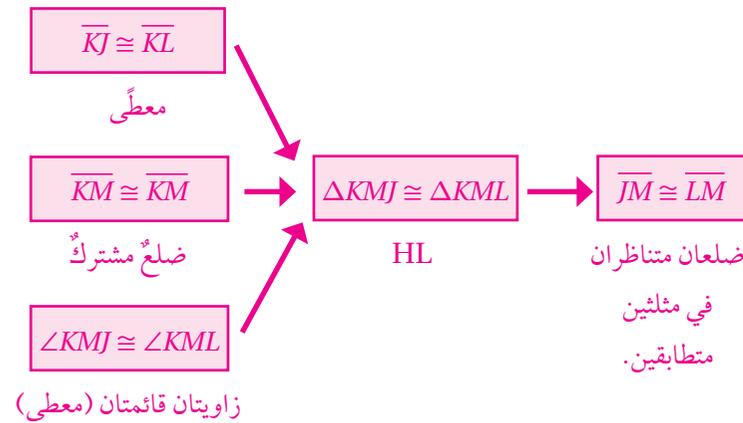
(9)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{CA} \cong \overline{CD}$ (1)
(2) معطى	$\overline{AB} \cong \overline{DB}$ (2)
(3) ضلع مشترك	$\overline{CB} \cong \overline{CB}$ (3)
(4) SSS	$\triangle CAB \cong \triangle CDB$ (4)
(5) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين	$\angle A \cong \angle D$ (5)

(5)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (1)
(2) معطى	زاويتان قائمتان $\angle B, \angle D$ (2)
(3) تعريف المثلث القائم الزاوية	مثلثان $\triangle ABC, \triangle CDA$ قائما الزاوية (3)
(4) ضلع مشترك	$\overline{AC} \cong \overline{AC}$ (4)
(5) HL	$\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (5)

(10)

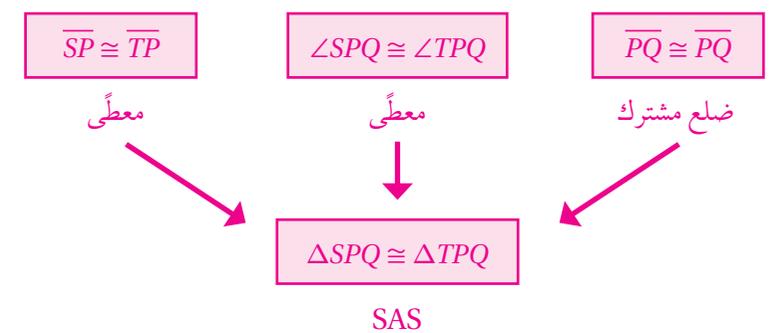


(6)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{NP} \cong \overline{RS}$ (1)
(2) معطى	$\overline{PQ} \cong \overline{ST}$ (2)
(3) معطى	$\overline{NQ} \cong \overline{RT}$ (3)
(4) SSS	$\triangle NPQ \cong \triangle RST$ (4)

(11)

(7)



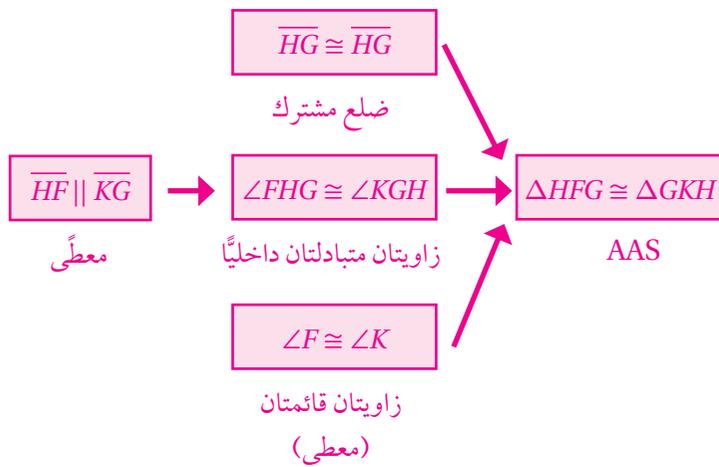
المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AB} \cong \overline{CB}$ (1)
(2) معطى، الزاويتان متجاورتان على خط مستقيم	زاويتان $\angle ADB, \angle CDB$ قائمتان (2)
(3) تعريف المثلث القائم الزاوية	مثلثان $\triangle ABD, \triangle CBD$ قائما الزاوية (3)
(4) ضلع مشترك	$\overline{BD} \cong \overline{BD}$ (4)
(5) HL	$\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (5)

(12) نعم؛ لأن كل مثلثين منهما يتطابقان بالحالة HL.

الدرس 2 (أتحقق من فهمي 1):

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle UXV \cong \angle WXV$ (1)
(2) معطى	$\angle XVU \cong \angle XVW$ (2) زاويتان قائمتان
(3) ضلع مشترك	$\overline{XV} \cong \overline{XV}$ (3)
(4) ASA	$\Delta UXV \cong \Delta WXV$ (4)

الدرس 2 (أتحقق من فهمي 2):



الدرس 2 (أتحقق من فهمي 3):

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{CA} \cong \overline{CD}$ (1)
(2) معطى	$\angle ABC \cong \angle DEC$ (2)
(3) زاوية مشتركة	$\angle C \cong \angle C$ (3)
(4) AAS	$\Delta ACB \cong \Delta DCE$ (4)
(5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (5)

الدرس 2 (أتحقق من فهمي 4):

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle KLN \cong \angle KJN$ (1)
(2) معطى	$\overline{LN} \cong \overline{JN}$ (2) \overline{LN} منتصف \overline{KL}
(3) معطى $\overline{KM} \perp \overline{JL}$	$\angle KNL \cong \angle KNJ$ (3) زاويتان قائمتان
(4) ASA	$\Delta KLN \cong \Delta KJN$ (4)
(5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	$\overline{KJ} \cong \overline{KL}$ (5)

(13)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AD} \cong \overline{AB} \cong \overline{AC}$ (1)
(2) معطى	$\angle AED, \angle AEB, \angle AEC$ (2) زاويا قائمة
(3) تعريف المثلث القائم الزاوية	$\Delta AED, \Delta AEB, \Delta AEC$ (3) مثلثات قائمة الزاوية
(4) ضلع مشترك	$\overline{AE} \cong \overline{AE} \cong \overline{AE}$ (4)
(5) HL	$\Delta AED \cong \Delta AEB \cong \Delta AEC$ (5)

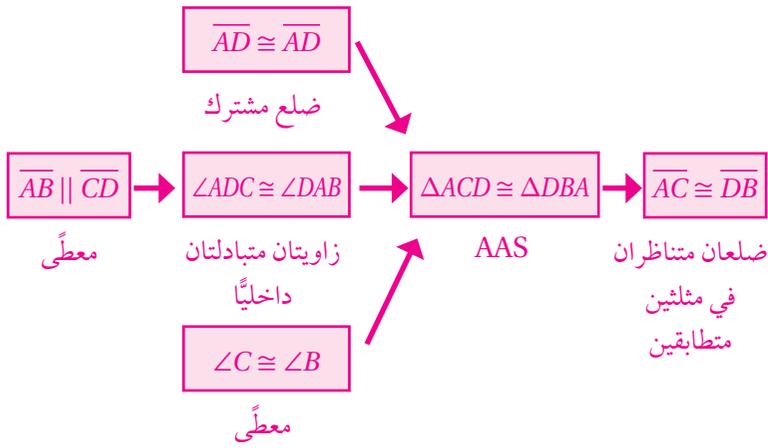
(14)

المبررات	العبارات
(1) نصف قطر في دائرة واحدة	$\overline{RS} \cong \overline{RU}$ (1)
(2) معطى	$\angle SRT \cong \angle URT$ (2)
(3) ضلع مشترك	$\overline{TR} \cong \overline{TR}$ (3)
(4) SAS	$\Delta TRS \cong \Delta TRU$ (4)

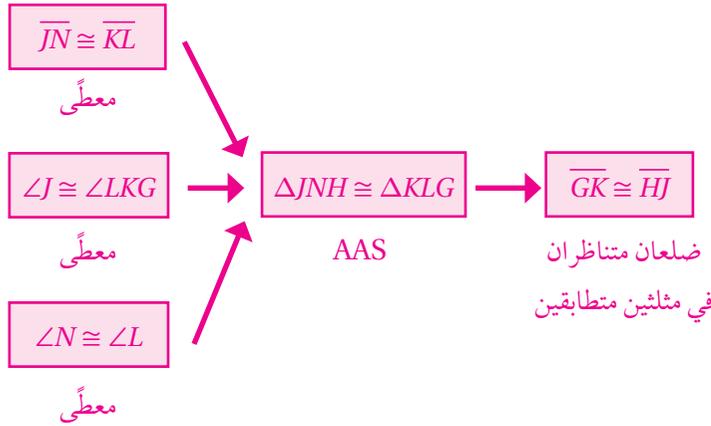
(15)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AH} \cong \overline{HF} \cong \overline{BD} \cong \overline{DE}$ (1)
(2) معطى بالرسم	$AF = AH + HF,$ (2) $EB = ED + DB$
(3) القطع المستقيمة المكونة لهما متطابقة	$\overline{AF} \cong \overline{EB}$ (3)
(4) السبب السابق	$\overline{AC} \cong \overline{EG}$ (4)
(5) معطى	$\angle C, \angle G$ زاويتان قائمتان (5)
(6) تعريف المثلث القائم الزاوية	$\Delta ACF, \Delta EGB$ (6) مثلثان قائما الزاوية
(7) HL	$\Delta ACF \cong \Delta EGB$ (7)

(8)



(9)



(10)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle CDF \cong \angle FGH$ (1)
(2) F منتصف \overline{DG}	$\overline{FD} \cong \overline{FG}$ (2)
(3) زاويتان متقابلتان بالرأس	$\angle DFC \cong \angle GFH$ (3)
(4) ASA	$\Delta CFD \cong \Delta HFG$ (4)

(11) $\Delta CFD \cong \Delta HFG$ من سؤال 10، $\overline{CF} \cong \overline{HF}$ لأنهما ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.

(12)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle A \cong \angle D$ (1)
(2) معطى	$\overline{AC} \cong \overline{DC}$ (2)
(3) زاويتان متقابلتان بالرأس	$\angle ACB \cong \angle DCE$ (3)
(4) ASA	$\Delta ABC \cong \Delta DEC$ (4)
(5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (5)

(1) لا يمكن الإثبات. يجب أن يتطابق ضلع في المثلث الأول وضلع في المثلث الثاني الأقل.

(2) يمكن الإثبات بالحالة AAS. تتطابق زاويتان وضلع في ΔJKL مع نظرائها في المثلث ΔNML .

(3) لا يمكن الإثبات. الزاوية غير محصورة بين الضلعين.

(4)

المبررات	العبارات
(1) \overline{PR} ينصف $\angle QPS$ (معطى)	$\angle QPR \cong \angle SPR$ (1)
(2) ضلع مشترك	$\overline{PR} \cong \overline{PR}$ (2)
(3) معطى	$\angle QRP \cong \angle SRP$ (3)
(4) ASA	$\Delta QRP \cong \Delta SRP$ (4)

(5)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle ADB \cong \angle ADC$ (1)
(2) معطى	$\overline{DB} \cong \overline{DC}$ (2)
(3) معطى	$\angle ABD \cong \angle ACD$ (3)
(4) ASA	$\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (4)

(6)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle A \cong \angle Q$ (1)
(2) معطى	$\angle B \cong \angle R$ (2)
(3) معطى	$\overline{AC} \cong \overline{QS}$ (3)
(4) AAS	$\Delta ABC \cong \Delta QRS$ (4)

(7)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle A \cong \angle D$ (1)
(2) معطى	$\angle ACB \cong \angle DCB$ زاويتان قائمتان (2)
(3) ضلع مشترك	$\overline{BC} \cong \overline{BC}$ (3)
(4) AAS	$\Delta ABC \cong \Delta DBC$ (4)

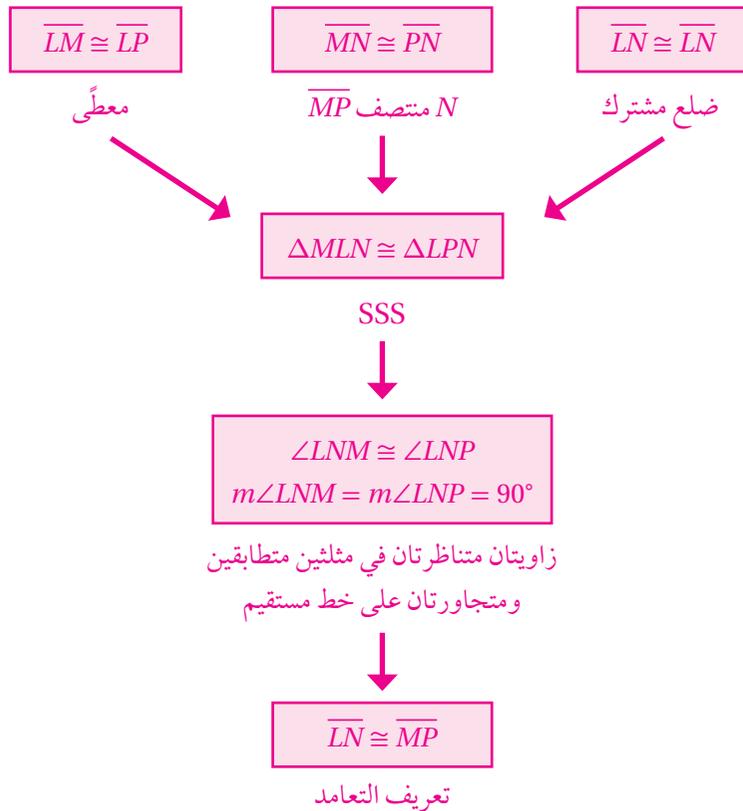
(8)

المبررات	العبارات
(1) يعامدان \overline{AC}	(1) $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$
(2) زاويتان متبادلتان داخلياً	(2) $\angle ABD \cong \angle BAE$
(3) زاويتان متبادلتان داخلياً	(3) $\angle DAB \cong \angle EBA$
(4) ضلع مشترك	(4) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$
(5) ASA	(5) $\triangle DAB \cong \triangle EBA$

(9)

المبررات	العبارات
(1) ضلعان في مثلث متطابق الأضلاع	(1) $\overline{XK} \cong \overline{XF}$
(2) معطى	(2) \overline{XJ} يصنف $\angle X$
(3) معطى	(3) قاعدة $\triangle XFK$ قاعدة $\triangle XJF$ المتطابق الضلعين
(4) نظرية منتصف زاوية الرأس في المثلث المتطابق الضلعين	(4) \overline{KF} يصنف J

(10)



المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\angle R \cong \angle V$
(2) معطى	(2) $\angle PUR \cong \angle QSV$
(3) معطى القطعة نفسها	(3) $\overline{VU} \cong \overline{RS}$ $\overline{SU} \cong \overline{SU}$
(4) خصائص المساواة	(4) $VU + SU = RS + SU$
(5) $VS = VU + SU$, $RU = RS + SU$	(5) $\overline{VS} \cong \overline{RU}$
(6) ASA	(6) $\angle PUR \cong \angle QSV$

الدرس 3 (أتحقق من فهمي 1):

المبررات	العبارات
(1) يمكن إنزال عمود واحد من رأس المثلث على قاعدته	(1) أنزل عمود \overline{CX} من الرأس C على القاعدة \overline{AB} .
(2) $\overline{CX} \perp \overline{AB}$	(2) $\angle CXA \cong \angle CXB$ زاويتان قائمتان
(3) معطى	(3) $\angle A \cong \angle B$
(4) ضلع مشترك	(4) $\overline{CX} \cong \overline{CX}$
(5) AAS	(5) $\triangle CXA \cong \triangle CXB$
(6) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	(6) $\overline{CA} \cong \overline{CB}$

الدرس 3 (أتحقق من فهمي 2):

(3) $\angle S$ تقابل \overline{VW} ، $\angle SVW$ تقابل \overline{WS} ؛ لذا فإن $\angle S \cong \angle SVW$ (نظرية المثلث المتطابق الضلعين).

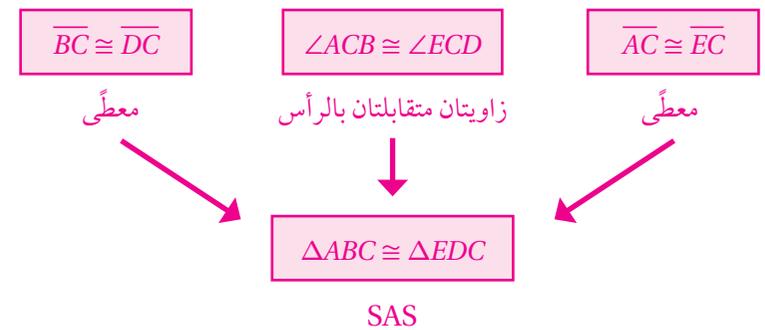
(4) $\angle S \cong \angle R$ لأن $\angle S \cong \angle V \cong \angle R$ ؛ لذا فإن $\overline{RT} \cong \overline{ST}$ ، (عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين).

(15)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{AE} \cong \overline{DE}$ (1)
(2) معطى	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (2)
(3) معطى	$\angle BAE \cong \angle CDE$ (3)
(4) SAS	$\triangle ABE \cong \triangle DCE$ (4)

اختبار نهاية الوحدة:

(6)



(7)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{JK} \parallel \overline{ML}$ (1)
(2) زاويتان متبادلتان داخلياً	$\angle MKJ \cong \angle LMK$ (2)
(3) معطى	$\overline{MJ} \parallel \overline{LK}$ (3)
(4) زاويتان متبادلتان داخلياً	$\angle KMJ \cong \angle LKM$ (4)
(5) ضلع مشترك	$\overline{MK} \cong \overline{MK}$ (5)
(6) ASA	$\triangle MJK \cong \triangle KLM$ (6)

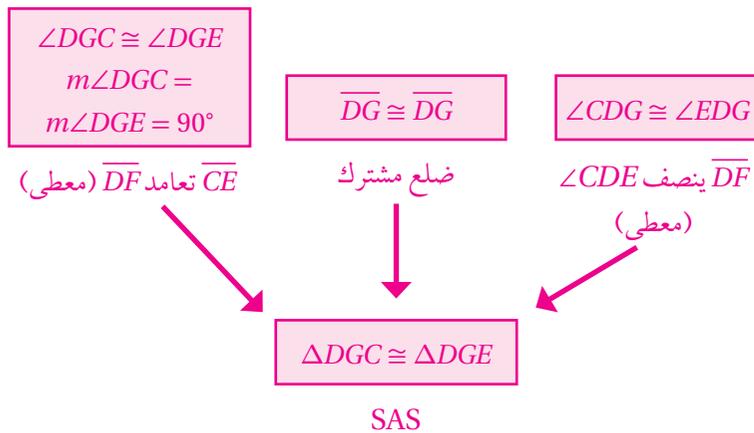
(8)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{EH} \cong \overline{CH}$ (1)
(2) معطى	$\angle EHB \cong \angle CHA$ (2) زاويتان قائمتان
(3) معطى	$\overline{EB} \parallel \overline{CA}$ (3)
(4) HL	$\triangle EHB \cong \triangle CHA$ (4)
(5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	$\overline{HB} \parallel \overline{HA}$ (5)
(6) تعريف المثلث متطابق الضلعين	$\triangle HAB$ متطابق الضلعين (6)
(7) نظرية المثلث المتطابق الضلعين	$\angle 1 \cong \angle 2$ (7)

(11)

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{JG} \cong \overline{LG}$ (1)
(2) معطى	$\overline{GK} \cong \overline{GH}$ (2)
(3) زاويتان متقابلتان بالرأس	$\angle JGK \cong \angle LGH$ (3)
(4) SAS	$\triangle JGK \cong \triangle LGH$ (4)

(12)



كتاب التمارين (أستعد لدراسة الوحدة):

المجموعة الأولى: تطابق المضلعات

(1)

الأضلاع المتناظرة	الزوايا المتناظرة
$\overline{AE} \cong \overline{RQ}$ $\overline{ED} \cong \overline{QS}$ $\overline{DC} \cong \overline{SP}$ $\overline{CB} \cong \overline{PT}$ $\overline{AB} \cong \overline{RT}$	$\angle A \cong \angle R$ $\angle E \cong \angle Q$ $\angle D \cong \angle S$ $\angle C \cong \angle P$ $\angle B \cong \angle T$

(2)

الأضلاع المتناظرة	الزوايا المتناظرة
$\overline{MN} \cong \overline{AB}$ $\overline{NO} \cong \overline{BK}$ $\overline{OP} \cong \overline{KS}$ $\overline{PM} \cong \overline{SA}$	$\angle M \cong \angle A$ $\angle N \cong \angle B$ $\angle O \cong \angle K$ $\angle P \cong \angle S$

(3)

الأضلاع المتناظرة	الزوايا المتناظرة
$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ $\overline{BC} \cong \overline{EF}$	$\angle A \cong \angle D$ $\angle B \cong \angle E$ $\angle C \cong \angle F$

المبررات	العبارت
(1) R منتصف SQ	(1) $\overline{ST} \cong \overline{QT}$
(2) معطى	(2) $\overline{SR} \cong \overline{QR}$
(3) ضلع مشترك	(3) $\overline{RT} \cong \overline{RT}$
(4) SSS	(4) $\Delta SRT \cong \Delta QRT$

كتاب التمارين (الدرس 2):

المبررات	العبارت
(1) معطى	(1) $\angle ABE \cong \angle CBE$ زاويتان قائمتان
(2) ضلع مشترك	(2) $\overline{BE} \cong \overline{BE}$
(3) معطى	(3) $\angle AEB \cong \angle CEB$
(4) ASA	(4) $\Delta ABE \cong \Delta CBE$
(5) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين	(5) $\angle BAE \cong \angle BCE$
(6) زاويتان متممتان لزاويتين متطابقتين	(6) $\angle FAE \cong \angle DCE$
(7) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	(7) $\overline{AE} \cong \overline{CE}$
(8) معطى	(8) $\overline{AF} \cong \overline{CD}$
(9) SAS	(9) $\Delta FAE \cong \Delta DCE$
(10) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين	(10) $\angle 1 \cong \angle 2$

المبررات	العبارت
(1) معطى	(1) $\angle S \cong \angle WUV$
(2) معطى	(2) $\overline{ST} \cong \overline{UV}$
(3) معطى	(3) $\angle STV \cong \angle UVW$ زاويتان قائمتان
(4) ASA	(4) $\Delta STV \cong \Delta UVW$

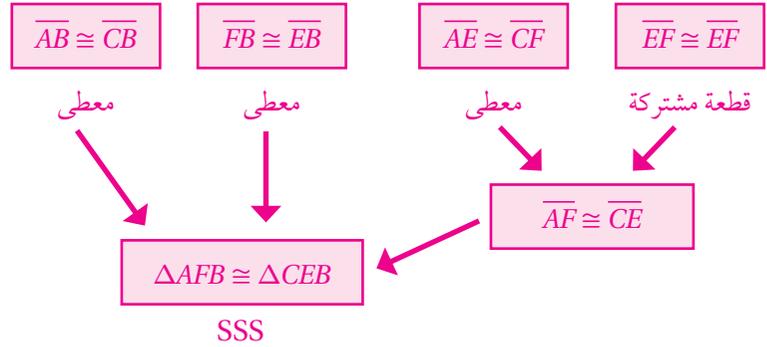
(4)

المبررات	العبارت
(1) معطى	(1) $\overline{AC} \cong \overline{DB}$
(2) معطى	(2) $\angle ABC \cong \angle DCB$ زاويتان قائمتان
(3) تعريف المثلث القائم الزاوية	(3) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ مثلثان قائما الزاوية
(4) ضلع مشترك	(4) $\overline{BC} \cong \overline{BC}$
(5) HL	(5) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$

(5)

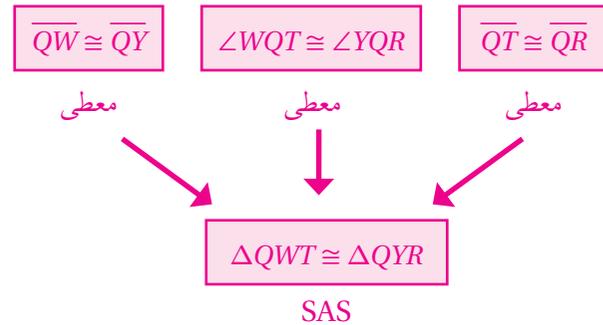
المبررات	العبارت
(1) معطى	(1) $\overline{RS} \cong \overline{PQ}$
(2) معطى	(2) $\overline{RT} \cong \overline{PT}$
(3) معطى	(3) $\overline{ST} \cong \overline{QT}$
(4) SSS	(4) $\Delta RST \cong \Delta PQT$

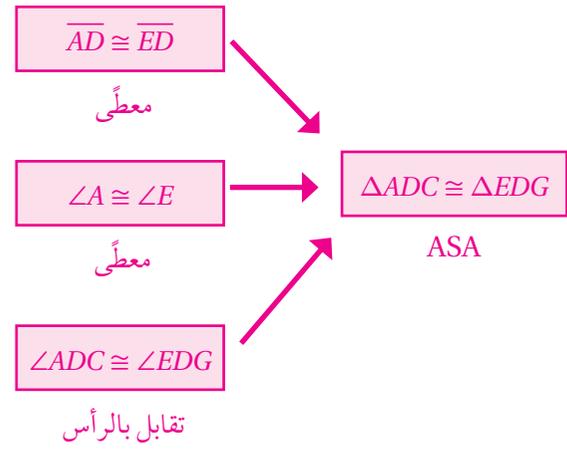
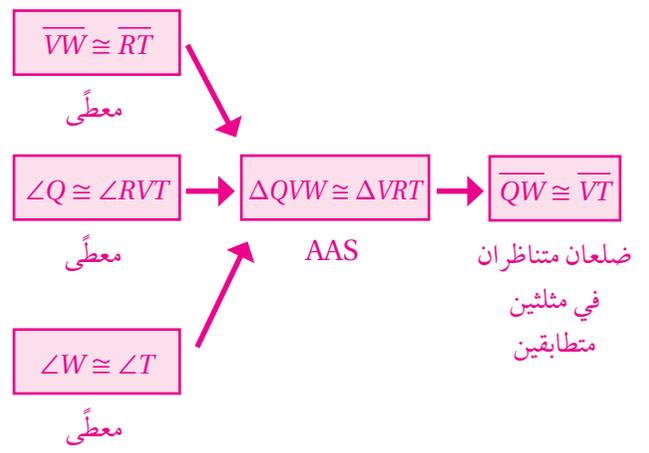
(6)



(5)

(7)





أوراق المصادر

ورقة المصادر 1 : لعبة الأرقام المتقاطعة

أستعملُ الأرقامَ 2 3 4 5 6 7 8 9 لملءِ المربعاتِ الفارغةِ أفقيًّا وعموديًّا؛ للحصولِ على

معادلةٍ صحيحةٍ (أستعملُ كلَّ رقمٍ مرةً واحدةً فقط):

	+		-		=	4
+		-		-		
	-	1	-		=	-3
÷		×		÷		
	×		÷		=	6
=		=		=		
7		-2		6		

ورقة المصادر 2 : المربعات الكاملة والجذور التربيعية

8	3^2	7	$\sqrt{4}$	100	$\sqrt{1}$
49	$\sqrt{25}$	16	$\sqrt{36}$	9	7^2
6	9^2	5	6^2	2	4^2
81	10^2	1	$\sqrt{64}$	36	$\sqrt{49}$

ورقة المصادر 3 : الأسس والجذور

$\sqrt{444}$	4^3	$\sqrt{36}$	$7 \times 7 \times 7 \times 7$	27×27
$2^3 \times 2^2$	3×2^2	$2^3 \times 2^3$	$3^2 - 3$	7^4
$3^3 \times 3^3$	$7 + 5^2$	$\sqrt[3]{1000}$	$\sqrt[3]{8000}$	$\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{64}$
$\sqrt[3]{1}$	$\sqrt[3]{64000}$	$7 \times 7 \times 7$	$10^2 - 2 \times 5 \times 3^2$	5×2^2
2^3	$1^5 \times 1^4$	5×2^3	7^3	

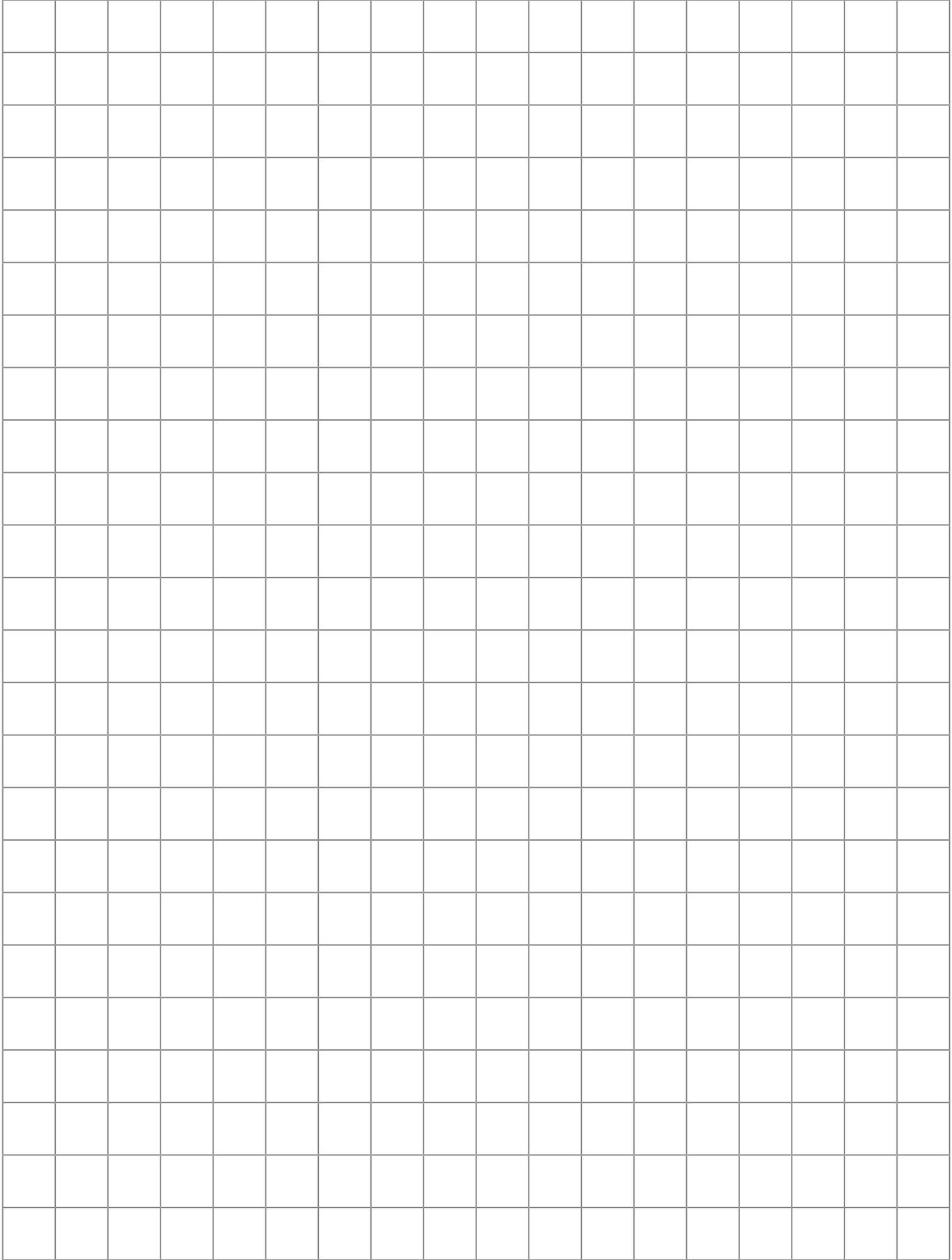
ورقة المصادر 4 : لوحة الهدف

$\frac{125}{1000}$	25%	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{8}$	40%
$\frac{25}{100}$	0.4	$\frac{1}{20}$	4%	20%
$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{5}$	0.04	$\frac{200}{1000}$	0.05
$\frac{1}{25}$	12.5%	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{10}$	0.125

ورقة المصادر 5 : نسبة الزيادة / نسبة النقصان

JD 40 25%	520km 20%	280kg 35%	120kg 15%
60kg 30%	JD 36 25%	150kg 22%	100m 23%
130ml 50%	150kg 30%	JD 450 20%	240kg 40%
140g 25%	200cm 30%	JD 300 70%	530ml 100%

ورقة المصادر 6 : شبكة مربعات



ورقة المصادر 7 : أحوط المختلف

مجموعة 2

$$4u(3u + 2)$$

$$2u(6u + 6)$$

$$2(6u^2 + 4u)$$

$$u(12u + 8)$$

مجموعة 1

$$3(6a + 4)$$

$$6(3a + 2)$$

$$9(6a + 3)$$

$$2(9a + 6)$$

مجموعة 4

$$3x(8 - 2x)$$

$$6x(4 - x)$$

$$x(24 - 6x)$$

$$4x(6 - 2x)$$

مجموعة 3

$$4m(6n - 3)$$

$$6(4mn - 2n)$$

$$12n(2m - 1)$$

$$3n(8m - 6)$$

ورقة المصادر 8 : المعادلات الخطية وغير الخطية

(A)

أصنّفُ المعادلات الآتية إلى: خطية، أو غير خطية:

$$y = 2x - 3$$

$$y = x^2 - 5$$

$$y = \sqrt{x} + 7$$

$$y = 2x^{\frac{1}{2}} + 3$$

$$y - 5x = 10$$

$$y + \frac{x}{2} = -7$$

معادلات غير خطية	معادلات خطية

(B)

أجد قيمة y أو قيمة x في المعادلة باستعمال قيمة المتغير (حسب اختياري العشوائي) في كل مما يأتي:

$$y = 2x + 5$$

$$x = 2$$

$$y = 3x - 7$$

$$y = 2$$

$$y = 5 - x$$

$$y = 3$$

$$y = 2x + 1$$

$$x = -3$$

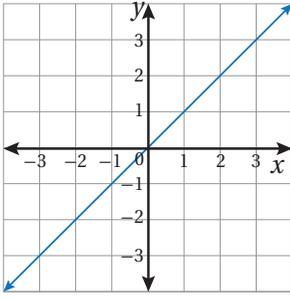
$$y - 5x = 0$$

$$y = 5$$

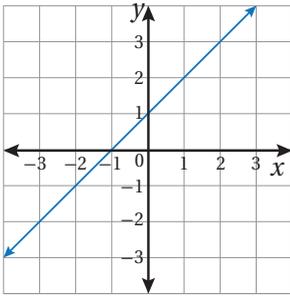
$$4x + 3y = 12$$

$$x = 0$$

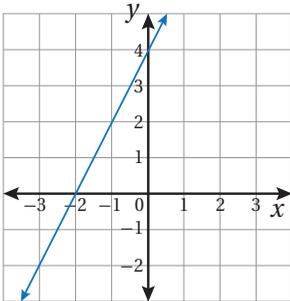
ورقة المصادر 9 : المعادلة والتمثيل



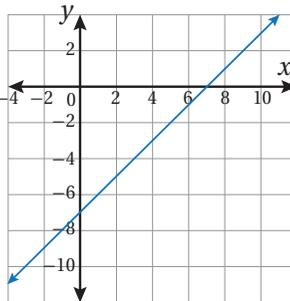
$$y = x$$



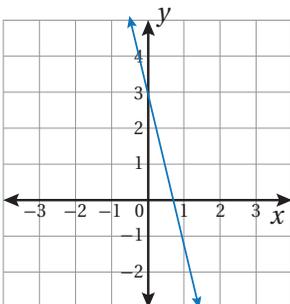
$$y = x + 1$$



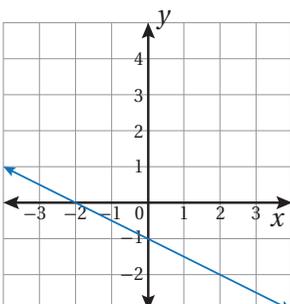
$$y = 2x + 4$$



$$y = x - 7$$



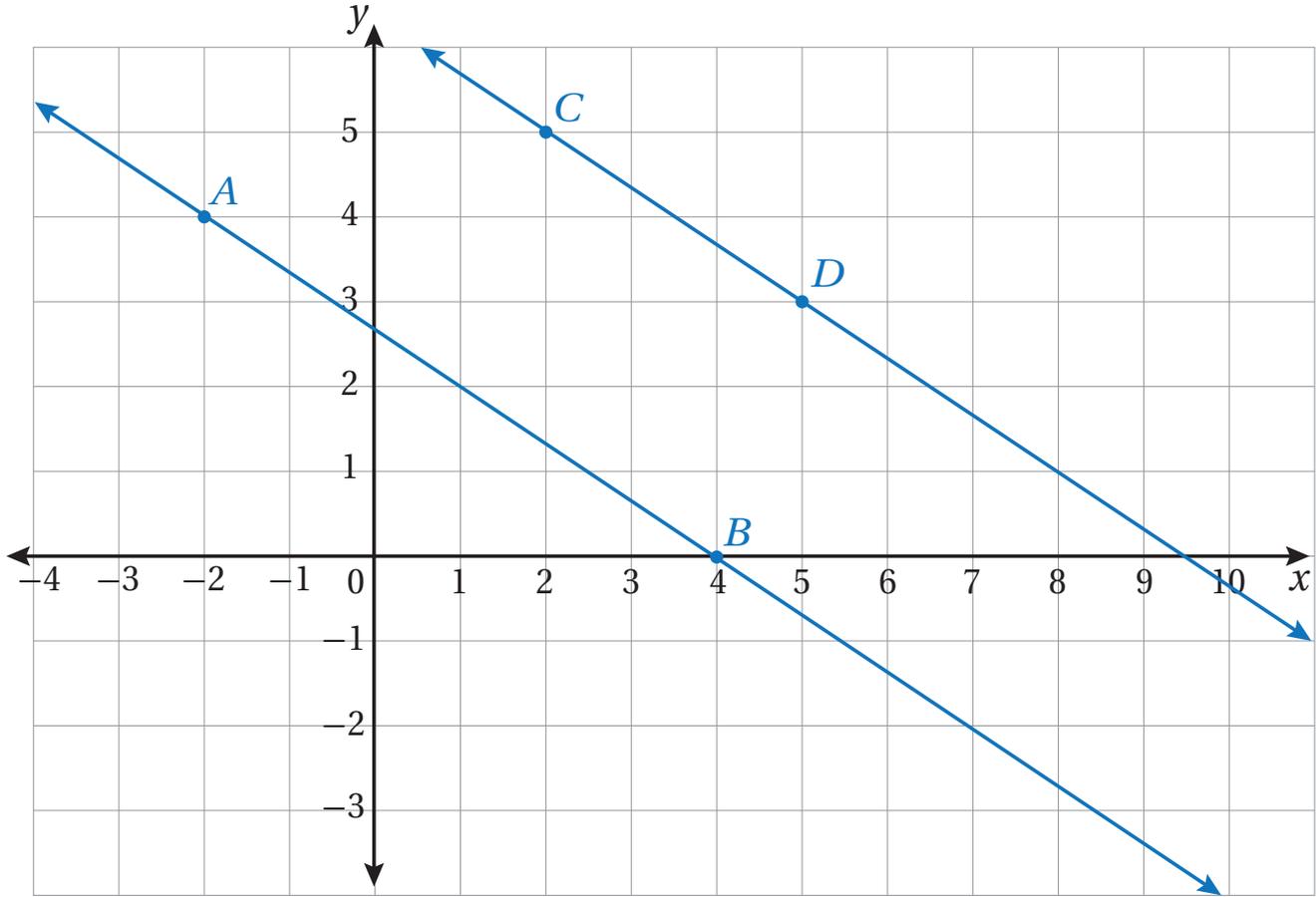
$$y = -4x + 3$$



$$y = -0.5x - 1$$

ورقة المصادر 10 : المستقيمات المتوازية والمتعامدة (1)

يبيّن الشكل الآتي \vec{AB} و \vec{CD}



1 أجد ميل \vec{AB}

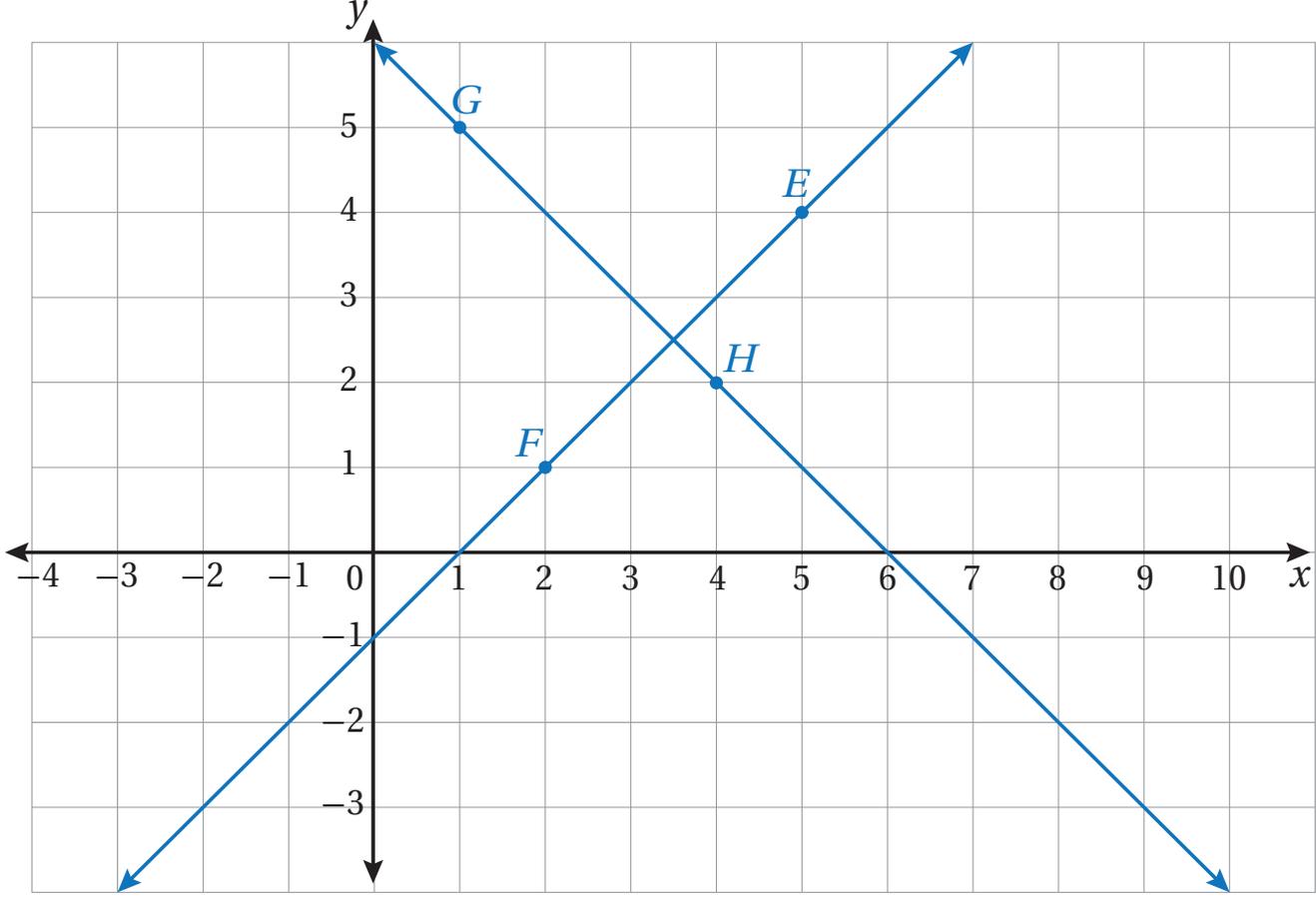
2 أجد ميل \vec{CD}

3 ما العلاقة بين ميل \vec{AB} وميل \vec{CD} ؟

4 أصف المستقيمين، وأدوّن ما استنتجته.

ورقة المصادر 10 : المستقيمات المتوازية والمتعامدة (2)

بيِّنُ الشكْلُ الآتي \vec{FE} و \vec{GH}



1 أجد ميل \vec{EF}

2 أجد ميل \vec{GH}

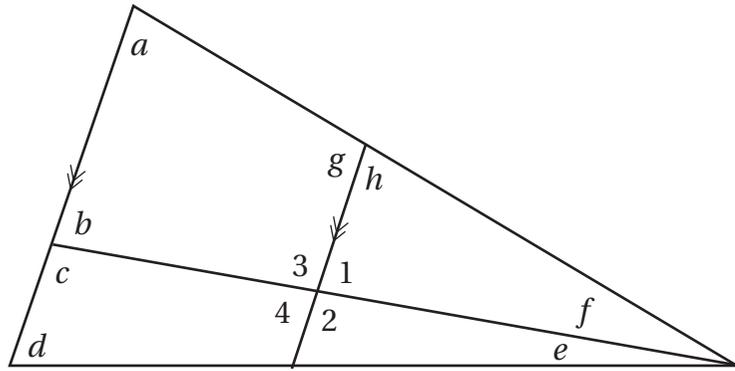
3 أجد معكوس (مقلوب) ميل \vec{GH}

4 ما العلاقة بين ميل \vec{EF} وميل \vec{GH} ؟ وما قياس الزاوية بين المستقيمين: \vec{EF} و \vec{GH} ؟ أبرر إجابتي.

5 أصف المستقيمين، وأدوّن ما استنتجته.

ورقة المصادر 11 : العلاقات بين الزوايا

اعتمادًا على الشكل المجاور، أُسمي:



- زوجين من الزوايا المتناظرة المتساوية في القياس.
- زوجين من الزوايا المتناظرة غير المتساوية في القياس.
- زوجين من الزوايا المتبادلة داخليًا المتساوية في القياس.
- زوجين من الزوايا المتبادلة داخليًا غير المتساوية في القياس.
- ثلاثة أزواج من الزوايا التي تشكل زاوية مستقيمة.
- ثلاثة أزواج من الزوايا المتقابلة بالرأس.
- إذا علمت أن $m\angle h = 78^\circ$ ، و $m\angle e + m\angle f = 36^\circ$ ، فأجد $m\angle d$

ورقة المصادر 12 : رموز رياضية

$\angle A$

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

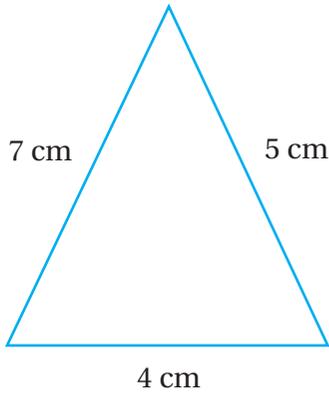
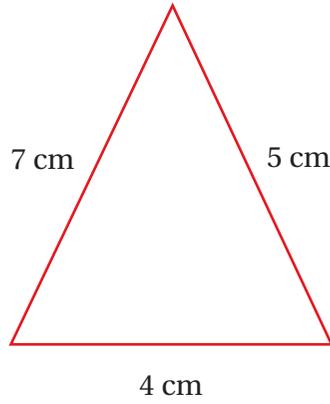
$\angle A \cong \angle B$

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

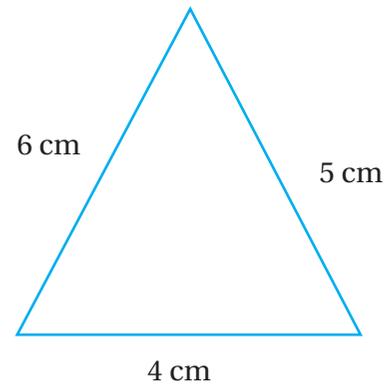
$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$

$m\angle A$

ورقة المصادر 13 : تطابق المثلثات (SSS)



A

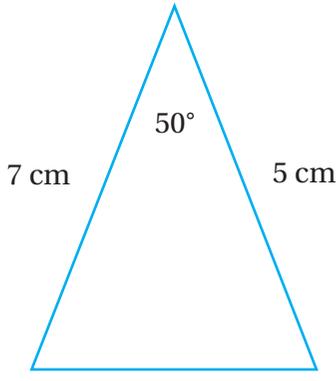
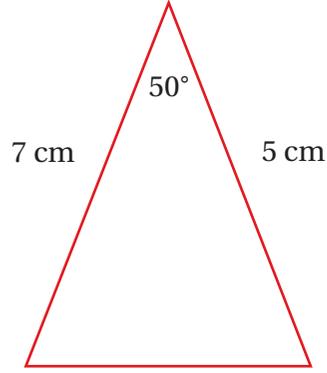


B

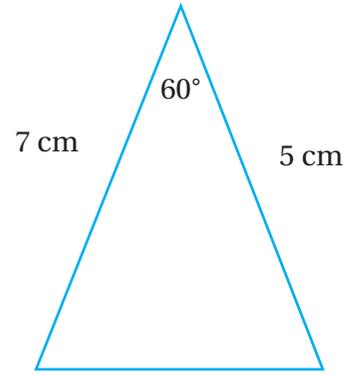
اعتمادًا على المثلثات أعلاه، أجب عن الأسئلة الآتية:

- 1 أي المثلثين (A أو B) يطابق المثلث الأحمر؟
- 2 لم اخترت هذه الإجابة؟
- 3 هل قياسات الزوايا في المثلث الأحمر والمثلث الذي يطابقه متساوية؟ أتحقق من ذلك باستخدام المنقلة.
- 4 ماذا أستنتج؟

ورقة المصادر 14 : تطابق المثلثات (SAS)



A



B

اعتمادًا على المثلثات أعلاه، أجب عن الأسئلة الآتية:

1 أي المثلثين (A أو B) يطابق المثلث الأحمر؟

2 لم اخترت هذه الإجابة؟

3 هل قياسات الزوايا والأضلاع المجهولة في المثلث الأحمر والمثلث الذي يطابقه متساوية؟ أتحقق من ذلك باستعمال المسطرة والمنقلة.

4 ماذا أستنتج؟